

"سِنَمْ حَدَادُونْ عَبَّاتْ نَهْرُ خَجَبْ"

دَوْلَتْ خَبَبْ سَلَامْ.

خَبَبْ اَكْرَبْ بَيْنْ روی شَهَادَتْ، كَزِيرَهَايِي اَزْهَرْهَنْ نَكَاتْ دَرِسْ فَضَولَ دَتْ بِ رِبَاضِي خَمْ، سَهْلَهَزْ
درِسَنَامْ، خَوْنَه سُؤَالَاتْ تَرْسِي وَرِسْهَنْهَايِي خَنْهَنْهَهَايِي مَيْهَادَهْ. دَرَهْ فَصَلْ، طَالَبْ بَارِجَهْ
بَنْيَاهَهارْ دَانَشْ آمَزْ بَاهِي خَمْ بَرَاهِي مَوْعِيدَتْ دَرَاسَهَاتْ خَالِهَهارْ وَ كَانْهَنْهَهَايِي دَارِسْ دَرَرَهَهْ.
شَهَادَتْ، لَذَا اَذْشَهَا دَانَشْ آمَزْهَهارْ كَرَدَلَاسْ تَهْضَهَادَمْ جَوْنَه بَاهِي خَمْ بَسَارِهَهَي تَرْ
اَزْ دَوْسَالْ نَهْسَهْ مَيْهَادَهْ وَ لَذَا اَرْخَهَهارْ شَهَادَهْ بَاهِي كَمَرْهَهَهَي اَسَهَادَهْ مَيْهَادَهْ، اَزْهَهَهْ
لَسَهَادَهْ عَصَلَهْ دَتْ وَ لَلَّاْسَهْ رَاهِصَهَهَهَي تَرْكَهَهَهَهَي كَرَدَهَهَهَهَي اَطَالَبْ دَرِسْ اَخَوبْ دَعْمَهْ بَاهِزِيدْ.
طَالَبْ رَاهِصَهَهَهَي كَلَهْ بَاهِلَهَهَهَي دَمَرْ زَاهِهَهَهَي صَرَوْلَهَهَهَي، سَعَيْهَهَهَهَي بَهَارَتْ لَازَمْ بَرَاهِي
حَقْ سُؤَالَاتْ بِصِيدَهْ رَاهِصَهَهَهَي.

لَسَهَادَهْ دَرِسْ رَهْمَهْ سَالْ عَصَلَهْ بَسَارِهَهَهَي وَ مُهْ بَارِلَزْ نَظَرْ عَلِمْ دَاسَهَهَهَهَي بَاهِلَهْ دَرَهْ رَاهِهَهَهَي
مَوْعِيدَتْ هَارْ كَمَرْهَهَهَهَي شَهَا دَهَرَهَهَهَي كَرَدَلَاسْ بَاهِلَهْ.

دَوْلَتْ وَهَرَاهَهَهَهَي

سَرِينْ عَيْلَهْ

"مُهَرَّسٌ"

١	فصل اول : مجموعہا
٤١	فصل دوم : علاوهای حصیق
١٠٩	فصل سوم : استدلال و اثبات در هندسه
١٤٥	فصل چوتام : تولان و رش
١٩٥	فصل پنجم : عبارت های جبری
٢٤٥	فصل ششم : خط و معادلهای خطی
٣١٧	فصل هفتم : عبارت های کویا
٣٥٣	فصل هشتم : حجم و مساحت

«مجموعه‌ها»

