

فصل چهارم : هندسه و استدلال

ماددهایی از شکل خاص حجم ها، انواع خطها، سطحها، جسم های صلب، های مختلف در زندگی ما دیده می شوند.
«.....» «.....» «.....» «.....» «.....» «.....» «.....» «.....» «.....» «.....»
در ریاضی بعضی از موضوعات را به عنوان «.....» «.....» «.....» «.....» «.....» «.....» «.....» «.....» «.....» «.....»
آن ها را تعریف کرده اند.

قرارداد :

انواع خط :

(۳)

(۲)

(۱)

قرارداد :

حالت های دو خط در صفحه :

(۱) موازی : اگر دو خط با اعتبار دهم ، همدگر را قطع نمی کنند و نقطه ی مشترکی ندارند.

(۲) متقاطع : اگر دو خط را اعتبار دهم همدگر را قطع می کنند و یک نقطه ی مشترک دارند.

حالت های خط و نقطه :

(۱) نقطه بی خط قرار دارد.

(۲) نقطه خارج خط قرار دارد.

نیم خط :

در واقع خطی که از یک سر بی پایان است. و از سوی دیگر یک نقطه ختم می شود. «.....» نام دارد.
پاره خط :

* نکته ۱:

* نکته ۲:

* نکته ۳:

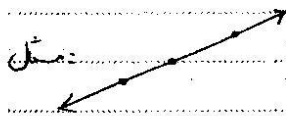
* نکته ۴:

* نکته ۵:

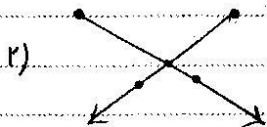
* نکته ۶:

* نکته ۷:

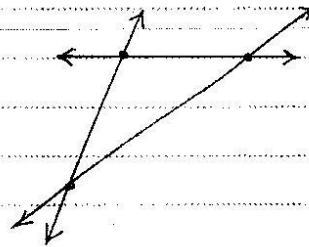
تمرین در کلاس: در هر شکل، نقاط و امتداد خطها را نام گذاری کنید.



۱)



۲)



۳)

در هر شکل نام خطها، نیم خطها و پاره خطها را با یک حرف از الفبای یونانی بنویسید.

مثال:

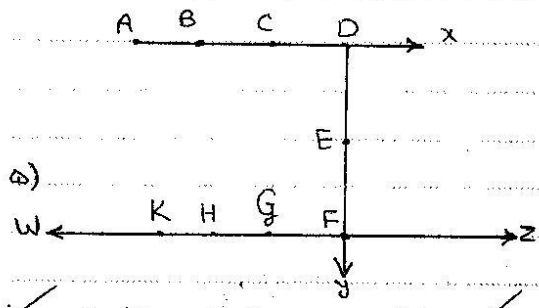
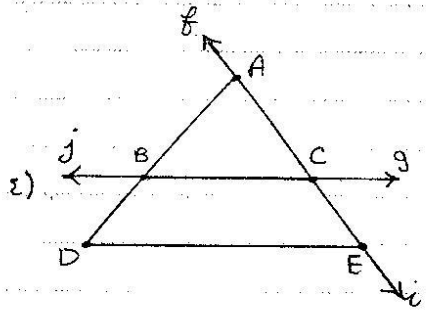
 نام خطها: ef

 نام خطها: $Bx, Ax, Ey, Cy, Ay, Dz, Az,$

 Be, Ce, De, Bf, Cf, Df

 نام پاره خطها: $\overline{BA}, \overline{BC}, \overline{BD}, \overline{CA}, \overline{CD}, \overline{CE},$

 $\overline{DA}, \overline{EA}$



۶) در زیر نشان دهید چند خط راست از نقطه A، چند خط شکسته از نقطه B، چند خط خمیه از نقطه C عبور کند.

A B C

۷) در زیر نشان دهید از نقطه A و B چند خط راست عبور کند؟ از نقطه D و C چند خط خمیه و از نقطه E و F چند خط شکسته عبور کند؟

A B C D E F

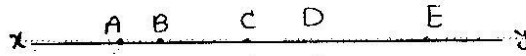
۸) در هر شکل مشخص کنید از هر نقطه داده شده، چند خط راست عبور می کند؟

(الف) A C

(ب) A B C B

۹) اگر روی پاره خط MN ، ۲ نقطه دلخواه قرار دهیم ، اکنون چند پاره خط روی شکل وجود دارد ؟

فعال ریاضی روی پاره خطها و نیم خطها
 مثال : با توجه به شکل مقابل ، جاهای خالی را کامل کنید



۱) $\overline{AC} + \overline{EC} - \overline{BE} = \overline{AB}$

۲) $(\overline{AB} + (\overline{BD} - \overline{CD})) + \overline{EC} = \overline{AE}$

۳) $\overline{AC} + (E_x - C_x) = \overline{AE}$

۴) $x_y - (B_y - C_y) = B_x + C_y$

تمرین در کلاس : با توجه به شکل ، هر تساوی را با نوشتن طول پاره خطهای مناسب ، کامل کنید



۱۰) $\overline{AC} + \overline{CE} =$

۱۳) $\overline{BG} - \overline{GD} =$

۱۱) $... + \overline{DF} = \overline{CF}$

۱۴) $... - \overline{FD} = \overline{BD}$

۱۲) $\overline{AB} + ... + \overline{EF} = \overline{AF}$

۱۵) $\overline{AE} - (... + \overline{CD}) = \overline{AC}$

۱۶) با توجه به شکل ، تساوی داده شده را کامل کنید

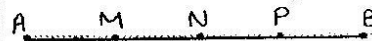


$\overline{BE} - (\overline{BD} + \overline{DC}) =$

روابط بین پاره خطها :

۱) اگر نقطه M وسط پاره خط AB باشد ، می توان نوشت :

مثال : پاره خط AB بر ۲ قسمت مساوی تقسیم شده است . در جاهای خالی عدد را علامت مناسب قرار دهید



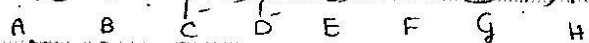
۱) $\overline{AM} + \overline{MP} = \boxed{3} \overline{PB}$

۲) $\overline{AN} + \overline{NB} = \boxed{2} \overline{NP}$

۳) $\overline{AP} = \boxed{1} \overline{PMN} = \overline{MB} - \boxed{2} \overline{PB}$

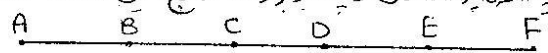
۴) $\boxed{2} \overline{AM} + \boxed{2} \overline{NP} = \boxed{7} \overline{PB}$

تمرین در کلاس: با خط AH را به هفت قسمت مساوی تقسیم کرده ایم. جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید.



۱۷) $\overline{AH} = \square \times \overline{FG}$ ۱۹) $\overline{BE} = \square \times \overline{CH}$ ۲۱) $\overline{BG} = \square \times \overline{AB}$
 ۱۸) $\overline{AD} = \square \times \overline{CF}$ ۲۰) $\overline{BF} = \square \times \overline{FG}$ ۲۲) $\overline{DG} = \square \times \overline{AH}$

تمرین در کلاس: در شکل زیر، عرضی با خط‌های کوچک برابرند. در هر مربع، یکی از علامت‌های $\langle = \rangle$ را درآوردید.

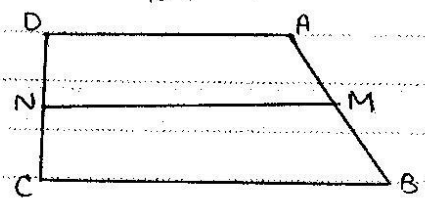


۲۳) $\overline{AE} \square \overline{CF}$ ۲۵) $\frac{1}{2} \overline{BC} \square \frac{1}{2} \overline{DE}$
 ۲۴) $\overline{AE} - \overline{EC} \square \overline{BF} - \overline{FD}$ ۲۶) $\frac{1}{4} \overline{AF} \square \overline{BE} - \overline{ED}$

۱۲) در مثلث $\triangle ABC$ ، اگر M و N به ترتیب وسط اضلاع \overline{AB} و \overline{AC} باشند، داریم:

۱۳) پاره خطی که وسط دو ساق ذوزنقه را بهم وصل می‌کند، برابر نصف مجموع دو قاعده است. یعنی:

مسئله: در ذوزنقه‌ی ABCD، اگر M وسط ساق \overline{AB} و N وسط ساق \overline{CD} باشد و بدانیم $\overline{AD} = ۸$ و $\overline{MN} = ۱۰$ است. اندازه‌ی ضلع \overline{BC} چقدری شود؟



می‌دانیم پاره خطی که وسط دو ساق ذوزنقه را بهم وصل می‌کند، برابر با نصف مجموع دو قاعده است. بنا بر این:

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} (\overline{AD} + \overline{BC}) = \frac{1}{2} (۸ + \overline{BC})$$

$$\rightarrow ۱۰ = \frac{1}{2} (۸ + \overline{BC})$$

$$\rightarrow ۲۰ = ۸ + \overline{BC}$$

$$\rightarrow \overline{BC} = ۲۰ - ۸ = ۱۲ \text{ cm}$$

۲۵) در مورد باره خط‌های \overline{AB} ، \overline{CD} ، \overline{EF} ، \overline{GH} ، اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{CD}$ ، $\overline{CD} > \overline{EF}$ ، $\overline{EF} = \overline{GH}$ ، قرار دهید:

تمرین در کلاس: با توجه به رابطه‌های نوشته شده، در جاهای خالی علامت مناسب $<$ ، $=$ ، $>$ قرار دهید.
 مثال: $\overline{AB} = \overline{CD}$ ، $\overline{CD} > \overline{EF}$ $\Rightarrow \overline{AB} > \overline{EF}$

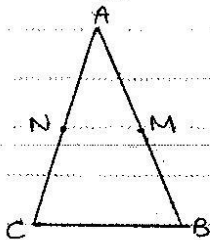
۲۷) $\overline{MN} = \overline{PQ}$ ، $\overline{PQ} < \overline{RS}$ $\Rightarrow \overline{RS} > \overline{MN}$

۲۸) $\overline{AB} = \overline{CD}$ ، $\overline{AB} > \overline{EF}$ $\Rightarrow \overline{EF} < \overline{CD}$

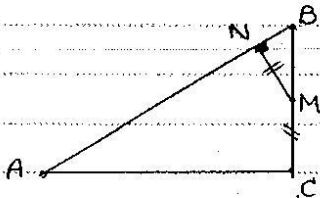
تمرین در کلاس: استدلال کنید:

۲۹) $\overline{ZW} = \overline{PS}$ ، $\overline{PS} < \overline{MN}$ \Rightarrow

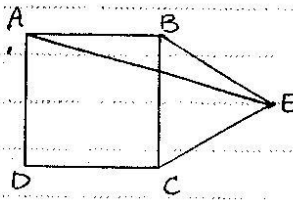
تمرین در کلاس: مثلث $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین است. $(\overline{AB} = \overline{AC})$ و M و N وسط اضلاع مثلث هستند. چرا مثلث $\triangle AMN$ هم متساوی‌الساقین است؟



تمرین در کلاس: در مثلث زیر چگونه می‌توان نشان داد که $\overline{BM} > \overline{MC}$ است؟ (طول \overline{BM} و قطر مثلث قائم‌الزاویه را از طول اضلاع قائم‌الزاویه بزرگتر است.)



تمرین در کلاس ۱۳۲: در مثلث $\triangle ABC$ چهار ضلعی $ABCD$ مربع و مثلث BCE مستوی الاضلاع است.

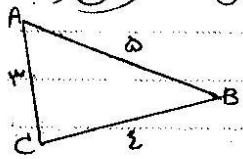


مثلث $\triangle ABE$ مربع مثلثی است؟ چرا؟

*** نکته ی صحیح ***

نقطه ی تشکیل مثلث: اگر سه نقطه ی A و B و C روی یک پاره خط قرار داشته باشند، می توان با آن ها تشکیل یک مثلث داد. مثلث $\triangle ABC$ را با کنار $\triangle ABC$ نمایش می دهیم. اگر طول پاره خط های تشکیل شده را اندازه گیری کنیم، می توان به درستی رابطه های زیر پی برد:

یعنی در هر مثلث، اندازه ی هر ضلع از مجموع اندازه های دو ضلع دیگر کوچک تر است و از تفاضل اندازه های دو ضلع دیگر بزرگ تر.



مسئله: در مثلث $\triangle ABC$ شرایط

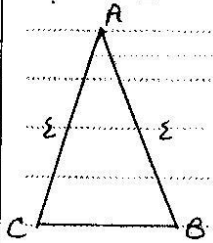
$$\overline{AB} - \overline{BC} < \overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC} \rightarrow 5 - 4 < 3 < 5 + 4 \rightarrow 1 < 3 < 9 \checkmark$$

$$\overline{AB} - \overline{CB} < \overline{AC} < \overline{AB} + \overline{CB} \rightarrow 5 - 3 < 4 < 5 + 3 \rightarrow 2 < 4 < 8 \checkmark$$

$$\overline{CB} - \overline{AC} < \overline{AB} < \overline{CB} + \overline{AC} \rightarrow 4 - 3 < 5 < 4 + 3 \rightarrow 1 < 5 < 7 \checkmark$$

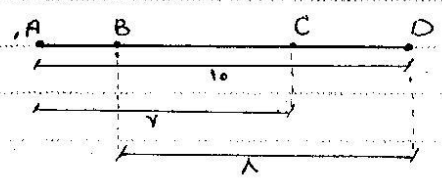
تمرین در کلاس ۱۳۳: در مثلث $\triangle ABC$ ، $\overline{AB} = 4$ و $\overline{AC} = 6$ است. می دانیم طول ضلع \overline{BC} هم عددی طبیعی است. طول ضلع \overline{BC} چه اعدادی می تواند باشد؟

تمرین در کلاس ۱۳۴: در مثلث $\triangle ABC$ ، اضلاع \overline{AB} و \overline{AC} دارای طول ۴ هستند. ضلع \overline{BC} چند



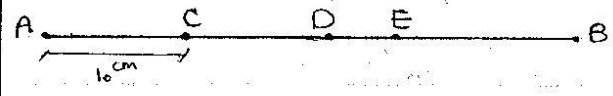
باشد تا محیط مثلث، کمترین مقدار شود؟ (طول \overline{BC} هم عددی طبیعی است.)

مسئله: در شکل زیر، $\overline{AD} = 10 \text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 7 \text{ cm}$ ، $\overline{BD} = 8 \text{ cm}$ است. \overline{BC} را پیدا کنید.

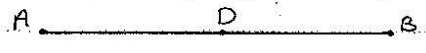


$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \overline{AD} - \overline{BD} = 10 \text{ cm} - 8 \text{ cm} = 2 \text{ cm} \\ \overline{CD} &= \overline{AD} - \overline{AC} = 10 \text{ cm} - 7 \text{ cm} = 3 \text{ cm} \\ \overline{BC} &= \overline{AD} - (\overline{AB} + \overline{CD}) = 10 \text{ cm} - (2 \text{ cm} + 3 \text{ cm}) \\ &\rightarrow \overline{BC} = 10 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

تمرین در کلاس (۲۸): اگر D وسط پاره خط AB و C وسط پاره خط AD و E وسط پاره خط DE و $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$ باشد، در این صورت اندازه پاره‌های \overline{BE} ، \overline{CE} ، \overline{DE} و \overline{AB} را حساب کنید.



← رسم کنید: نقاط A و B و C و D را طوری روی یک خط قرار دهید که رابطه مورد نظر در آن صدق کند:



مسئله: $\overline{AD} + \overline{DB} = \overline{AB}$

(۳۶) $\overline{BC} - \overline{CA} = \overline{AB}$

(۳۷) $\overline{DC} - \overline{CB} = \overline{AD} + \overline{AB}$

(۳۸) پاره خط \overline{AB} را طوری رسم کنید که $\overline{AB} = 7 \text{ cm}$ و نقطه C را طوری روی آن قرار دهید که $\overline{AC} = 2\overline{BC}$ باشد.

زاویه
 صفحه دو نیم خط دارای ابتدای مشترک باشد، زاویه بزرگ می‌اندازد. در این صورت هر یک از دو نیم خط را «
 و به نقطه‌ای مشترک از آن‌ها» گفته می‌شود.

قرار داد:

روش‌های نام‌گذاری زاویه :

۱) زاویه را از نام یکی از نیم‌خط‌هایش شروع کرده ، سپس نام نقطه‌ی رأس و در آخر نام نیم‌خط دیگر را بیان می‌کنیم

مثال :

مثال :

۲) زاویه را با نام رأسش نام‌گذاری می‌کنیم : مثال :

۳) از یک عدد که کنار رأس و بین دو ضلع زاویه می‌نویسیم ، برای نام‌گذاری

زاویه استفاده می‌کنیم :

مثال :

واحد اندازه‌گیری زاویه :

۱) درجه :

۲) رادیان :

وسایلی اندازه‌گیری زاویه :

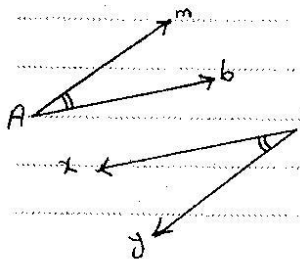
زاویه را با «...» اندازه می‌گیریم

برای اندازه‌گیری زاویه به وسیله‌ی تقاطع ، تقاطع زاویه یکی از ضلع‌های زاویه قرار می‌دهیم ، بر طوری که نقطه‌ی وسط تقاطع روی رأس زاویه قرار بگیرد ، سپس محل قرار گرفتن ضلع دیگر را از روی تقاطع می‌خوانیم

نیم‌ساز : نیم‌خطی است که ابتدای آن رأس زاویه است و زاویه را به دو زاویه‌ی مساوی تقسیم می‌کند . در شکل مقابل $\angle O$ نیم‌ساز زاویه‌ی $\angle O$ است . بنابراین می‌توانیم بگوییم $\angle O$ دو زاویه‌ی برابر را نوشت :

۱)

۲)



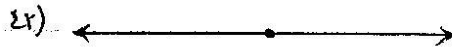
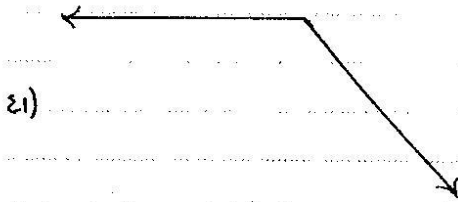
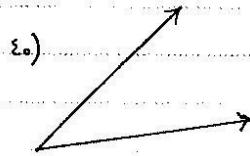
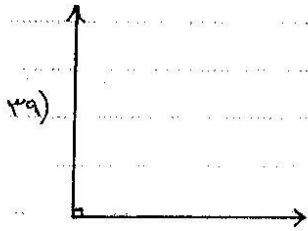
* نکته : دو زاویه را وقتی مساوی گوئید هرگاه ضلع‌های آن‌ها بر یکدیگر

مشابهند . دو زاویه‌ی مساوی در شکل روبه‌رو نشان داده شده است ، می‌توان نوشت :

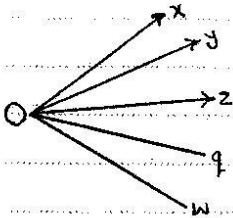
انواع زاویه ها :

شماره	زاویه	تعریف	شکل
۱	نیم صفحه	زاویه ای که دو ضلع آن در یک اندازه باشند (خط راست درست کند) اندازه ی این زاویه است	
۲	صفر درجه	زاویه ای است که اضلاع آن بر هم منطبق باشند اندازه ی این زاویه است	
۳	قائم (راست)	زاویه ای که اضلاع آن بر هم عمود هستند اندازه ی این زاویه است	
۴	تند (حاده)	زاویه ای است که از زاویه ی قائمه کوچک تر است اندازه ی این زاویه است	
۵	بزرگ (منفرجه)	زاویه ای است که از زاویه ی قائمه بزرگ تر و از زاویه ی نیم صفحه کوچک تر باشد اندازه ی این زاویه است	
۶	کوچک (محدب)	زاویه ای که از زاویه ی نیم صفحه کوچک تر است اندازه ی این زاویه است	
۷	کاو (معتد)	زاویه ای که از زاویه ی نیم صفحه بزرگ تر است اندازه ی این زاویه است	

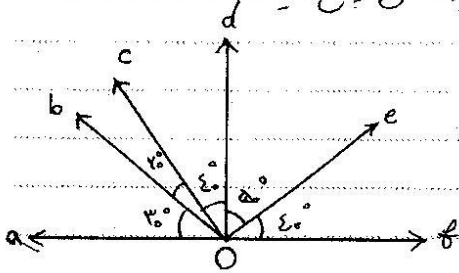
- تمرین در کلاس: در هر قسمت ۱) زاویه را نام گذاری کنید.
 ۲) نام زاویه را در زبان ریاضی بنویسید. (با یک کلمه رأس و دو ضلع)
 ۳) نوع زاویه (تند، باز، قائمه، نیم صاف) را مشخص کنید.



تمرین در کلاس: در شکل زیر، نام تمام زاویه‌هایی را که می‌بینید با کمک رأس و امتداد دو ضلع بنویسید.



تمرین در کلاس: با توجه به اندازه‌های نوشته شده در شکل به پرسش‌های پاسخ دهید.

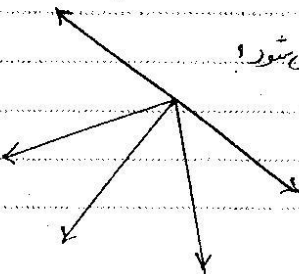


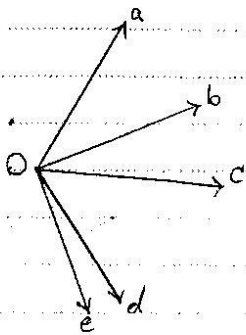
الف) سه زاویه‌ی تند با سه حرف بنویسید.

ب) سه زاویه‌ی قائمه با سه حرف بنویسید.

ج) سه زاویه‌ی باز با سه حرف بنویسید.

تمرین در کلاس: در شکل مقابل، چند زاویه‌ی کوچک تر از 90° دیده می‌شود!





تمرین در کلاس (۴۶) : با توجه به شکل، روابط جبری بین زوایای هارا کامل کنید:

مثال: $\widehat{aOb} + \widehat{bOd} = \widehat{aOd}$

مثال: $\widehat{aOd} - \widehat{bOd} = \widehat{aOb}$

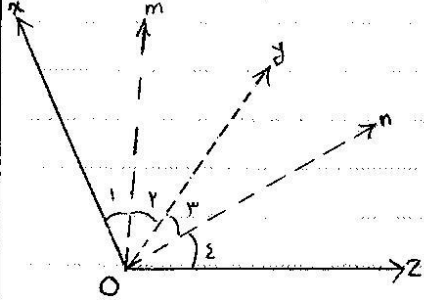
الف) $\widehat{bOc} + \widehat{cOe} =$

ب) $\widehat{dOa} - \widehat{dOc} =$

ج) $\widehat{aOe} - (\widehat{bOd} + \widehat{dOe}) =$

د) $(\widehat{aOd} - \widehat{aOb}) + \widehat{dOe} =$

تمرین در کلاس (۴۷) : در شکل زیر، خط چین ها زاویه‌ی O را به پنج قسمت مساوی تقسیم کرده اند، تساوی ۴ را کامل کنید



مثال: $\widehat{1} = \widehat{2}$

الف) $\widehat{1} + \widehat{2} = \widehat{3}$

ب) $\widehat{1} + \widehat{2} + \widehat{3} = \widehat{4}$

ج) $\widehat{1} + \widehat{2} = \widehat{3} + \widehat{4} + \widehat{5}$

حالت های خاصی که دو زاویه نسبت به هم دارند:

۱. دو زاویه ی متقابل در رأس و یک ضلع مشترک اند و

دو ضلع غیر مشترک آن ها در دو طرف ضلع مشترکشان

قرار دارد؛ مثل در زاویه \widehat{aOb} و \widehat{bOc}

۲. دو زاویه ی متمم: مجموعشان برابر 90° است

۳. دو زاویه ی مکمل: مجموعشان 180° است

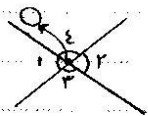
۴] دو زاویه مجانب: دو زاویه که هم مجاور باشند و هم مکمل را

یعنی دو زاویه مجاور که ضلع‌های غیر مشترکشان در یک امتداد

باشد مثل زاویه‌های \widehat{O}_2 و \widehat{O}_3

۵] دو زاویه متقابل به رأس: دو زاویه‌ای که اینکشان در امتداد

ندگنر و دارای رأس مشترک باشند می‌گویند مثل زاویه‌های \widehat{O}_1 و \widehat{O}_4



مسئله: اثبات کنید دو زاویه متقابل به رأس مساوی اند؟

$$\begin{cases} \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = 180^\circ \\ \widehat{O}_1 + \widehat{O}_4 = 180^\circ \end{cases} \rightarrow \widehat{O}_1 + \widehat{O}_2 = \widehat{O}_1 + \widehat{O}_4 \rightarrow \widehat{O}_2 = \widehat{O}_4$$

$$\begin{cases} \widehat{O}_2 + \widehat{O}_3 = \\ + = \end{cases} \rightarrow + = + \rightarrow =$$

* نکته ۱:

* نکته ۲:

* نکته ۳:

* نکته ۴:

* نکته ۵:

* نکته ۶:

* نکته ۷:

(الف)

(ب)

(ج)

مثال: متعمم زاویه ای ۴۰° است. مکمل زاویه بزرگتر را به دست آورید.

$$\hat{O} + 40^\circ = 90^\circ \rightarrow \hat{O} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

زاویه بزرگتر 50° است. پس مکمل زاویه \hat{O} برابر است با:

$$\hat{O} + x = 180^\circ \rightarrow 50^\circ + x = 180^\circ \rightarrow x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

تمرین در کلاس (۴۸): مکمل زاویه 154° را به دست آورید.

تمرین در کلاس (۴۹): متعمم زاویه 43° را به دست آورید.

تمرین در کلاس (۵۰): مکمل زاویه 79° را به دست آورید.

تمرین در کلاس (۵۱): اختلاف متعمم و مکمل یک زاویه 29° را به دست آورید.

تمرین در کلاس (۵۲): مکمل متعمم یک زاویه 10° را به دست آورید.

تمرین در کلاس (۵۳): دو زاویه مکمل که با هم برابرند را بیابید.

تمرین در کلاس (۵۴): دو زاویه مکمل که یکی ۲ برابر دیگری است را بیابید.

تمرین در کلاس (۵۵) : متضلع دوازده‌گانه منظم ۲۰° است. اندازه‌ی هر زاویه‌ی برابر دست آورید.

تمرین در کلاس (۵۶) : متضلع دوازده‌گانه منظم ۴° است. اندازه‌ی هر زاویه‌ی برابر دست آورید.

تمرین در کلاس (۵۷) : یک زاویه دو برابر منظم خود می‌باشد، اندازه‌ی این زاویه چند درجه است؟

مسئله : نسبت دو زاویه‌ی مکمل ۲ به ۶ است. منظم زاویه کوچک تر را به دست آورید.

$$\frac{2x}{6x} = \frac{2}{6}$$

$$(2x) + (6x) = 180^\circ$$

$$8x = 180^\circ \rightarrow x = \frac{180^\circ}{8} = 22,5^\circ$$

زاویه کوچک $2x = 2(22,5) = 45^\circ$

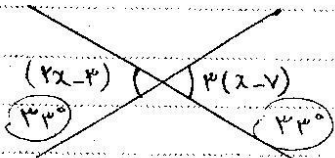
زاویه بزرگ $6x = 6(22,5) = 135^\circ$

منظم زاویه کوچک $x + 45^\circ = 90^\circ \rightarrow x = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

تمرین در کلاس (۵۸) : نسبت دو زاویه‌ی منظم ۲ به ۳ است. مکمل زاویه‌ی کوچک تر را به دست آورید.

تمرین در کلاس (۵۹) : نسبت دو زاویه‌ی مکمل ۵ به ۳ است. منظم زاویه‌ی کوچک تر را به دست آورید.

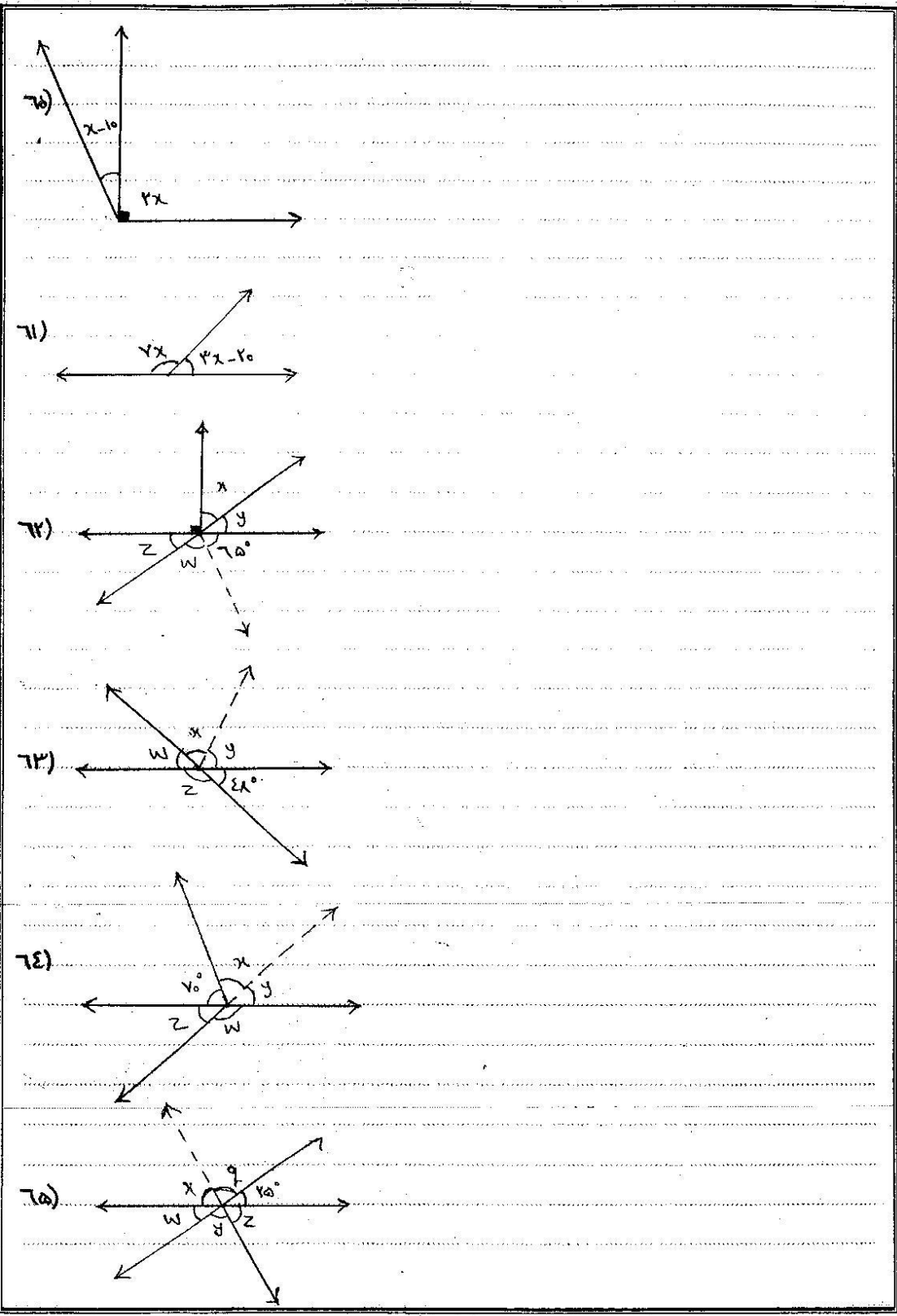
تمرین در کلاس : در هر شکل اندازه‌ی تمام زوایا را بنویسید. (تمامی خط‌چین‌ها نیز اند) : مثل