درس اول: معنی مجموعه

فصل ۱

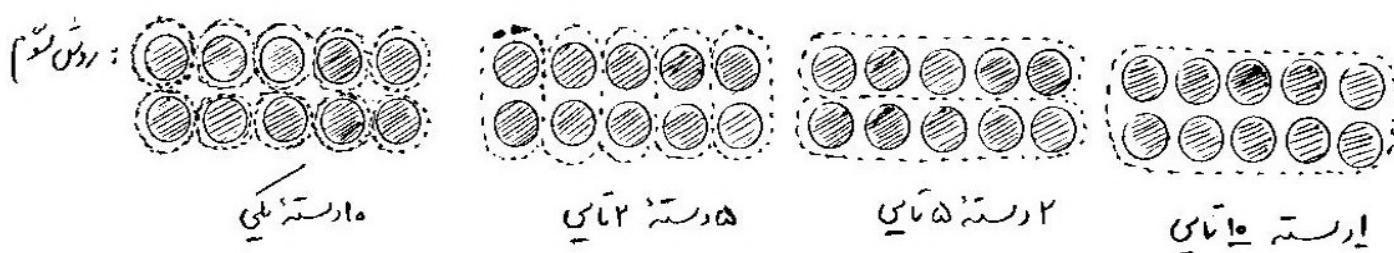
یارآوری برخی از طالب سال های کنستانتین در این مبحث کاربرد زیادی دارد.

مشابهه: اگر بین مانده تقسیم عدد a بر b برابر باشد، آنگاه طبق شمارنده به مقصود علیه a می‌کوییم.
برای مثال در شمارنده‌های $\frac{a}{b}$ عدد از سری a ضرب و تقسیم درست نباید استفاده شود.

مثال: شمارنده‌های عدد 15 را بفرمایید؟

$$15 = 1 \times 15 \quad 15 = 3 \times 5 \quad 15 = 5 \times 3 \quad 15 = 15 \times 1$$

$$15 = 1 + 14 \quad 15 = 2 + 13 \quad 15 = 5 + 10 \quad 15 = 1 + 14$$



$= 1, 2, 3, 5, 15$: شمارنده‌های عدد 15

مضرب: از ضرب a عدد در عددهای صحیح، مضرب‌های صحیح آن عدد به صفت می‌کند.

$$3 \times 1 = 3, \quad 3 \times 2 = 6, \quad 3 \times 3 = 9, \quad 3 \times 4 = 12, \quad \dots \\ \Rightarrow 3, 6, 9, 12, \dots$$

اعداد طبیعی و طاری:

اعداد اول: هر عدد طبیعی و زیرگذار از آن که هیچ شمارنده طبیعی به غیر از ۱ بخواهد ندارد.

اعداد مركب: عددی طبیعی که می‌توان آن را به صورت ضرب دو عدد طبیعی زیرگذار از آن نوشت
اعداد طبیعی (N)

اعداد حسابی (N) ← اعداد طبیعی به علاوه ۰

اعداد صحیح (Z) ← شامل مادرته اعداد هستند، اعداد حقیقی، صفر، اعداد طبیعی بست

اعداد گویا (Q) ← هر عددی که می‌توان به صورت کسر نوشت در حالی که عجز صفر نشود.



مجموعه‌ها:

درستی‌ای (گروهی) از اشیاء، اعداد، اسامی، شکل، علامت و... **مشخص** (عنصر اسی اشیاء...) در مجموعه کامل‌دا
جزی همه افراد معلوم، معین و ω باشد) و ممتاز (عنصرگزاری در مجموعه نباشد) را به عنوان مجموعه‌ی معروف می‌نامند.



- مجموعه باید برای همه افراد معلوم، معین و ω باشد (مشخص) مطابق با شال «آدم‌های خوب جان» نباید مجموعه
شیوه زیرا بیکار خوب برای از تظر افراد مختلف است و ممکن است اسی مجموعه برای همه نباید باشد.
اما بشارت «اعداد اول تک رقمی» ($2, 3, 5, 7$) نباید مجموعه است خواست همچنان اعضا ای اسی مجموعه برای همه
افراد معلوم و ω است.
- اعضا ای نباید مجموعه را داخل دو آنکوادر (()) قرار یابند
- اعضا ای مجموعه را معمولاً با علامت «و» \wedge ، «یا» \vee یا «او» از لذیده حدا می‌نامند.
- مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی (A, B, C, \dots) نام نمایند می‌نامند.
- در نوشتن اعضا ای نباید مجموعه مرتب خشم نماید و مجاور حاشیه عضوها مجموعه را تغییر نماید.
- در مجموعه مجموعه‌ی توانیم عضورگزاری نیز سیم و عضورگزاری باید حذف شود.
 $\{ \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} = \{ 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 \} \}$ تکال
- در مجموعه مجموعه‌ی توانیم عضورگزاری نیز سیم و عضورگزاری باید حذف شود.
 $\{ \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \} = \{ 4, 3, 2, 1 \} \}$ تکال