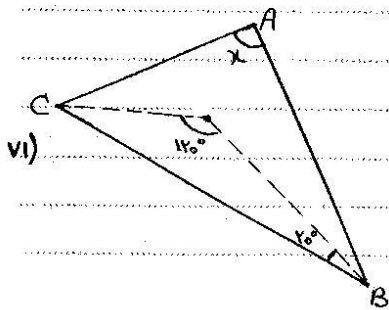
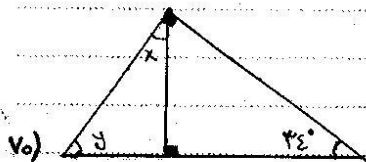
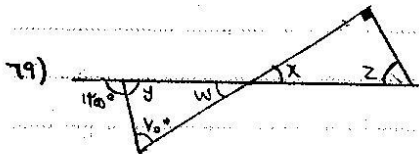
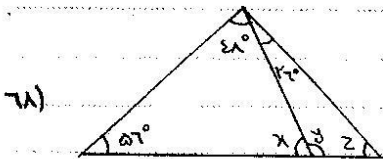
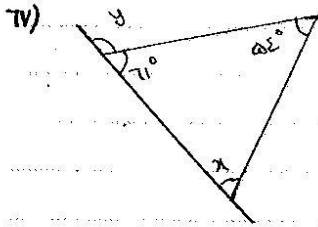
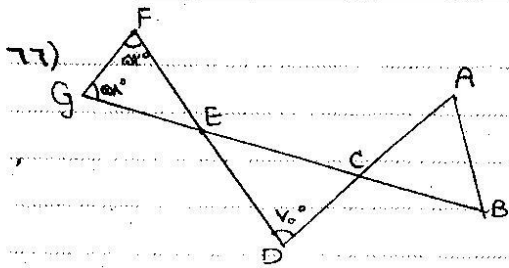


متقابل به راست اند $2x - 3 = 3(x - 7)$

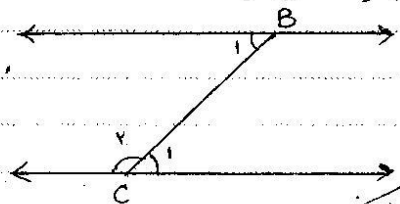
$$2x - 3 = 3x - 21$$

$$2x - 3x = -21 + 3 \rightarrow -x = -18 \rightarrow x = 18$$



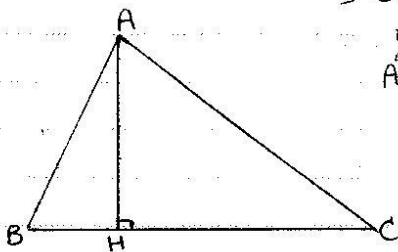


تمرین در کلاس (۷۲): در شکل زیر، \hat{B}_1 و \hat{C}_1 با هم برابرند. محاسبه روابط را کامل کنید.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_r = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \square + \hat{C}_r = \square$$

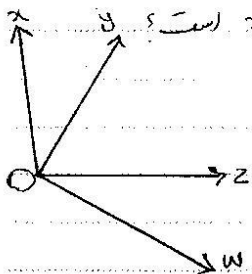
تمرین در کلاس (۷۳): در شکل $\hat{A} = 90^\circ$ است. روابط زیر را کامل کنید.



$$\left. \begin{array}{l} \text{در مثل } \triangle ABH : \hat{A}_1 + \square = 90^\circ \\ \text{در مثل } \triangle ABC : \hat{B} + \square = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A}_1 = \square$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{در مثل } \triangle ACH : \hat{A}_r + \square = 90^\circ \\ \text{در مثل } \triangle ABC : \hat{C} + \square = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A}_r = \square$$

تمرین در کلاس (۷۴): در شکل $\hat{xOz} = \hat{yOw} = 110^\circ$ و $\hat{xOy} = \hat{zOw}$ است؟



مثال: زوایای منتهی به \hat{xOz} و \hat{yOw} برابرند. $\frac{1}{5}a + 1$ ، $\frac{1}{5}a - 9$ ، $2a + 1$ است. هر کدام از زاویه‌ها

را بدست آورید. مجموع زوایای منتهی به 110° است $\rightarrow (\frac{1}{5}a + 1) + (\frac{1}{5}a - 9) + (2a + 1) = 110^\circ$

$$\frac{1}{5}a + 2a = 110^\circ - 1 + 9 - 1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{5}a + 1 = \frac{1}{5}(110^\circ) + 1 = 20^\circ \\ \frac{1}{5}a - 9 = \frac{1}{5}(110^\circ) - 9 = 39^\circ \\ 2a + 1 = 2(110^\circ) + 1 = 221^\circ \end{array} \right.$$

تمرین در کلاس (۷۵): $\frac{7}{8}x + 20$ ، $\frac{9}{8}x - 20$ ، $5x - 10$ زاویه‌های منتهی به اند. زاویه‌ها

تک‌مقدار باشند.

تمرین درک فاس (۷۶) : اگر $a - ۲۵$ ، $۲۵ - ۱۲a$ ، $۲۵ - ۲a$ زوایای یک مثلث باشند، ممکن
 کوچکترین زاویه را بیابید.

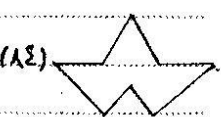
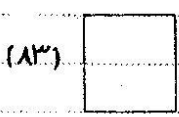
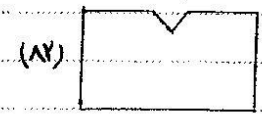
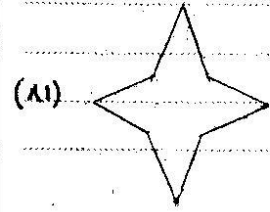
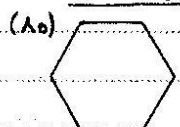
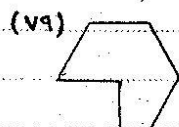
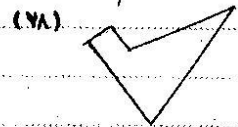
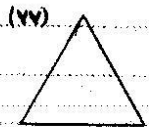
انواع چندضلعی :

(۱) چندضلعی مقعر : به چندضلعی ای که دست کم یک زاویه بزرگتر از ۱۸۰° داشته باشد، چندضلعی مقعر می گویند.

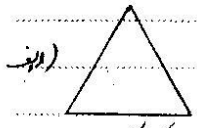
(۲) چندضلعی محدب : به چندضلعی ای که هیچ زاویه بزرگتر از ۱۸۰° نداشته باشد، چندضلعی محدب می گویند.

(۳) چندضلعی منتظم : به چندضلعی ای که عرضی ضلع ها و زاویه هایش با هم مساوی است، چندضلعی منتظم گفته می شود.

تمرین درک فاس : در شکل های زیر، چندضلعی های مقعر و محدب را از هم تمیز کنید.

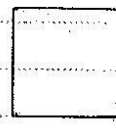


تمرین در کلاس (۸۵): زوایای چند ضلعی های زیر را با استفاده از تعداد اندازه بگیرد و جمله ی داده شده را کامل کنید.



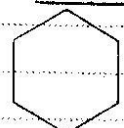
(الف)

شده و شکل آن به



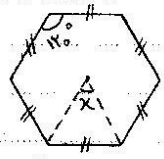
(ب)

که هر چه تعداد اضلاع شکل منظم زیاده تر شود، اندازه ی هر زاویه ی آن بیشتر می شود.

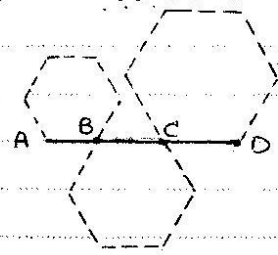


(ج)

تمرین در کلاس (۸۶): ۶ ضلعی زیر منظم است. خط چین ها می باشد، x ؟



تمرین در کلاس (۸۷): هر یک از شکل ضلعی های رسم شده منظم هستند. اگر طول یاره خط AD برابر با ۳۳ سانتی متر باشد، طول خط چین چقدر است ؟



تعدیلات هندسی

... اشکال ... اگر شکل روی صفحه از جای خود قرار دارد به محل دیگری
... بود. ولی اندازه و جهت شکل تغییر نکند یعنی توسط تقوید جدید
... اشکال یافته‌ی شکل است.
... در صورتی که شکل‌های B و C. اشکال یافته‌ی
... شکل A هستند. زیرا:

مقدار محوری:

در صورتی که شکل‌های B و C. اشکال یافته‌ی شکل A نسبت به
خط (e) است.
به خط (e) خط‌مقدار می‌گویند.

دوران:

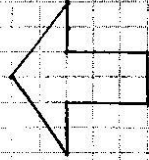
اگر یک شکل را روی صفحه بچرخانیم و آن را حول یک نقطه ثابت بچرخانیم
می‌گویند دوران این جسم در آن نقطه است.
برای دوران ممکن است باجهت‌های مختلف نسبت به شکل اصلی
پذیرند.

در صورتی که در ...

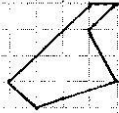
شکل B حاصل دوران ...

شکل D حاصل دوران ...

تمرین در کلاس ۱۸۸: شطرنج روی دورا ۵۰ واحد به سمت چپ و چهار واحد به سمت راست منتقل کنید.



تمرین در کلاس ۱۸۹: قرینگی شکل اولیه ی تمرین قبل را نسبت به محور عمود بر محور عمود رسم کنید. (مبارکی متفاوت)



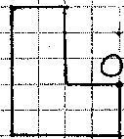
تمرین در کلاس ۱۹۰: قرینگی شکل های مقابل را نسبت به محور عمود رسم کنید.



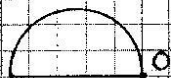
تمرین در کلاس ۱۹۱: شطرنج های داده شده را 90° در جهت خواننده شده حول نقطه O دوران دهید.



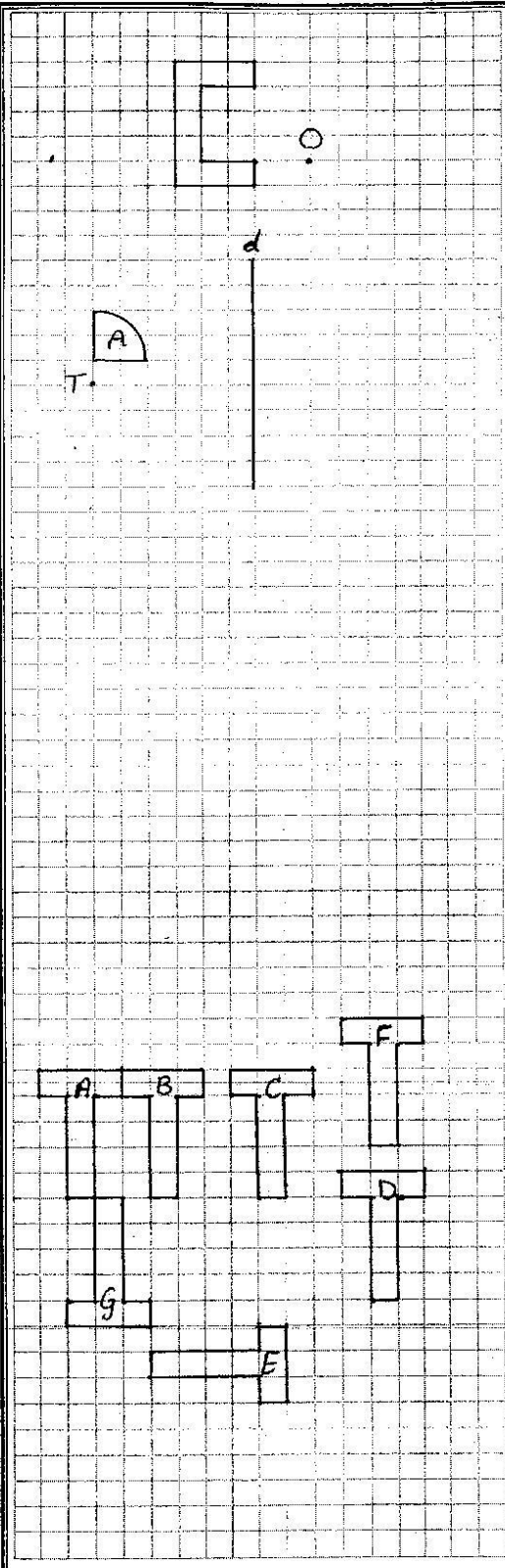
(ب) 90° در خلاف جهت عقربه های ساعت



(ج) 90° در جهت عقربه های ساعت



ج. ۱۸۰ حول نقطه O



۱۸۰° حول نقطه O

تمرین در کلاس (۹۲): شکل A را ۹۰° در جهت عقربه‌های ساعت حول نقطه T بچرخانید و شکل حاصل را B بنامید.

تمرین در کلاس (۹۳): شکل A را نسبت به خط d قرینه کنید و شکل حاصل را C بنامید.

تمرین در کلاس (۹۴): آیا شکل‌های B و C را می‌توان بر هم منطبق کرد؟ توضیح دهید.

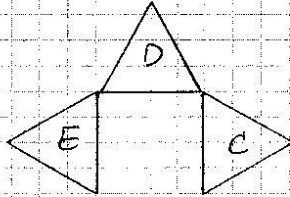
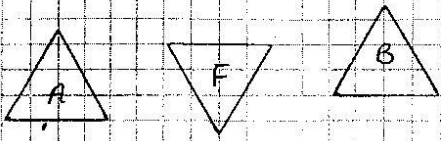
تمرین در کلاس (۹۵): الفبا با کدام نامبر شکل دوران یافته روی شکل اصلی منطبق می‌شود؟

ب) علی می‌گوید می‌توان یک شکل را ۹۰۰° حول یک نقطه دوران داد. آیا این حرفش صحیح است؟

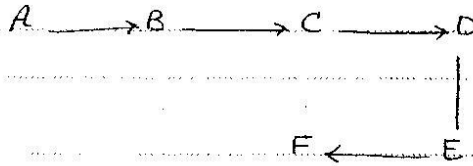
تمرین در کلاس (۹۶): در شکل‌های زیر روی محور عمود از شکل A چه متغیرویی‌ها می‌تواند بر شکل‌های B و C ایجاد کند؟ الفبا کدام شکل‌ها نسبت به الفبا باقی‌مانده است؟

ب) کدام شکل‌ها قرینه‌ی A نسبت به یک خط افقی یا عمودی هستند؟

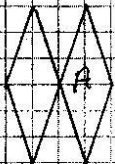
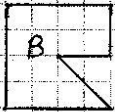
ج) کدام شکل‌ها دوران یافته‌ی A هستند؟



تمرین در کلاسین: با توجه به شکل‌ها، نوع هر تبدیل (انتقال،
 تقارن محوری یا دوران) از شکلی به شکل بعدی
 را روی خطش بنویسید.



تمرین در کلاسین: در هر مورد از شکل‌های صغیری شطرنجی، دو
 می‌توان با دو تبدیل مختلف از شکل A به شکل
 B رسید. آن تبدیل‌ها را نام ببرید.



(الف)

(ب)

(ج)

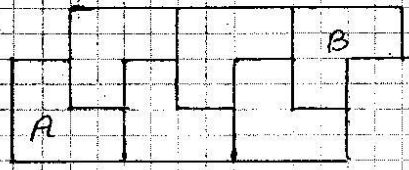
تجزیه در کلاس (۹۹) به دوران های ۹۰ موقالی در جهت حرکت

عقرب های سلامت با حذف عقرب های سلامت

از شکل A به شکل B رسیده ایم

الف) حداقل با چند تبدیل می توانستیم به شکل B برسیم؟

ب) با چه تبدیل هایی می توان A را به B منتقل کرد؟

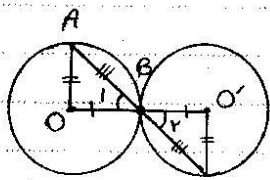


شکل های هم نهشت (مساوی) داریم که در تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن و دوران) اندازه ی شکل تغییری نمی کند و شکل حاصل با شکل اولیه مساوی است.
 ولی بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) در صفحه به شکلی دیگری تبدیل کنیم، می توانیم این دو شکل با هم مساوی (هم نهشت) اند. دو شکل A و B با هم هم نهشت (مساوی) هستند و این عبارت را در ریاضی به صورت نشان می دهیم.



اگر رأس های شکل A را A, B, C و رأس های شکل B را A', B', C' بنامیم، می توانیم بنویسیم:

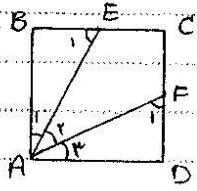
مثال: در شکل مقابل، $\overline{AB} = \overline{BC}$ و دایره ها مساوی هستند. دلیل هم نهشتی $\widehat{O'BC}$ و \widehat{OAB} را بنویسید و اجزای متناظر را به دست آورید.

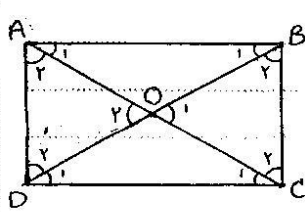


اصلاح متناظر	{	$\overline{AB} = \overline{BC}$	}	زوای متناظر	{	$\widehat{O} = \widehat{O'}$
		$\overline{AO} = \overline{CO}$ (شعاع)				$\widehat{A} = \widehat{C}$
		$\overline{OB} = \overline{O'B}$ (شعاع)				$\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$ (مقابل بزین)

برای دلیل مساوی بودن دو مثلث \widehat{BOC} و \widehat{ABO} ، ۳ دلیل لازم است که کافی است هنگام نوشتن اجزای متناظر از بین زوای و اضلاع برای ۳ دلیل داشته باشیم، در بالا دلیل را داخل پرانتز نوشتیم.

تمرین در کلاس ۱۰۰: در شکل مقابل، E و F وسط دو ضلع مربع هستند و مثلث های \widehat{ADF} و \widehat{ABE} هم نهشت اند. تساوی اجزای متناظر این دو مثلث را بنویسید.





تمرین در کلاس: در شکل زیر، مثلث $\triangle ADO$ و $\triangle BOC$ هم‌بند هستند.

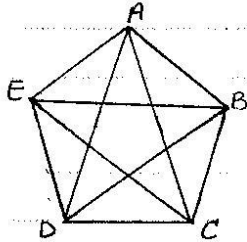
الف) این موضوع را با یک مدرسه‌ای نمایش دهید.

ب) اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید.

ج) اگر $\triangle BCD \cong \triangle ADC$. اجزای متناظر را برای این دو مثلث بنویسید.

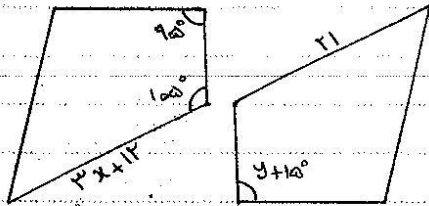
تمرین در کلاس: مثلث‌های $\triangle BDC$ و $\triangle EDC$ هم‌بند هستند. اجزای متناظر آن‌ها را بنویسید.

(۵ منجر منظم است.)



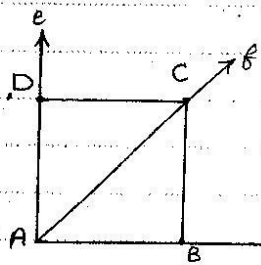
تمرین در کلاس: اگر دو نیم‌دوشکل زیر هم‌بند هستند:

الف) مشخص کنید با چه تبدیلی دو شکل زیر بر هم منطبق می‌شوند؟



ب) مقدار x و y را بدست آورید.

تمرین‌های تکمیلی فصل چهارم:



۱) در شکل زیر، نام خط‌ها، نیم‌خط‌ها و پاره‌خط‌ها را با یک راجع در تساوی بنویسید.

۲) روی خط‌داره شده، نقطه‌گذاری دهیم. در این صورت روی آن چند پاره‌خط قابل معاشق است؟



با توجه به شکل، هر تساوی را با نوشتن طول پاره‌های مناسب، کامل کنید.



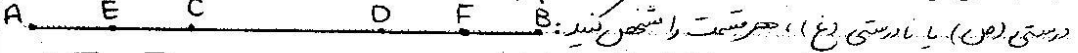
۳) $\overline{AC} + \dots = \overline{AE}$ ۴) $\dots - \overline{EB} = \overline{AE}$

پاره خط AB بر ۴ قسمت مساوی تقسیم شده است. تساوی را تکمیل کنید.



- ۵) $\overline{AB} = \dots \times \overline{AM}$ ۱۰) $\overline{AP} - ۳\overline{MN} = \overline{MB} - \overline{PB}$
- ۶) $\overline{AB} - \overline{NB} = \dots = \dots \times \overline{MN}$ ۱۱) $\overline{AN} - \overline{MN} = \overline{AB}$
- ۷) $\overline{AM} + \overline{MP} = \overline{PB}$ ۱۲) $\overline{AN} - \overline{NB} = ۴\overline{NP}$
- ۸) $\overline{AP} = \overline{MN}$ ۱۳) $\overline{AM} - \overline{MN} - \overline{NP} = \overline{MN}$
- ۹) $\overline{AN} = \overline{PB}$ ۱۴) $۴\overline{AM} + \overline{NP} = ۶\overline{PB}$

در شکل زیر، $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DB}$ است. همچنین E و F وسط پاره‌های \overline{AC} و \overline{DB} قرار دارند.



- ۱۵) $\overline{AD} = \overline{BC}$ ۱۷) $\overline{AE} = \frac{1}{8} \overline{EB}$
- ۱۶) $\overline{CF} = \frac{1}{3} \overline{AC}$ ۱۸) $\overline{EF} - \overline{FD} = ۳\overline{DF}$

۱۹) در جای خالی علامت مناسب $< = >$ قرار دهید.

$$\left. \begin{array}{l} \overline{EF} > \overline{AB} \\ \overline{AB} > \frac{1}{4} \overline{MN} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{EF} > \frac{1}{4} \overline{MN}$$

۲۰) ابراهیم بنویسد:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AG} > \overline{LM} \\ \overline{LM} = \overline{CD} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

(۲۱) یک پاره خط $\overline{AB} = ۷$ ، $\overline{BC} = ۱$ ، $\overline{DE} = ۶$. شکل مثلثی دهند؟ چرا؟

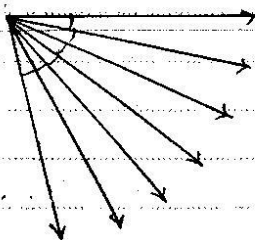
(۲۲) پاره خط \overline{AB} دارای طول ۶cm است. M وسط \overline{AB} و N وسط \overline{AM} و D وسط \overline{NB} .
 شکل فرضی را کامل کنید و اندازه‌ی هر یک از پاره خط \overline{AB} را روی آن بنویسید.



(۲۳) در شکل مقابل، نقطه‌های M و N را بچوب به شرط‌های گفته شده نمایش دهید:
 الف) نقطه‌ی M را در سه واحدی از A و چهار واحدی از C قرار دهید.
 ب) نقطه‌ی N را در فاصله‌ی مساوی از A و O بگذارید.

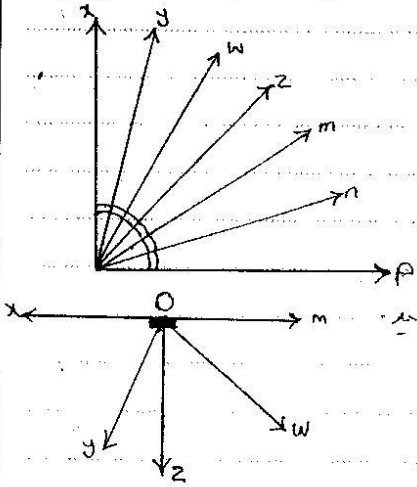


(۲۴) پاره خط \overline{AB} را به طول ۷.۱۵cm رسم کنید و نقطه‌ی C را طوری روی آن قرار دهید که $\overline{AC} = \frac{۲}{۳}\overline{BC}$ باشد.



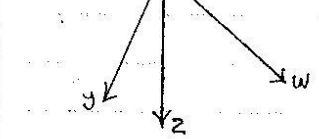
(۲۵) در شکل مقابل: الف) رأس و امتدادها را نام گذاری کنید.
 ب) نام تمام زوایای تند را بنویسید.
 (هر یک سه حرف رأس و امتدادها)
 ج) نام تمام زوایای تند را با در نظر گرفتن یک حرف رأس بنویسید.

۲۶. در شکل زیر، عمودی زاویه‌های کوچک با هم برابرند. درستی (ص) یا نادرستی (ع) هر عبارت را مشخص کنید.



- الف) $\widehat{xOz} = \widehat{xOn} - \widehat{zOn}$... ص ... ع
- ب) $\widehat{zOw} + \widehat{wOx} = \widehat{wOp} - \widehat{mOp}$... ص ... ع
- ج) $\widehat{zOm} - \widehat{zOx} = 90^\circ$... ص ... ع

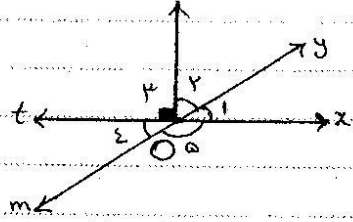
۲۷. با توجه به شکل، دو جهت زاویه منقسم در دو جهت زاویه منقسم بنویسید.



۲۹. تقاضی دو زاویه منقسم 36° است. زاویه بزرگتر چند درجه است؟

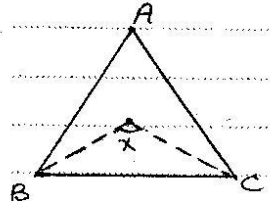
۳۵. نسبت دو زاویه منقسم ۱ به ۲ است. منقسم زاویه کوچکتر را به دست آورید.

۳۱. در شکل زیر، $\widehat{xOy} = \frac{1}{4} \widehat{xOz}$ است. اندازه‌ی زاویه‌های خواسته شده را بنویسید. ($\widehat{Op} = 90^\circ$)

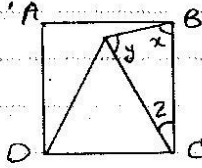


- $\widehat{Op} = ?$
- $\widehat{Oy} = ?$
- $\widehat{Oz} = ?$
- $\widehat{Ot} = ?$

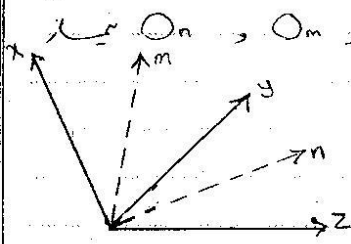
۳۲. در شکل زیر، خط چین‌ها موازی‌اند و $\widehat{A} = 80^\circ$ و $\widehat{C} = 50^\circ$ ، مطلوب است اندازه‌ی \widehat{x} .



۳۳) در مثلث ABC مربع است و MCD مثلث مستوی الاضلاع، اوی پری پرده خطای هم اندازه است. کجاست قرار دهید اندازه زوای \hat{x} و \hat{y} و \hat{z} را پیدا کنید.



۳۴) در مثلث زیر، $\hat{x} \hat{O} \hat{y} = 70^\circ$ و $\hat{y} \hat{O} \hat{z} = 40^\circ$ است. اگر O_m و O_n میانه باشند، اندازه زوای زیر را بدست آورید.



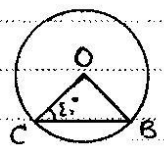
الف) $\hat{m} \hat{O} \hat{y} =$

ب) $\hat{y} \hat{O} \hat{n} =$

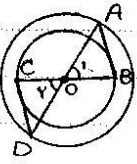
ج) $\hat{m} \hat{O} \hat{n} = \frac{1}{4} \hat{x} \hat{O} \hat{z}$ درست است؟ چرا؟

۳۵) زوای منتهی $5x+3$ و $\frac{11}{3}x-2$ و $\frac{2}{3}x-1$ است. زاوی بی طرف چند درجه است؟

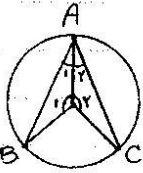
۳۶) در مثلث زیر، اندازه زوای \hat{O} و \hat{B} چند درجه است؟



در حرکت از شکل های زیر، دو مثلث با هم، هم پهن هستند. ابتدا مشخص کنید با چه تبدیلی این مثلث ها بر هم منطبق می شوند؟ سپس اجزای متناظر آن ها را بنویسید.



(۳۷)



(۳۸)

جایهای خالی را پر کنید.

۳۹) وسط هر پاره خط، از دو سر آن پاره خط می باشد.

۴۰) در مثلث همسایه اضلاع، اندازه ی هر زاویه درجه است.

۴۱) از یک نقطه خط محدود می توان یک خط رسم کرد.

۴۲) دو زاویه که متمم هایشان مساوی است هستند.

۴۳) مثل زاویه 40° است.

۴۴) متمم زاویه 80° است.

۴۵) زاویه ی مقابل بر رأس یک زاویه 75° درجه است.

۴۶) خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم از علم هندسه اند.

۴۷) روی یک خط نقطه قرار دارد.

۴۸) دو زاویه مقابل بر رأس با هم

۴۹) وقتی دو مثلث کاملاً بر هم منطبق باشند، آن ها را می خوانند.

۵۰) مثلث ها را با توجه به ... دسته تقسیم می کنند.

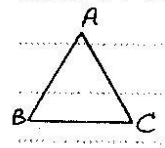
۵۱) یک نیم خط دارای ابتدایی و انتهایی است.

۵۲) اگر پاره خطی را از یک طرف ادامه دهیم، دو ... بوجود می آید.

۵۳) مثلثی که دو ضلع هم اندازه داشته باشد، مثلث نامیده می شود.

۵۴) حاصله ی دو نقطه ی A و B عبارت است از ...

۵۵) در مثلث مقابل، رابطه ی $AC > BC + \dots$ برقرار است.



۵۶) دو زاویه ای که مجموع آن 180° باشد، دو زاویه می نامند.

۵۷) در دو شکل هندسی هم نشسته، اجزای متناظر برابرند.

۵۸) از دو نقطه فقط یک خط می گذرد.

درستی (ص) یا نادرستی (ع) عبارات زیر را مشخص کنید.