مثال:

کدام صیغه از عبارت‌های زیر شخص ننده نباید مجموعه است؟ مجموعه مورد نظر را نهش دهید.

الف) چهار سینهای معروف :

ب) عددهای طبیعی و ω رقمی :

ج) دو عدد اول بوجایتر از 12 :



عضویت و عدم عضویت :

- با این معنی، اعداد را اسایی و ... که داخل مجموعه قرار می‌کرند (متعلق به مجموعه هستند) عضو مجموعه می‌کویند.
- تعداد اعضاي مجموعه ای مانند A را با نادار $n(A)$ عدد اصلی مجموعه A می‌گویند.

$n(A) = \text{" عدد اصلی مجموعه } A \text{"}$ یا $\text{" تعداد عضوهای مجموعه } A \text{"}$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, C\} \Rightarrow n(B) = 8$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \Rightarrow C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \Rightarrow n(C) = 8$$

- برای نشان داردن عضویت چنین مجموعه از نادار « \in » و برای نهادن عضویت در مجموعه از نادار « \notin » استفاده می‌کرد.

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 12\} \Rightarrow 1 \in E, 15 \notin E$$

« 2 عضو مجموعه E است» و « $15 \notin E$ » معنی « 15 عضو مجموعه E نیست»

$$A = \{a, \{b\}, \{c, f\}\}$$

$a \in A$, $\{b\} \in A$, $b \notin A$, $\{c, f\} \in A$, $\{c\} \notin A$, $c \notin A$ و $\{f\} \notin A$, $f \notin A$.

(مجموعه A ، عبارت « b عضو مجموعه A است»، حمل حرف b عضو مجموعه مثبت نکنند مجموعه حرف b یا $\{b\}$ عضو مجموعه A می‌باشد.)

مثال: مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از 5 را بصورت مجموعه نوشتند و آنرا B نامید.

مثال: عبارت های زیر را بجزیل ریاضی نویسید (بالات \in و \notin)

ا) عدد $\sqrt{2}$ عضو مجموعه A است.

مثال: $\{-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = A$ باشد، درستی یا نادرستی عبارت های زیر را شفتم کنند.

الف) $0 \notin A$

ب) $0 \in A$

ج) $-1 \in A$

د) $4 \in A$



مثال: تعداد عضوهای مجموعه‌ای دارد شده را بدست آوردید.

$$A = \{ 104, 110, 114, 124, \dots \}$$

نکته: فرمول تعداد اعداد انتزاعی صد هاست:

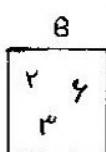
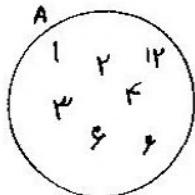
$$\frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله اعداد}} + 1 = \text{تعداد اعداد انتزاعی}$$

ب) $B = \{ a, \{ a \}, \{ a, b \}, \{ b \} \}$

ج) $D = \{ 2, \{ 2 \}, \{ \{ 2 \} \} \}$

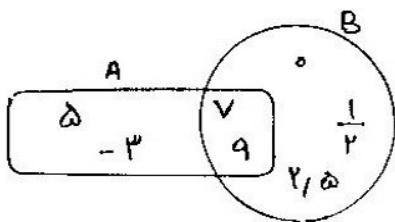
«فمایش بیت مجموعه در زبان ریاضی»

$$A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 12 \}$$



- روشن تفصیلی: استفاده از که حفت نکوداد (۴۷)
- روشن بیان به زبان فارسی: در چگونه مجموعه اعضا را با عبارت فارسی بیان می‌کنند.
- روشن هندسی: استفاده از نمی‌منحنی با خط تسلسی (نمودار دن)

- استفاده از عبارت‌های راضی (خطبه آن می‌پردازم).