- (59) در ریاضیات، برای نام گذاری نقاط، از حرف کوچک الفبایی استفاده می‌کنیم. ص ع
- (60) زاویه منفرجه یا باز، زاویه‌ای است که اندازه‌ی آن از 90° بیشتر باشد. ص ع
- (61) زاویه‌ی بازار زاویه‌ی نیم صفحه بزرگتر است. ص ع
- (62) اگر یک پاره خط را از دو طرف ادامه دهیم، سه نیم خط به وجود می‌آید. ص ع
- (63) از یک نقطه، فقط یک خط راست می‌گذرد. ص ع
- (64) اگر دو پاره خط 6 نقطه داشته باشیم، 8 پاره خط ایجاد می‌شود. ص ع
- (65) مجموع دو زاویه‌ی قائمه یک زاویه‌ی نیم صفحه است. ص ع
- (66) مجموع دو زاویه‌ی متکم، 180° درجه است. ص ع
- (67) مجموع دو زاویه‌ی مکمل، 180° درجه است. ص ع
- (68) دو زاویه‌ی متکم با هم مساوی هستند. ص ع
- (69) چند ضلعی‌هایی که هیچ زاویه‌ی بزرگ‌تر از 180° ندارند، محدب نامیده می‌شوند. ص ع
- (70) مثلث قائم‌الزاویه نمی‌تواند متساوی‌الساقین باشد. ص ع
- (71) مکمل زاویه‌ی 35° برابر با 145° است. ص ع
- (72) وقتی قوس‌های منتهی را نسبت به یک خط می‌بینیم، تصویر برآورد آن‌ها مساوی و هم جهت شکل اولیه است. ص ع
- (73) اگر دو نیم‌خطی را با یک یا چند تبدیل در صفحه بر شکل اولیه منطبق کنیم می‌توانیم دو شکل با هم هم‌بند است. ص ع

نمونه تست فصل چهارم

۱) کدام گزینه تساوی $\overline{OC} = \overline{OD} + (\overline{OD} - \overline{BD})$ را کامل می‌کند؟

- (۱) \overline{CD} (۲) \overline{BC} (۳) \overline{OA} (۴) \overline{AC}

۲) پاره خط \overline{AB} نصف \overline{CD} و \overline{CD} سه برابر \overline{EF} است. اگر $\overline{CD} = 6$ باشد، اندازه‌های \overline{AB} و \overline{EF} کدام است؟

- (۱) ۳ و ۲ (۲) ۳ و ۳ (۳) ۲ و ۴ (۴) ۲ و ۳

۳) دو زاویه \hat{A} و \hat{B} متقابل به راس و متمم یکدیگرند. شکل زاویه A چقدر است؟

- (۱) 55° (۲) 6° (۳) 90° (۴) 135°

۴) اگر اندازه‌های ضلع‌های زاویه‌ی راسه بزرگتریم، اندازه‌ی زاویه ...

- (۱) ۳ برابر می‌شود (۲) ۶ برابر می‌شود (۳) $\frac{1}{3}$ برابر می‌شود (۴) تغییری نمی‌کند

۵) دو زاویه‌ی مجاور متمم یکدیگرند. اگر اندازه‌ی یکی از آن‌ها 40° باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی بین نیم‌خط‌های این دو چقدر است؟

- (۱) 20° (۲) 75° (۳) 135° (۴) 55°

۶) روی پاره خط \overline{AB} پنج نقطه‌ی دیگر واقع شده است. تعداد کل پاره خط‌های ایجاد شده برابر است با:

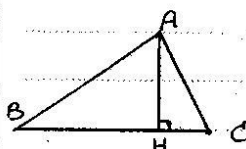
- (۱) ۱۰ (۲) ۲۱ (۳) ۲۵ (۴) ۲۸

۷) مجموع سه زاویه 260° درجه‌ی باشد. اگر زاویه‌های (۱) و (۲) متقابل به راس و زاویه‌های (۲) و (۳) مکمل باشند، زاویه‌ی بزرگ‌تر چند درجه است؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۸۰

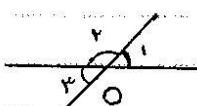
۸) در شکل مقابل، AB بر AC عمود است و $\hat{BAH} = 25^\circ$. اندازه‌ی \hat{C} کدام است؟

- (۱) 30° (۲) 25° (۳) 35° (۴) 45°



۹) در شکل روبه‌رو، اگر زاویه‌های \hat{O}_1 و \hat{O}_2 متمم باشند، $\hat{O}_3 = ?$

- (۱) 14° (۲) 135° (۳) 130° (۴) 115°



فصل ششم: سطح و حجم

به هر شیئی یا جسمی که تقارن را انتقال می‌کنند، «...» گفته می‌شود.
 حجم‌ها در دسته‌ی «...» و «...» تقسیم می‌شوند.
 (۱) «جسم‌های هندسی»: شکل مشخص و تعریف شده‌ای دارند، مثل: حجم‌های منشوری (منشور، استوانه)، حجم‌های هرمی (مخروط)، حجم‌های کره‌ای (کره، ...).
 (۲) «جسم‌های غیر هندسی»: شکل مشخص و تعریف شده ندارند، مثل: سیب، گلوله‌ی پستی، زباله‌ای که در گوشه‌ای جمع شده است.

انواع حجم‌های هندسی و خصوصیاتشان:
 ① حجم‌های منشوری: دو ... دارند که از دو چند ضلعی ... تشکیل شده است و بر وسیله‌ی ... بهم متصل شده‌اند. بدنه‌ی این حجم‌ها از ... تشکیل شده است.

② حجم‌های هرمی: نقطه‌ای ... تشکیل شده‌اند که به شکل یک ... است. رأس‌های ... و مثل می‌شوند. به شکل ... هستند.

③ حجم‌های کره‌ای: بر اثر دوران یک ... حول ...، حجم‌های کره‌ای پدید می‌آیند.

مشکلاتی که در شکل‌دهندگی حجم‌های منشوری:
 که بر دو سطح ... و ... یک حجم منشوری می‌تواند
 که بر هر یک از سطح‌های ... یک منشور، «...» گفته می‌شود.
 که بر محل برخورد سطح‌های یک حجم هندسی، «...» گفته می‌شود. (لبه‌های حجم).
 که بر فضای برخورد هر سه سطح «...» گفته می‌شود به عبارتی به فضای برخورد پیل‌ها و قاعده‌ی یک حجم منشوری می‌گویند.
 که حاصله بین دو قاعده‌ی ... را «...» منشوری گویند.

* نکته ۱: ... یعنی حجم ... است که قاعده‌های آن به شکل ... می‌باشد.
 * نکته ۲: اگر مقدار ... ضایع زیاد شود، منشور به ... نزدیک می‌شود.

* نکته ۳: یک منشور n پهلو، دارای وجه جانبی، رأس و بال است.
 مثال: یک منشور ۷ پهلو چند وجه جانبی، چند رأس و چند بال دارد؟

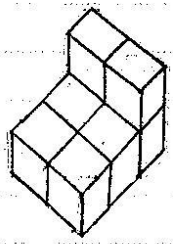
وجه جانبی = $n = 7$

رأس = $2n = 2(7) = 14$

بال = $3n = 3(7) = 21$

مقطع زدن
 اگر یک منشور را با یک قیچی یا چاقو برش برنیم و سطح برش خورده را رنگ کرده و روی یک کاغذ برنیم، اشکال به شکل های هندسی، مانند مربع، مستطیل، بیضی و... دیده می شود. به این کار «برش کردن» می گویند.

نما (تصویر یک حجم از جهت های مختلف)
 اگر یک حجم هندسی را از ابعاد مختلف (پهلو، بالا، سمت راست و چپ) نگاه کنیم، شکل های هندسی متفاوتی دیده می شود. به عنوان نمونه، حجم زیر از چهار نما به شکل های زیر دیده می شود:



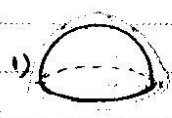
پهلو

بال

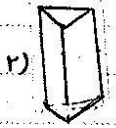
چپ

راست

مهمترین درکها: حرکت از اشکال هندسی زیر، جز کدام دسته از حجم ها (منشورها، هرم ها، حجم های گوی) قرار می گیرند؟

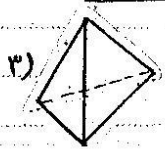


۱)

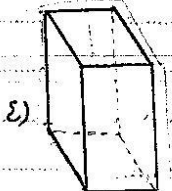


۲)

۵)



۳)



۴)

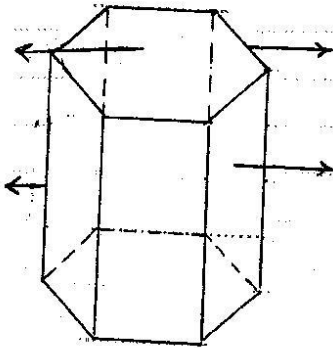
۵)

۶)

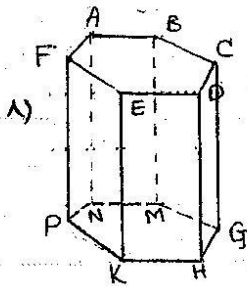
۷)

۸)

تمرین در کلاس ۱۷: نام حرکت قسمت‌های مشخص شده در شکل را بنویسید.



تمرین در کلاس: در حرکت از جهتهای زیر، وجه‌های جانبی، باله و رأس را نام ببرید.

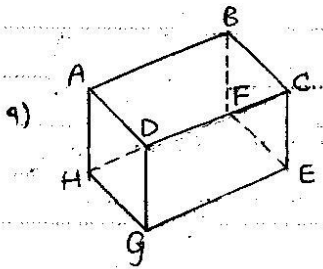


وجه‌های جانبی:

باله:

رأس:

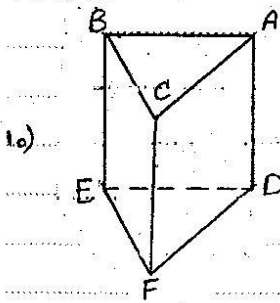
وجه‌های جانبی:



باله:

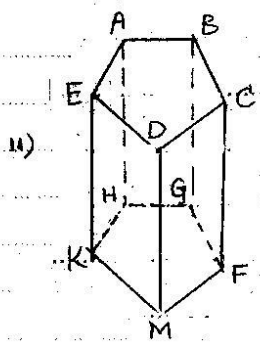
رأس:

وجه‌های جانبی:



باله:

رأس:



۱۱)

وصف جانی

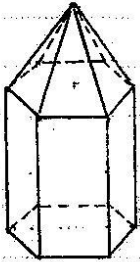
پای :

رأس :

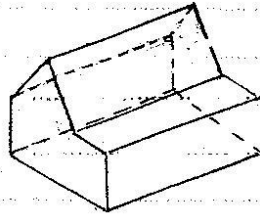
تمرین در کلاس (۳) : یک دستور ۵ پهلو داری چند رأس، چند پای و چند وجه جانی است ؟

تمرین در کلاس : مشخص کنید هر یک از حجم های زیر، ترکیب چه حجم هایی هستند ؟

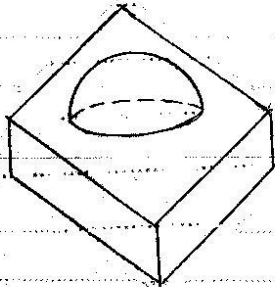
۱۳)



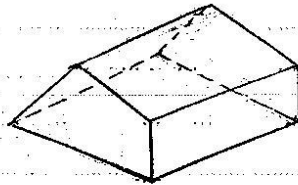
۱۴)



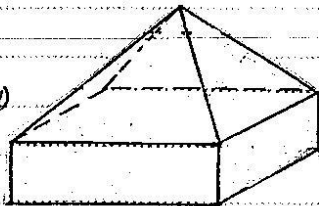
۱۵)



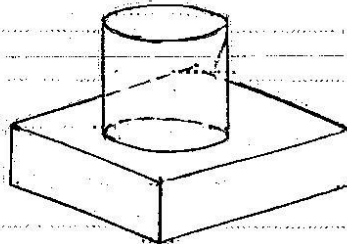
۱۶)



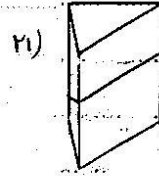
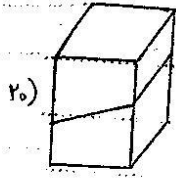
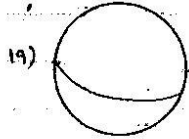
۱۷)



۱۸)



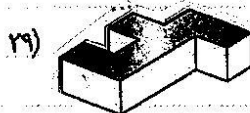
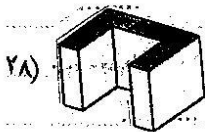
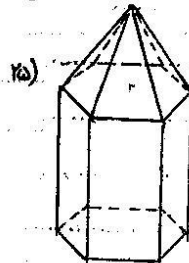
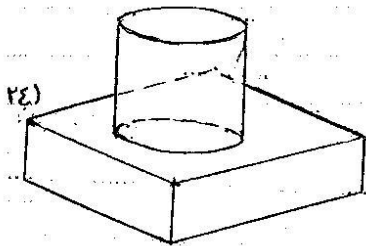
تمرین در کلاس: در هر یک از شکل های زیر، اگر از قسمت مشخص شده شطرنج را بریم و سطحی که ایجاد شده را رنگ بزنیم، کجیم، اثر آن بر چه شکلی است؟



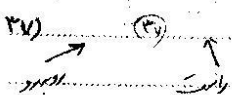
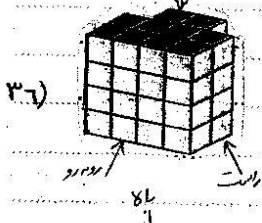
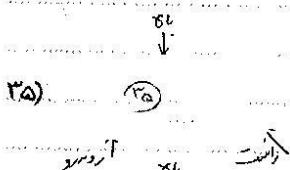
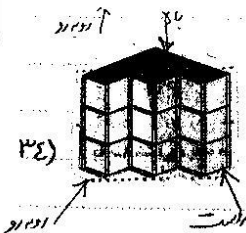
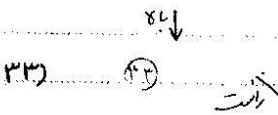
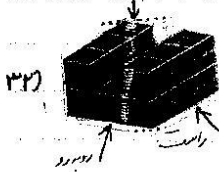
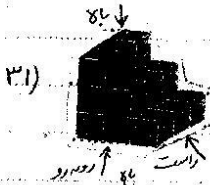
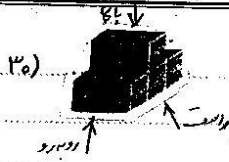
تمرین در کلاس: با مقطع زدن کدام شکل چهار هندی، دایره ایجاد می شود؟

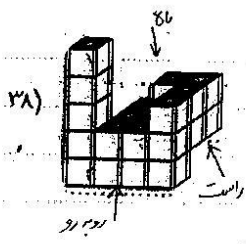
تمرین در کلاس: با مقطع زدن کدام شکل صندلی، مربع ایجاد می شود؟

تمرین در کلاس: دید از بالای مشهورهای زیر را رسم کنید.

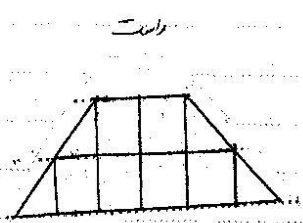
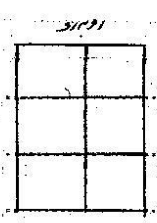
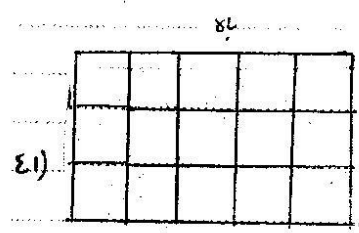
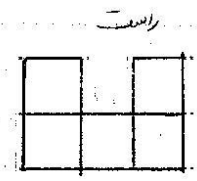
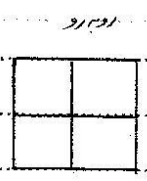
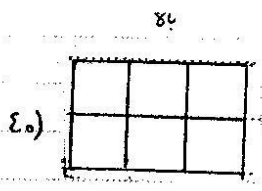
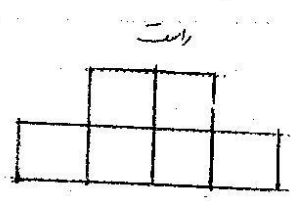
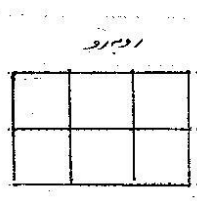
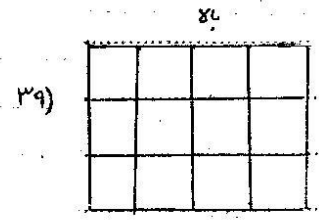


تمرین در کلاس: تصویر هر یک از شکل های زیر را از سه طرف (رو، بوی، بالا، راست) رسم کنید.





بهرین در کلاس، یک حجم از بالا، راست و روبه روی صورت های زیر دیده می شود، آن را رسم کنید.

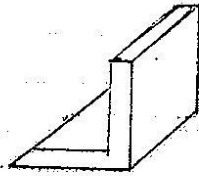


حسابات حجم‌های منشوری

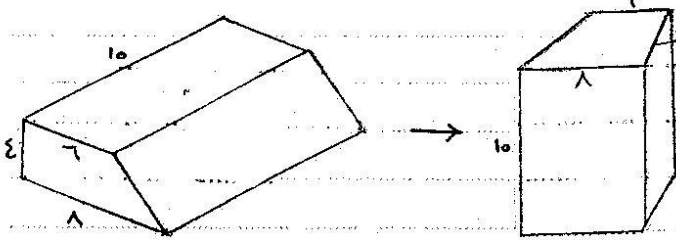
① حجم: برای محاسبه‌ی حجم‌های منشوری از رابطه‌ی
 که آن را به صورت $V = S_{\text{مربع}} \times h$ می‌نویسند، استفاده می‌کنیم که در آن حجم را با V ، مساحت
 قاعده را با $S_{\text{مربع}}$ و ارتفاع را با h نمایش می‌دهیم.

* نکته: برای محاسبه‌ی حجم یک منشور باید ابتدا $S_{\text{مربع}}$ را درست مشخص دهیم، زیرا

همان طور که شما گفته شده:



مثال: حجم منشور زیر را بدست آورید.



$$V = S_{\text{مربع}} \times h \rightarrow V = 28 \times 10 = 280$$

$$\begin{cases} S_{\text{مربع}} = \frac{(a+b) \times h}{2} = 28 \\ h = 10 \end{cases}$$

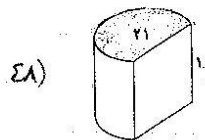
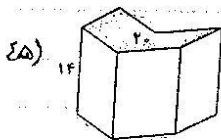
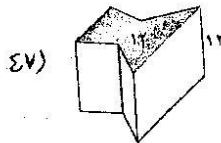
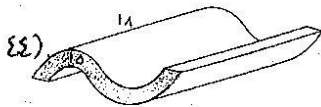
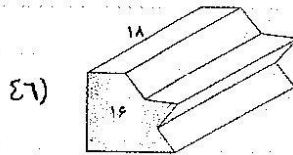
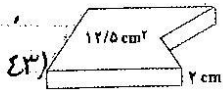
مثال: حجم استوانه‌ای را بیابید که شعاع قاعده‌ی آن 10 cm و ارتفاع آن 4 cm است.

$$V = S_{\text{مربع}} \times h \rightarrow V = 414 \times 4 = 1656 \text{ cm}^3$$

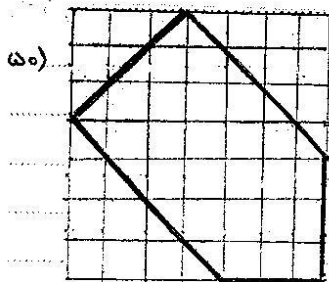
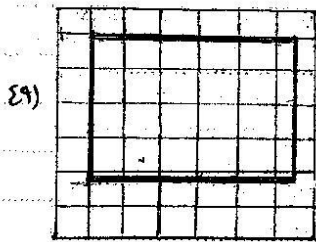
$$\begin{cases} S_{\text{مربع}} = \pi r^2 = 414 \\ h = 4 \end{cases}$$

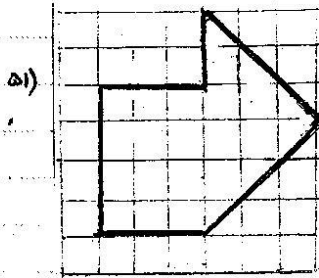
تمرین در کلاس: قاعده‌ی یک منشور هکسگونی که تا این صفحه از فصل نهم در جزوه دیده‌اید را مشخص کنید.

میزان درکلاس : حجم هر یک از شکل های زیر را با توجه به مساحت قاعده و ارتفاع داده شده حساب کنید

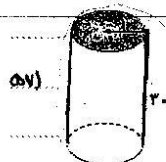
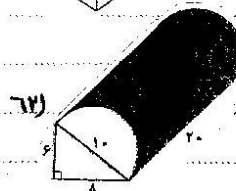
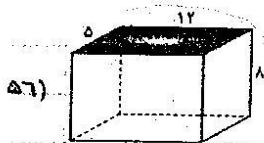
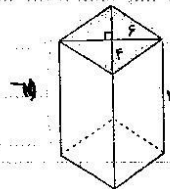
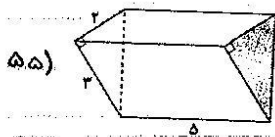
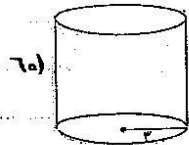
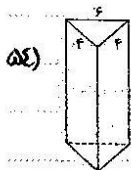
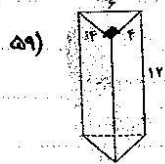
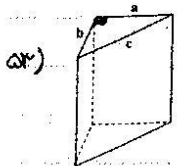
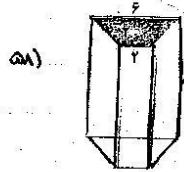
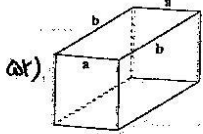


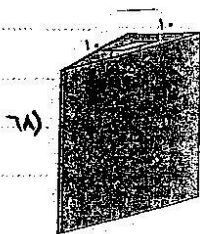
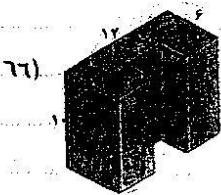
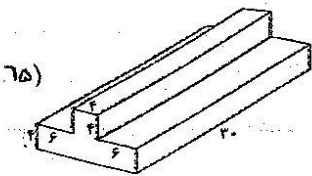
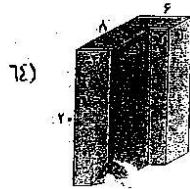
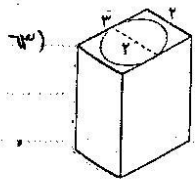
میزان درکلاس : روی هر یک از قاعده های زیر منتهی بر ارتفاع 4 cm در دست می کنیم حجم هر یک را بدست آورید

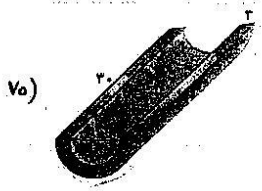
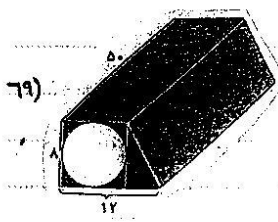




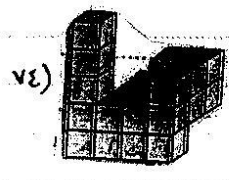
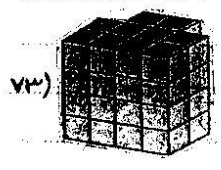
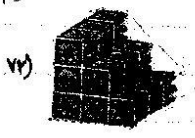
تمرین در کلاس : ابتدا مساحت قائده و سپس حجم هر یک از جسم های زیر را حساب کنید.







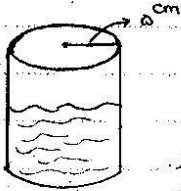
تمرین در کلاس : برای هر کدام از شکل های زیر اگر بدانیم حجم هر مکعب کوچک (است) ، حجم شکل را بیابید



تمرین در کلاس : ۱- قاعده ی یک منشور سه پلو مثلث قائم الزاویه ای به اضلاع ۶ و ۸ و ۱۰ است . اگر ارتفاع این منشور ۲۰ باشد ، حجم این منشور را بدست آورید

تمرین در کلاس : ۲- حجم استوانه ای با شعاع قاعده ی ۱۰ و ارتفاع ۲۰ بیشتر است . با استوانه ای با شعاع قاعده ی ۲۰ و ارتفاع ۲۰

مسئله: اگر درون ظرف مقابل سنگی به حجم 150 cm^3 بندازیم آب تا چه ارتفاعی بالا می آید؟ ($R=3$)



اگر یک شیء یا مایع بی شکل را داخل ظرفی بندازیم به اندازه V حجم از ظرف حجم اشغال می کند. بیدید فکر کنیم این سنگ مثل آب حجم را اشغال می کند یعنی آن روی ظرف بر می خیزد تا یک ارتفاعی بالا می آید. دلیل این تصور این است که سنگ را روی آب در اندازیم و به اندازه حجم سنگ به حجم آب اضافه می شود. بنابراین کافی است با حجم معلومی که در صورت سؤال به ما داده شده و همچنین مساحت قاعده ای استوانه یک معادله تشکیل دهیم و ارتفاع را محاسبه کردار دهیم:

$$V = S_{\text{قاعده}} \cdot h$$

$$150 = (\pi r r) h$$

$$150 = (3 \times 3 \times \pi) h \rightarrow 150 = 9\pi h \rightarrow h = \frac{150}{9\pi} = 2 \text{ cm}$$

یعنی ارتفاع آب درون استوانه 2 cm زیاد می شود.

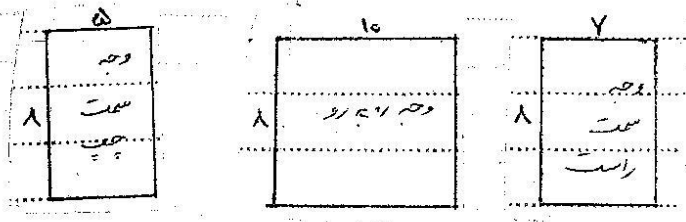
تمرین در کلاس (۷۷): چاهی به عمق 24 متر حفر کرده ایم. شعاع دهانه این چاه 150 متر است. وقتی خاک بیرون ریخته می شود، حجم آن 1/3 برابر می شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطح به ابعاد 10 و 5 و 5 به طور کیوانت ریخته شود، یک مکعب مستطیل به وجود می آید. ارتفاع این مکعب مستطیل چند متر خواهد شد؟

تمرین در کلاس (۷۸): وقتی به شکل مکعب مستطیل به ابعاد 150، 30، 8 متر دهانه ای قرار دارد. این حوض پر از آب است و ما شیر تخمیه از کدر در هر دقیقه 60 لیتر آب را خارج می کنند در حال کلیه ای آب آن هستیم. چند ساعت طول می کشد تا آب دستخوشی شود؟

تمرین در کلاس (۷۹): یک چاه به شعاع قاعده 18 متر و ارتفاع 5 متر داریم. شیر آب در هر دقیقه 120 لیتر آب بیرون می آید. پس از چند دقیقه چاه پر می شود؟ ($R=3$ و $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ lit}$)

④ مساحت جانبی منشور:

مساحت جانبی جری حجم های منشوری را از رابطه ی $S_{\text{جانبی}} = P_{\text{مقابل}} \times h$ تعیین می دهیم که در آن $P_{\text{مقابل}}$ مساحت جانبی منشور مقابل را به دست آورید
 به دست می آوریم و آن را به صورت $S_{\text{جانبی}} = P_{\text{مقابل}} \times h$ از سطح حجم منشوری است

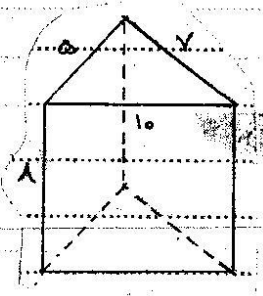


$$(5 \times 8) + (10 \times 8) + (7 \times 8)$$

$$40 + 80 + 56 = 176$$

$$h(5 + 10 + 7) = 176$$

* نکته: برای به دست آوردن مساحت جانبی یک مکعب مستطیل، می توان یک رابطه ی کلی ارائه کرد، زیرا بسته به این که مکعب مستطیل از چه وجهی روی زمین قرار گرفته است، مساحت جانبی آن متفاوت می شود.
 مثال: مکعب مستطیلی به ابعاد ۸، ۵، و ۱۲ را در دو حالت مقابل قرار داده ایم. در هر دو حالت مساحت جانبی آن را به دست آورید



$$S_{\text{جانبی}} = P_{\text{مقابل}} \times h$$

$$S_{\text{جانبی}} = 27 \times 12 = 324$$

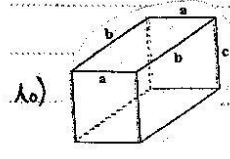
$$\begin{cases} P_{\text{مقابل}} = (2 \times (8 + 5)) = 26 \\ h = 12 \end{cases}$$

$$S_{\text{جانبی}} = P_{\text{مقابل}} \times h$$

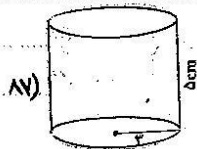
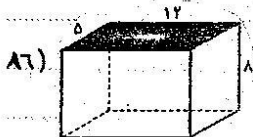
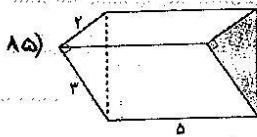
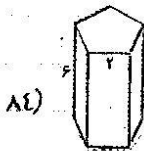
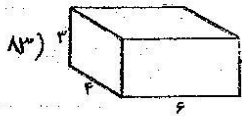
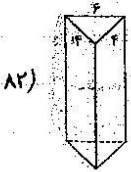
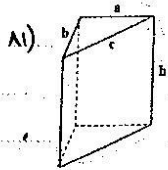
$$S_{\text{جانبی}} = 20 \times 5 = 100$$

$$\begin{cases} P_{\text{مقابل}} = (2 \times (12 + 8)) = 40 \\ h = 5 \end{cases}$$

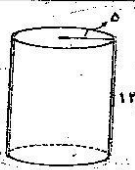
تجزیه در کلاس: مساحت جانبی حجم های زیر را حساب کنید



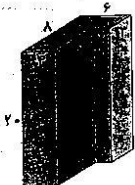
۸۰)



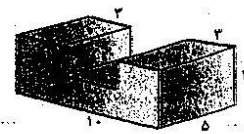
88)



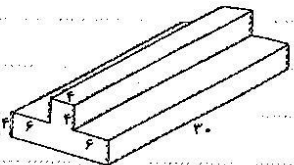
89)



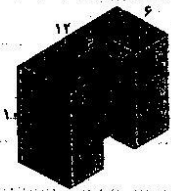
90)



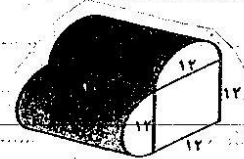
91)



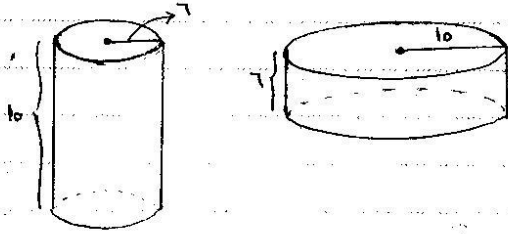
92)



93)