مثال: ماتوچه نمودار دل رسم شده باید در مجموعه A و B، مجموعه‌ای A و B را با عضوهایی از مشخص کنید.

«مجموعه تهی»

مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد را مجموعه تهی می‌نامند و به صورت Ø یا {} نوشی می‌دهند.
علات (Ø) کلی از حروف لیزی ای به نام «نیم» است.

نکته: مجموعه {} یا {}Ø یا {{}} مجموعه‌ای که عضوی نداشته باشد و مجموعه تهی به کار نمی‌رود.

مثال: مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از نکره را نویسید؟ Ø یا {{}}

مثال: کدام میز اعداد های زیر تواند طبیعی باشد؟

- ب) مجموعه اعداد های طبیعی کوچکتر از صفر
 (d) شمارندهای مفرد ۳ عدد ۱۲۵

- الف) مجموعه اعداد های طبیعی کوچکتر از صفر
 (ج) مجموعه ای شامل شمارنده همه اعداد های طبیعی

تمرین:

۱- مراحل حذف از اعداد های زیر در صورت اطمینان که مجموعه تکمیل دهد.

ش) چارت اسلامی

الف) اسمی رانش آزاد کلاس شا

ج) دو عدد اول کوچکتر از ۱۲

ب) اسمی هفت دفتر

ج) پنج عدد فرد توانی

پ) رونمایی - معرفت زبان فارسی

خ) سه شهر ایران

ت) حروف الفبا فارسی که به قطعه دارند

ح) عدد های طبیعی میان ۲ و ۳

ش) سه زنگ زیبا

د) سه عدد طبیعی زوج توانی با شروع از ۲

س) اعداد های طبیعی و مخصوص

۲- مجموعه حروف کلمه « نازنین زهراء » دارای چند عضو است؟

۳- مجموعه اعداد صحیح و نفعی کوچکتر از ۴- را با عضو نوبتیم. این مجموعه حدوداً چند عضو دارد و زیرا کسر اعشار این مجموعه را مشخص نمی‌کند.

۴- چه مجموعه ای از اعداد های زیر چند عضو دارد؟

$$1) A = \emptyset$$

$$2) \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$



۳) $\left\{ \frac{1}{100}, \dots, \frac{1}{14}, \frac{1}{12}, \dots \right\}$

۴) $\{ 27, 36, 45, 54, \dots, 99 \}$

۵) $\{ (-1)^1 - 1, (-1)^2 + 1, (-1)^3 - 1, \dots \}$

۶) $\{ 2 \times 3^2 \div 3, \sqrt{12} \times \sqrt{25-9}, (-4)^2 - 2 \times 5 \}$

۷) - تمرین هر کدام کو صفر یعنی عضو هر مجموعه را شخص نماید.

۸) ا) $A = \{ 8, 7, 6, \dots, 0 \}$

ب) $B = \{ 2, 1, 9, 3, 1, 0, \dots \}$

پ) $C = \left\{ -\frac{1}{8}, \dots, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \dots, -\frac{1}{10} \right\}$

ز) $D = \left\{ \dots, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \dots \right\}$

نکته:

مجموعه مساهی:

مجموعه نامساهی:

۸) - مجموعه اعداد زوج بین ۱۰۰ و ۲۰۰ را معرفی کنید و هسته از نوشتار A بنامید.

ب) درسی یا نادرستی رابطه های زیر را شخص نمایید.