تمرین در کلاس ۹۵: در دو استوانه‌ی زیر اندازه‌ی شعاع و ارتفاع جانبی جاشده است. مساحت جانبی دو استوانه را محاسبه کرده و با هم مقایسه‌ی آنها بجزئی‌کنید. (۳۵=۳)



تمرین در کلاس ۹۵: اگر شعاع‌ی از یک کره‌ی هم‌سایز به شعاع ۲۵۰۰۰۰ تعین باشد، برای رنگ کردن آن به شکل منشور ۵۰ پهلوی، که ارتفاع هر یک از آنها ۶ متر و ضلع قائده‌ی آن ۴ متر است به چیدمان نیاز داریم؟

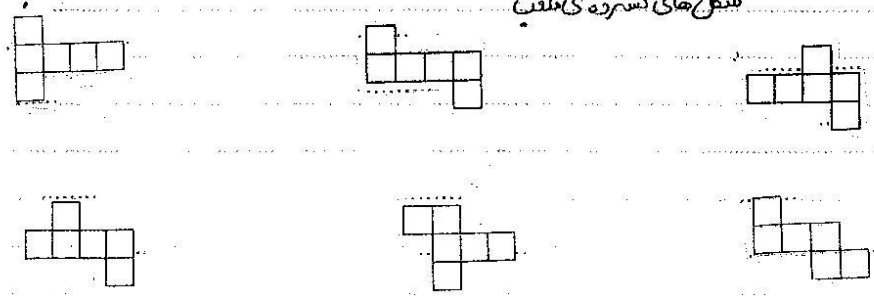
تمرین در کلاس ۹۶: اگر برای کاشی کردن اطراف یک استوانه به شکل استوانه به شعاع قائده‌ی ۵۰^{cm} و سطح ۲۵۰۰۰۰ تعین پرداخت شود، در صورتی که هر تریه‌ی هم‌سایز کاشی کاری ۳۰۰۰۰۰ تعین باشد، ارتفاع استوانه چقدر بوده است؟ (۳=۳)

تمرین در کلاس ۹۷: چرخ اتومبیلی که کاملاً خیس شده است، با ۲۰ دور چرخیدن روی زمین چار خود را مشخص می‌کند تا خشک شود. اگر مساحت چرخ ۲۵ سانتی‌متر و قطر آن ۸۰ سانتی‌متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس می‌کند؟ (۳=۳)

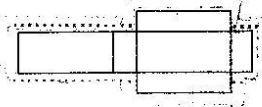
تمرین در کلاس ۹۸: اگر مساحت جانبی منشور زیر، ۱۴۰۰ باشد، حجم آن چقدر است؟ (ابتدا مقدار π را محاسبه کنید.)

گسترده‌ی حجم‌های منشوری:

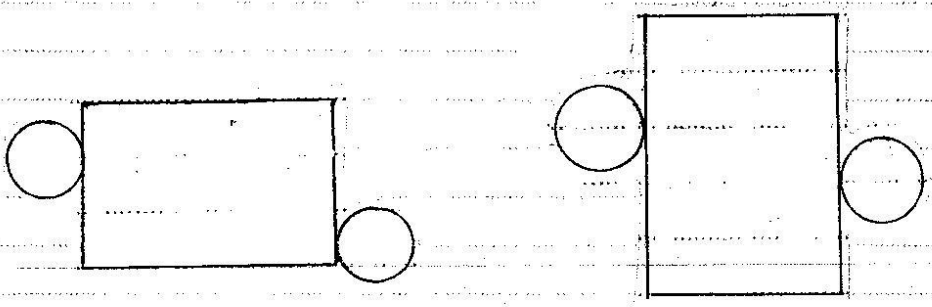
شکل‌های گسترده‌ی مثلثی



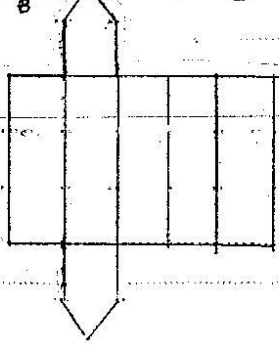
شکل گسترده‌ی مثلث مستطیل



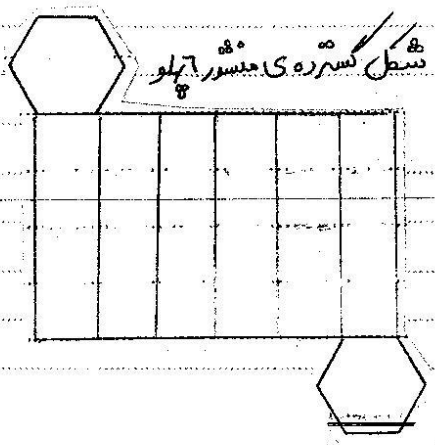
شکل‌های گسترده‌ی استوانه



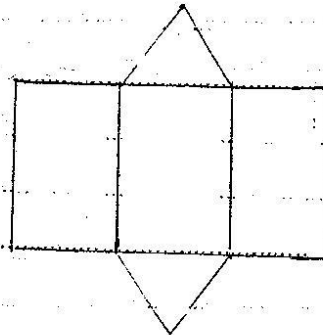
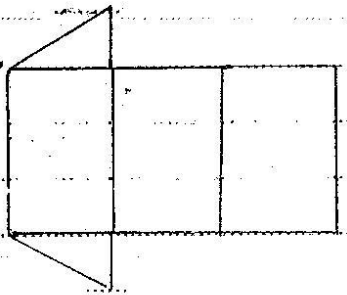
شکل گسترده‌ی منشور ۵ پهلو



شکل گسترده‌ی منشور ۶ پهلو



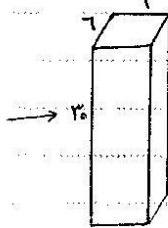
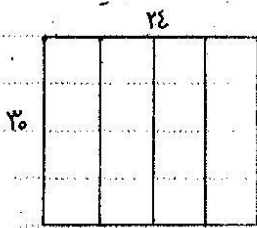
شکل های گسترده مخروط ۳ و ۵



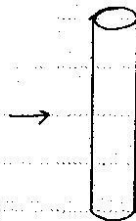
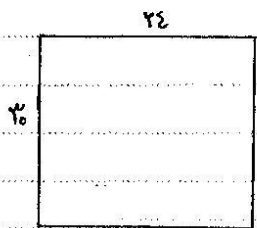
۳) مساحت کل حجم های مخروطی: با توجه به گسترده ی حجم مخروطی، مشخص است که برای بدست آوردن مساحت کل یک حجم مخروطی، باید مساحت جانبی آن را با مساحت دو قاعده ی آن جمع کرد. بنابراین:

* نکته: بین مساحت کل و حجم داشته باشند. ارتباطی نیست، زیرا ممکن است دو جسم با مساحت کل یکسان حجم غیر متساوی داشته باشند.

مثال: دو کاغذ مستطیل شکل یکسان داریم که یکی را با تا زدن به یک مثلث مستطیل و دیگری را با تا زدن به یک استوانه تبدیل می کنیم. حجم هر این دو را حساب کنید.



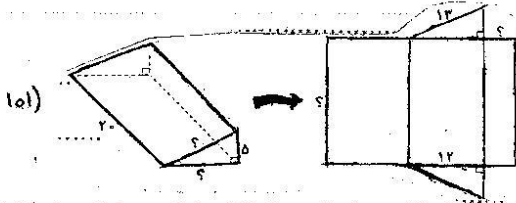
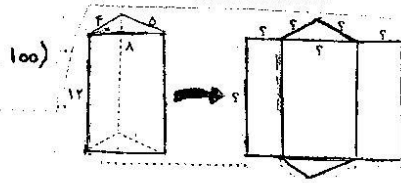
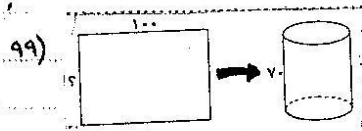
$$\begin{cases} S_{\text{قاعده}} = 7 \times 7 = 49 \\ h = 30 \\ V = S_{\text{قاعده}} \times h = 49 \times 30 = 1470 \end{cases}$$



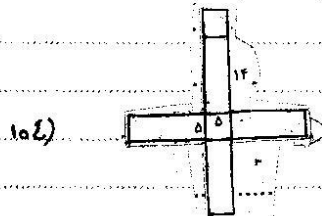
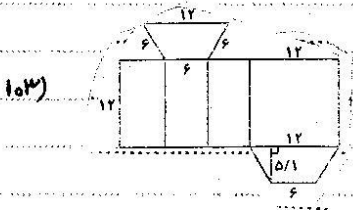
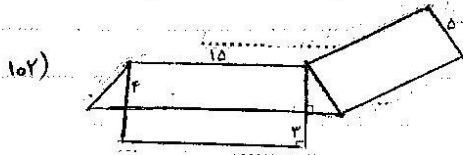
$$\begin{aligned} P_{\text{قاعده}} = 24 \quad R = 3 \quad 2\pi R = 24 \\ 2(3)r = 24 \\ 2r = 24 \\ r = \frac{24}{2} = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} S_{\text{قاعده}} = Rr = 3(12)(12) = 432 \\ h = 30 \\ V = S_{\text{قاعده}} \times h = 432 \times 30 = 12960 \end{cases}$$

تمرین در کلاس: در شکل زیر، گسترده‌ی حجم منشوری داده شده است. با توجه به حجم داده شده، به چار عدالت سؤال
 عدالت مناسب قرار دهید.

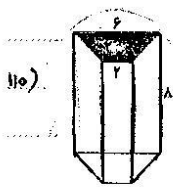
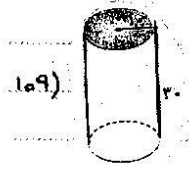
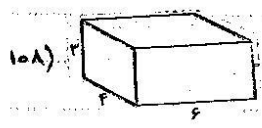
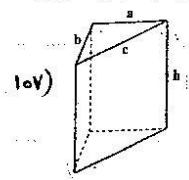
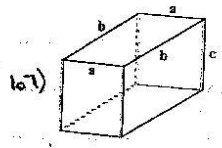


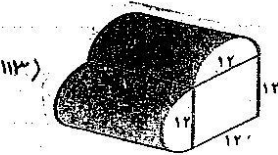
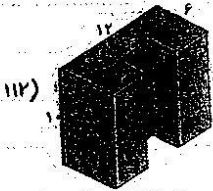
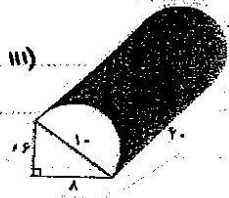
تمرین در کلاس: با توجه به گسترده‌ی حجم‌های منشوری زیر، مساحت جانبی و مساحت کل آن‌ها را بدست آورید.



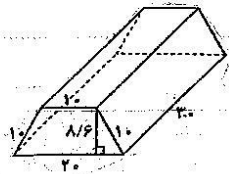
تمرین در کلاس: مساحت جانبی و مساحت کل یک منشور قائم با ارتفاع ۳ و راس درست آورید. (۱۰۵)

تمرین در کلاس: مساحت کل شکل های زیر را بدست آورید.





۱۱۴) بهترین درگاه است: مساحت‌های یک سر بازخانه برای برپایی یک اردوی آفریشی به دست کورفته اند و شیب راد چهاره‌ای به شکل
 تصویر کنونی دارند. چند متر پارچه برای ساختن هر یک از این چهاره‌ها به کار رفته است؟

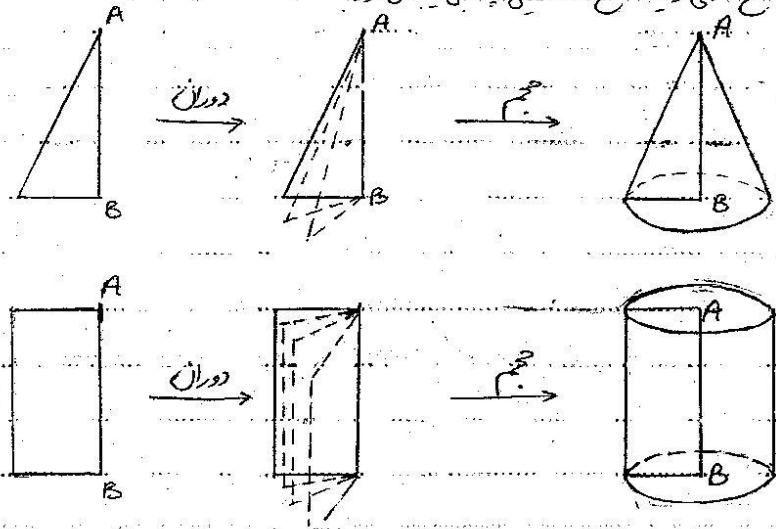


۱۱۵) بهترین درگاه است: مساحت جانبی یک کعبه مستطیل 120 cm^2 و ارتفاع آن 5 cm است. اگر طول قاعده ۳ برابر عرض
 آن‌ها باشد، حجم این کعبه مستطیل چند سانتی‌متر کعبه است؟

تمرین در کلاس: اگر ضلع یک مثلث $\frac{1}{2}$ ضلع مثلث دیگر باشد، نسبت مساحت کل مثلث اول به دوم چند است؟

حجم و سطح دوران یک سطح و تشکیل حجم:

با دوران یک سطح حول یک محور (خط) ارتفاع، حجم ساخته می شود.
 مثال: از دوران یک سطح مثلثی و یک سطح مستطیلی چه حجمی ایجاد می شود؟



* نکته: اگر یک این دو را هم استوانه و کن دوران دهیم، ارتفاع استوانه خواهد شد و محیطی که مستطیل را حول کن دوران دهیم، ارتفاع استوانه و کن استوانه خواهد شد.
 مثال: مستطیل ABCD را یکبار حول عرضش دوران داده و حجم شکل حاصل از این دوران را حساب کنید.