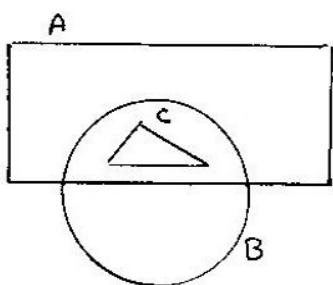
۱) $44 \in A$

۲) $70 \notin A$

۳) $90 \in A$

۴) $100 \in A$

۹) - اگر $\{ 14, 6, 4, 3, 1, -3 \} = A$ و $B = \{ 1, 3, 14 \}$ باشد، مجموعه های A و B را با عضوهای آن چنان که موارد «وِن» نوش دهید.

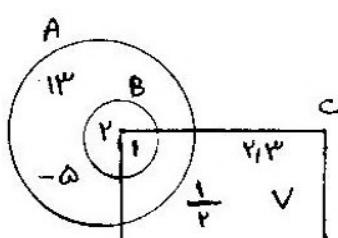


۱ - با توجه به نمودار ون، هر مجموعه را با اعضایش شفه کنید.

$$A = \{-5, -3, 0, 1, 3, 5, 19\}$$

$$B = \{-1, 0, 3, 10, 19\}$$

$$C = \{-1, 19\}$$

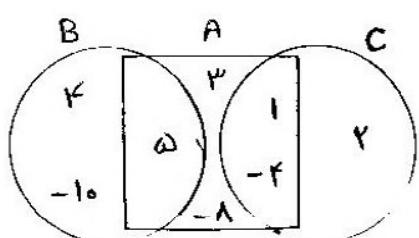


$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

۲ - با توجه به نمودار ون، درستی یا نادرستی رابطه های زیر را شفه کنید.



$$\Delta \in A$$

$$\neg \Delta \in C$$

$$\exists \Delta \in A$$

$$\neg \Delta \in B$$

$$\exists \Delta \in C$$

$$\exists \Delta \in B$$

$$\exists \Delta \in C$$

$$\neg \Delta \in A$$

$$\Delta \in B$$

۳ - مقدار a را حاصل تئین کنید که مجموعه $F = \{-a, a\}$ درایی می‌باشد.

۴ - آیا مجموعه اعداد اول بین ۵۳ و ۵۹ می‌باشد؟ چرا؟

۵ - مقدارهای a و b را حاصل تئین کنید که مجموعه $A = \{4a-2, 5a+3, 7a-b\}$ می‌باشد.



۱۴ - کدام میز عبارت هایی زیر مجموعه آن را شخص می نماید؟

ب) عددهای صحیح بین ۱ و ۳

د) عددهای طبیعی رقمی در فرب ۳ تا اول باشد

الف) عددهای طبیعی بین ۲ و ۳

ج) عددهای اول و زوج

۱۵ - دو عبارت زیر چه کدام نشان دهنده مجموعه عضوی باشد.

۱۶ - دو عبارت زیر کدام نشان دهنده مجموعه عضوی باشد.

لست:

۱ - مجموعه $\left\{ \frac{3+5x^2-1}{\sqrt{3x}}, -\sqrt{25-16x^2}, 3x(-1)^3 \right\}$ عددی صفری است؟

الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴

۲ - برای کدام میز از ترتیب های زیر مجموعه تکیل دارد؟

الف) افعی محل قرآنی ب) اندیشهای پژوهشی ج) رانش آزادی با همین د) اسمی روزهای هفته

۳ - کدام میز از مجموعه های زیر مجموعه آن میست؟

الف) اعداد طبیعی بین ۵ و ۲ +

ج) اعداد اول بین ۲ و ۲ -

ب) معرفهای اول عدد ۴
د) اعداد طبیعی بین ۷ و ۲۵ تا بعد از محدوده طبل هستند.

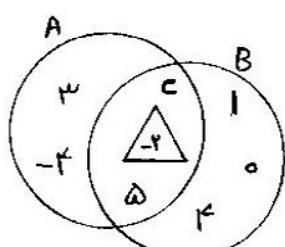
۴ - با توجه به نموداریں مشخص شده کدام کسریه صحیح است؟

$\phi \in C$ ب))

- $\varepsilon \in B$ د)

الف) $B \not\subseteq A$

ج) $\phi \in A$





۵ - مجموعه اعداد صحیح و متفق نزدیک از ۷ - عبارت است از :

ب) $\{1, 2, \dots, 5, 6, 7\}$

الف) $\{4, \dots, 5, 6, 7\}$

ج) $\{1, \dots, 5, 6, 7, 8, 9\}$

ج) $\{7, \dots, 8, 9, 10\}$

۶ - مجموعه $\{19, 29, 39, 49, 59, 69, 79, 89, 99\}$ تناظر ناکام عبارت است ؟

ب) مجموعه اعداد حسابی بوجمله از ۴

الف) اعداد صحیح میان صفر و ۳

ج) شمارندهای عدد ۶

ج) اعداد اول بوجمله از ۴

۷ - ندام کسی از مجموعه های زیر را انتخاب کنید (نموداری ۹۶ قم)

الف) اعداد طبیعی بوجمله از ۸ که مکلف کامل باشند. ب) اعداد صحیح غیر مثبت که مریخت ناخوشان باشند.

ج) اعداد طبیعی که مریخت ناخوشان باشند. د) اعداد اول بین ۱۹ و ۲۹

۸ - ندام عبارت سی مجموعه را شناسی کنید (نموداری ۹۶، که ناخوشان و خراسان رضوی)

الف) چهار عدد فرد تعلیم

ب) پنج عدد بزرگتر از ۱۰۰

ج) سه هزار

د) عدد طبیعی بین ۳۰ و ۴۰

۹ - مجموعه $A = \{2^{11}, 2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^n\}$ حمیله عضو دارد ؟ (پیزوهش)

الف) نه
ب) ۱۰
ج) ۹
د) ۱۱

۱۰ - مجموعه $A = \{2^{33}, 8^{11}, 4^{27}, \sqrt{64^n}\}$ حمیله عضو دارد ؟ (روبوکاپ ۸۷)

الف) ۱
ب) ۲
ج) ۳
د) ۴

۱۱ - دو مجموعه $\{1, \dots, n, m\}$ برابرند. حاصل $m-n$ چیست ؟

الف) ۱
ب) ۲
ج) ۳
د) ۴

۱۲ - با توجه به مجموعه $M = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}, \{\{a\}, \{a\}\}\}$ کدام کزمه نادرست است ؟

الف) $\{\} \in M$
ب) $\{a, \{\}\} \in M$
ج) $\{a\} \in M$
د) $a \in M$

درس دهم: مجموعات های برابر و نهایش مجموعات

مجموعات های برابر:

دو مجموعه A و B برابرند هرگاه عضوی در مجموعه $(\text{ دقیقاً مثل هم باشد})$ معنی هر عضو A ، عضوی از مجموعه B باشد و هر عضو B ، عضوی از A باشد. (حابه هایی عضوی از ایادی ندارد).

نیازی نیست دو مجموعه A و B برابر است $(A=B)$ به شرط اینکه:

- ۱) تعداد اعضای آنها برابر باشد، $n(A)=n(B)$
- ۲) تعداد اعضای مجموعه A در مجموعه B وجود داشته باشد و برعکس.

مثال ۱ - اگر $\{\text{اعداد زوج متوالی} \text{ با ایاضین} ۴\} = C$ و $\{\text{اعداد طبیعی} \text{ با ایاضین} ۳\} = D$ باشد، آیا مجموعه C و D برابرند؟

$$C = \{2, 4, 6\} \quad , \quad D = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(C) = n(D) = 3 \quad \left. \begin{array}{l} \text{شرط دوم} \\ \text{هم برابر است} \end{array} \right\} \Rightarrow D = C$$

مثال ۲ - اگر مجموعه A ، مجموعه عددهای طبیعی 6 و 10 و مجموعه B ، مجموعه عددهای طبیعی متوالی 9 باشند، آنها برابر با 9 است؟ باشد؟ آیا $A=B$ است؟ جا؟

$$A = \{7, 8, 9\} \quad , \quad B = \{8, 9, 10\} \quad \text{پاسخ: خیر - نه}$$

$$\left. \begin{array}{l} n(A) = n(B) \\ \text{شرط دوم برقرار است} \end{array} \right\} \Rightarrow A \neq B$$