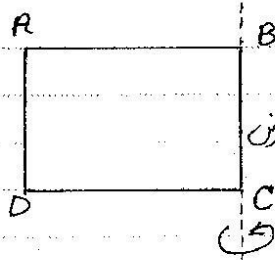
A B

D C

$$\begin{cases} h = 20 \\ r = 10 \end{cases}$$

$$V = (\pi r^2) h$$

$$V = (3,14 \times 10 \times 10) \times 20 = 7280 \text{ cm}^3$$



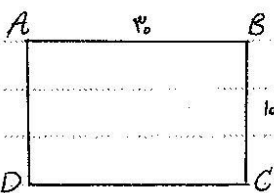
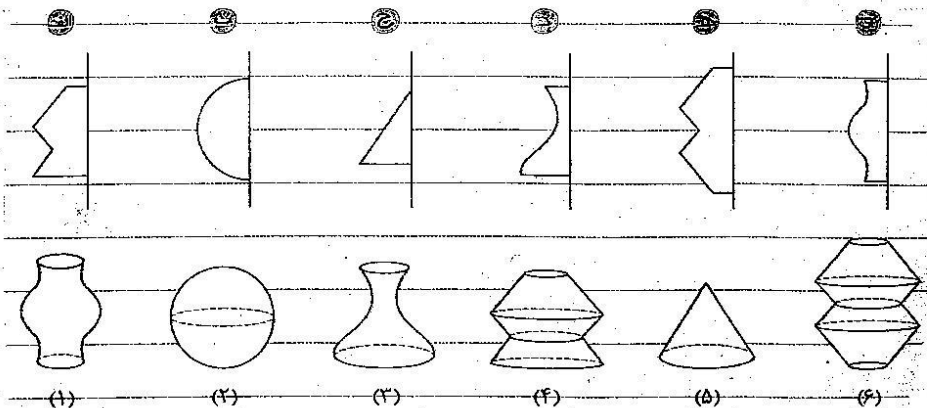
دوران حول محور

$$\begin{cases} h = 10 \\ r = 20 \end{cases}$$

$$V = (\pi r^2) h$$

$$V = (3,14 \times 20 \times 20) 10 = 12560 \text{ cm}^3$$

تمرین در کلاس (۱۱۷): مشخص کنید از دوران حرکت از شکل‌های زیر حول محور، کدام یک از حجم‌های آتا ۶ ایجاد می‌شوند؟



تمرین در کلاس (۱۱۸): با توجه به شکل:
 الف) اگر مستطیل را حول BC دوران دهیم، حجم آن چقدر خواهد شد؟

ب) اگر مستطیل را حول BC دوران دهیم مساحت کل آن چقدر خواهد شد؟

ج) اگر مستطیل را حول AB دوران دهیم، حجم آن چقدر خواهد شد؟

د) اگر مستطیل را حول AB دوران دهیم، مساحت کل شکل حاصل شده را حساب کنید؟

تمرین در کلاس (۱۱۹) یک مستطیل را حول کدام گزیند دوران دهیم تا حجم بیشتری ایجاد شود؟ طول یا عرض؟

۱) گوییم که مستطیل و استوانه هم‌بافتند. از آنجا که در این مسئله، طول یا عرض مستطیل را از طول یا عرض استوانه (مستطیل) برابر با h و طول مستطیل را r است. بنابراین با تشکیل معادله می‌توان معادله شعاع قائده استوانه را بدست آورد:

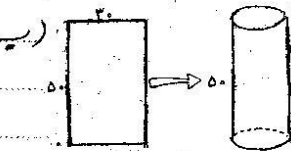
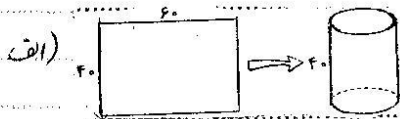
محیط قائده استوانه = محیط دایره = $2\pi r$
 در این رابطه به جای محیط قائده استوانه طول یا عرض مستطیل قرار می‌دهیم. در واقع اگر طول یا عرض مستطیل را h و شعاع قائده استوانه را r بگیریم، خواهیم داشت: $2\pi r = h$ مستطیل خواهد شد.

مسئله: مساحت جانبی یک استوانه 314 cm^2 است. اگر ارتفاع این استوانه 10 cm باشد شعاع قائده این استوانه را بدست آورید.

$$S_{\text{جانبی}} = 314 = P_{\text{قائده}} \cdot h \rightarrow 314 = P_{\text{قائده}} \times 10 \rightarrow P_{\text{قائده}} = \frac{314}{10} = 31.4$$

$$P_{\text{قائده}} = 31.4 = 2\pi r \rightarrow 31.4 = (2 \cdot 3.14) r \rightarrow r = \frac{31.4}{6.28} = 5 \text{ cm}$$

تمرین در کلاس (۱۲۰) ما توجه به گسترده‌ی حجم‌های استوانه‌ای زیر را شعاع قائده‌ی هر یک را بدست آورید. ($R=3$)



تمرین در کلاس (۱۲۱) ما یک قائده به ابعاد 2.6×3.6 یک استوانه‌ی هم‌بافتیم به طوری که سطح کوچک‌تر را به هم می‌چسبانیم. حجم این استوانه را حساب کنید؟

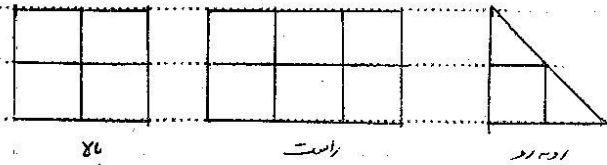
* نکته: برای بیان ابزارهای حجمی، از واحدهای «...» استفاده می شود که برای تبدیل این واحدها به هم، می توان از جدول ۳ جدول زیر

استفاده کرد:

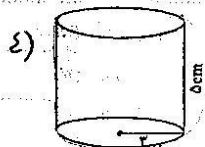
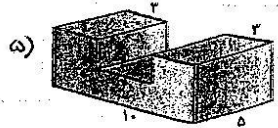
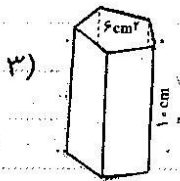
یک سی سی	۱۰۰۰ میلی لیتر	۱ لیتر	۱۰۰۰ میلی لیتر	۱ لیتر	۱۰۰۰ میلی لیتر
یک سی سی	۱ سانتی متر مکعب	۱۰۰۰ میلی لیتر	۱۰۰۰ سی سی	۱ لیتر	۱۰۰۰ سی سی
یک سی سی	۱ میلی لیتر	۱۰۰۰ سی سی	۱۰۰۰ سی سی	۱ لیتر	۱۰۰۰ سی سی
		۱۰۰۰ سی سی	۱۰۰۰ سی سی	۱ لیتر	۱۰۰۰ سی سی
		۱۰۰۰ سی سی	۱۰۰۰ سی سی	۱ لیتر	۱۰۰۰ سی سی
		۱۰۰۰ سی سی	۱۰۰۰ سی سی	۱ لیتر	۱۰۰۰ سی سی

تمرین های تکمیلی فصل ششم :
 (۱) تعداد وجه های جانبی ، رأس ، یال های یک منشور ۹ پهلو را بدست آورید ؟

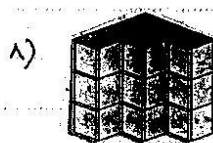
(۲) یک حجم از بالا ، راست و روبه صورت های زیر دیده می شود ، آن را رسم کنید .



← حجم هر یک از شکل های زیر را بدست آورید .



← حجم مکعب کوچک ۱ واحد است . حجم کل شکل ها را بیابید .

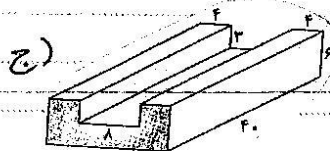
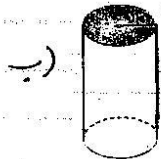
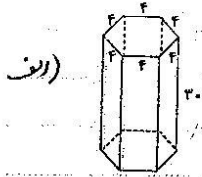


۹) حجم یک مکعب مستطیل به ابعاد $6 \times 4 \times 5$ چند برابر حجم مکعبی به ضلع ۲ است؟

۱۰) مساحت پرانه ای به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۱ متر، ۵۰ سانتی متر و ۲۰ سانتی متر داریم، گنجایش این مسیح چقدر است؟

۱۱) درون یک استخر به شکل مکعب مستطیل ۲۴۰ متر مکعب آب ریخته ایم. اگر طول این استخر ۸ متر و عرض آن ۶ متر باشد، آب تا چه ارتفاعی درون آن باقی مانده است؟

۱۲) مساحت جانبی حجم کبر زبرو را بیابید.

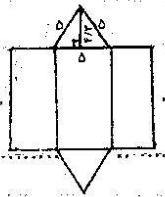


۱۳) سه تا از ستون های چلی ستون اصفهان نیاز به مرمت دارند و باید کاشی شوند، اگر این ستون ها به شکل استوانه باشند و شعاع قائدهی آن 5 cm و ارتفاع آن 6.5 m باشد، چه مقدار کاشی برای مرمت کاشی نیاز داریم؟

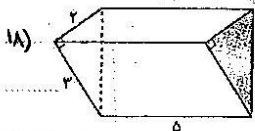
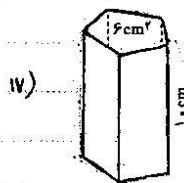
۱۴) قطر یک کاسینگ 80 و مساحت آن 20 است. اگر این کاسینگ 50 دور بند و در آن روی زمین باشد، کل مساحت اثر به جا مانده از کاسینگ چقدر است؟ $(\pi \approx 3)$

۱۵) مساحت جانبی یک غنک 1007.48 و ارتفاع آن 8 است. شعاع قائدهی آن چقدر است؟

۱۶) مانع به گسترده ای حجم داده شده، مساحت جانبی و مساحت کل آن را بدست آورید.



← مساحت کل شکل را بر روی رابره دست آورید.

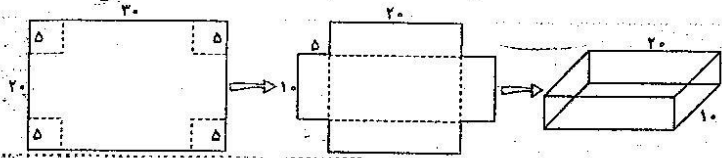


۱۹) (۱۱) صلا ۳

۲۵) لیلی می خواهد جعبه ی محقری که برای مادرش خریده را کار کند. اگر ابعاد جعبه مکعب مستطیل شکل به ابعاد ۸، ۵ و ۲ باشد، حداقل چقدر کاغذ کار لازم دارد؟

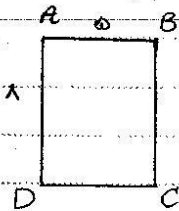
۲۱) برای درست کردن یک جعبه شیری از مقوای به ابعاد ۲۰ و ۵ سانتی متری استفاده می کنیم و مطابق شکل زیر آن را به یک جعبه شیری تبدیل می کنیم.
الف) با توجه به اندازه های داده شده، حجم جعبه را به دست آورید.

ب) اگر به جای ۵ cm لبه ها را ۲ cm در نظر بگیریم، با همین مقوا حجم جعبه بیشتر می شود یا کمتر؟



۲۲) اندازه ی کدام مورد در یک مکعب مستطیل می تواند تغییر کند؟ حجم مساحت جانبی مساحت کل

۲۳) اگر مستطیل زیر را حول BC دوران دهیم، مساحت کل آن توانایی ای را شده چقدر خواهد بود؟ ($R \approx 3$)



(۲۴) مستطیلی به ابعاد ۳۰×۳۶ عرض آن است. می خواهیم با آن اسوانه ای بسازیم که حجم بیشتری بسازد. طول آن را از ابعاد
چندینم یا عرض آن را از؟ (حساب کنید و پاسخ دهید.)

← جاهای خالی را با اعداد، کلمات یا عبارات مناسب پر کنید.

- (۲۵) در سطح‌های اطراف مانده‌ها در منشور گویند
- (۲۶) حجم‌های توان به دو دسته تقسیم کرد
- (۲۷) حجم‌های هندسی را می‌توان به سه دسته تقسیم کرد
- (۲۸) حجم‌های منشوری بین دو قرار می‌گیرند
- (۲۹) در حجم‌های منشوری، به محل برخورد دو سطح، می‌گویند
- (۳۰) اگر تعداد ضلع‌های قائده‌ی منشور خیلی زیاد شود، منشور به شکل تورک می‌شود
- (۳۱) یک منشور ۵۰ پهلو دارای پای می‌باشد
- (۳۲) یک استوانه از بالا به شکل دایره می‌شود
- (۳۳) ابعاد مکعبی که حجم آن ۸۰۰۰ m^3 است برابر است با است
- (۳۴) مساحت جانبی یک حجم منشوری برابر با است
- (۳۵) اگر ضلع مکعبی ۱۵ باشد، مساحت کل آن است
- (۳۶) مانده‌ی مکعب مستطیلی از ۸ مربع به ضلع ۱ cm درست شده است. اگر روی این مانده مکعب مستطیلی به ارتفاع ۳ cm درست کنیم، حجم آن می‌شود
- (۳۷) با حرکت یک سطح در فضا، ایجاد می‌شود
- (۳۸) از دوران یک مستطیل حول طول یا عرضش، ایجاد می‌شود

← درستی (ص) یا نادرستی (غ) عبارات زیر را مشخص کنید

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|--|
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۳۹) حجم های منشوری بین دو مخروطی موازی قرار می گیرند. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۴۰) استوانه یک نوع حجم منشوری است. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۴۱) مکعب مستطیل یک حجم منشوری است. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۴۲) مورد دارای یک حجم هندسی است. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۴۳) حجم های مخروطی یک نوع از حجم های هندسی است. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۴۴) حجم ها به دو دسته هندسی و غیر هندسی تقسیم می شوند. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۴۵) حجم های هندسی به سه دسته مخروطی، مخروطی، مخروطی تقسیم می شوند. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۴۶) حجم های منشوری دارای یک متناهی می باشند. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۴۷) تعداد رئوس یک منشور ۵ پهلو، ۳ برابر تعداد اضلاع متناهی است. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۴۸) یک منشور شش پهلو از ۱۲ به شکل دایره دره می شود. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۴۹) مقطع کُرهِ استوانه اصفا ممکن نیست شیب هم باشند. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۵۰) سطح مقطع یک منشور ۷ پهلو، یک ۶ ضلعی است. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۵۱) در حجم های منشوری به دو سطح بالادریاس و درجه های جانبی می گویند. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۵۲) جری حجم های هندسی از رابطه $V = Sh$ حاصل می شوند. |
| <input type="radio"/> ص | <input type="radio"/> غ | ۵۳) همه حجم هایی که از یک سطح ساخته می شوند، با هم برابر هستند. |

دوونہ نسبت فصل ششم

- (۱) مجموع تعداد پائل ۱۵، درجہ ہاؤس ہائی ایک پلو کلام است؟
 ۴۲ (۲) ۴۴ (۳) ۵۶ (۴)
- (۲) گوشہ ایک مکعب را می بریم، سطح مقطعی که ایاد شده، کلام نسبت؟
 (۱) مثلث قائم الزاویه (۲) مثلث متساوی الاضلاع (۳) مثلث متساوی الساقین (۴) مثلث مختلف الاضلاع
- (۳) مکعبی به ضلع 10cm داریم و می خواهیم آن را به ۱۰۰۰ مکعب کوچک تر و مساوی تقسیم کنیم. برای این کار حداقل چند برش لازم است؟
 ۲۵ (۱) ۲۷ (۲) ۴۹ (۳) ۳۰ (۴)
- (۴) یک مکعب چوبی به ابعاد ۵، ۵ و ۴ را رنگ می کنیم و آن را به شکل مکعب های $1 \times 1 \times 1$ می بریم. نسبت تعداد مکعب های که ۲ وجه رنگی دارند به تعداد مکعب های که ۳ وجه رنگی دارند، کلام است؟
 (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{3}{8}$
- (۵) حجم مکعبی ۲۱۶ برابر حجم مکعب دیگر است. ضلع مکعب بزرگ تر چند برابر ضلع مکعب کوچک تر است؟
 ۱۰۸ (۱) ۵۴ (۲) ۳۶ (۳) ۶ (۴)
- (۶) کلام یک از اعداد زیر نمی تواند حجم مکعبی باشد که در آن مکعب ها واحد درست شده است؟
 ۱۷۲۸ (۱) ۳۳۷۵ (۲) ۸۶۴ (۳) ۲۲۹ (۴)
- (۷) از طول مکعبی ۲۰٪ و از عرض آن ۱۵۰٪ کم کردیم. ارتفاع آن را چند درصد افزایش دهیم تا حجم شکل جدیدی شود؟
 ۱۱۵۰ (۱) ۱۲۵۰ (۲) ۱۳۰۰ (۳) ۱۲۵ (۴)
- (۸) حجم مکعبی 72cm^3 است. مساحت کل مکعب چند است؟
 ۴۸ (۱) ۹۶ (۲) ۸۶ (۳) ۱۰۴ (۴)
- (۹) اگر ۱۲۵ مکعب کوچک به ضلع 2cm را روی هم بچینیم، مساحت کل شکل ساخته شده چقدر می شود؟
 ۲۰۴۸ (۱) ۲۴۰۸ (۲) ۳۲۸۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴)
- (۱۰) مساحت ۳ وجه مختلف یک مکعب مستطیل برابر ۱۶۰۹، ۲۵۰ و ۱۷۰۹ است. حجم مکعب مستطیل کلام است؟
 ۳۶ (۱) ۶۰ (۲) ۷۲ (۳) ۸۰ (۴)