تلخه: اگر عضوی در A باشد که در B نباشد، یا عضوی در B باشد که در A نباشد، در این صورت مجموعه A و B با هم ماباشه نیستند و می‌نویسیم $A \neq B$

تمرین ۱ - حابه هایی را در مجموعه های زیر طبیعی کنند که مجموعه های برابر باشند:

$$1) \left\{ \frac{1}{2}, \dots, \frac{2}{5}, \frac{4}{3}, \frac{9}{4} \right\} = \left\{ \frac{2}{\omega}, \dots, \frac{-\sqrt{144}}{(-2)^2}, \frac{3}{\omega} \right\}$$

$$2) \left\{ \sqrt{2}, \frac{4}{10}, \sqrt{\frac{4}{9}}, -\frac{1}{4}, \dots, 0.92\omega \right\} = \left\{ \frac{2}{\omega}, \frac{2}{\omega}, -0.1\omega, \frac{4}{\lambda}, \dots, -2 \right\}$$

۱- مجموعه A شامل اعداد صحیح می‌باشد و $4 + 1$ است. ابتدا مجموعه A را با اعضا نویسید، سپس مجموعه برابر با $\{ \dots \}$ را در نظر نشوند.

الف) مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از $4 + 1$ و قرینه آن را

ب-) مجموعه اعداد طبیعی محدود را کوچکتر از $4 + 1$ است.

۲- جایهای خالی را در مجموعه‌های زیر طوری تملی نمایند که مجموعه‌ها برابر باشند.

$$\left\{ -5, 25, \dots, -4, \frac{3}{25} \right\} = \left\{ \sqrt{\frac{9}{25}}, -\frac{1}{2}, \dots, \frac{3}{73} \right\} \quad (\text{الف})$$

$$\left\{ \frac{0\sqrt{72}}{0\sqrt{9}}, (4, 36), \dots, \frac{121}{44} \right\} = \left\{ \sqrt{\frac{144}{3}}, -4, 9, 0, 18, \dots \right\} \quad (\text{ب})$$

۳- دو مجموعه اعداد می‌باشند که مجموعه‌های $\{1, 0, \sqrt{9}\}$ و $\{b, 7, -15\}$ باهم برابر باشند.

$$a = \sqrt{9} \quad \{x+2, 15-x\} = \{2b\} \quad \text{اگر}$$

۴- اگر $\{1, -2, \frac{a}{3}, a\} = \{b, \frac{5}{3}, -2, 4\}$ تعداد $a+b$ را ببراند آورده.

۵- (الف) $\{1\}$ $\{2\}$ $\{1, 2\}$ $\{1, 2, 3\}$ $\{1, 2, 3, 4\}$ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

۶- متقارن $y+x$ هماند، اگر دو مجموعه $B = \{y^2 - 3\}$ و $A = \{x - 2, 4 - x\}$ برابر باشند؟

۷- (الف) $\{1\}$ $\{2\}$ $\{1, 2\}$ $\{1, 2, 3\}$ $\{1, 2, 3, 4\}$ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

۸- دو مجموعه با ترتیب مجموعه‌هایی نباشند؟

$$\left\{ 12 + 1, \frac{1}{3} \div 2, \left(-\frac{1}{19}\right)^{-1}, -\frac{13}{4} \right\} \quad (\text{الف}) \quad \left\{ (10 + 2)^{-1}, \frac{3}{2} \div 2, (10 + 2)^{-1} + \sqrt{179} \right\}$$

$$\left\{ \sqrt{\left(\frac{37}{4}\right)^2} \times (-1), \sqrt{14} + \sqrt{11}, 2 \times (-3), 4^{-1} \right\} \quad (\text{ج}) \quad \left\{ -4, \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^4, \sqrt{144} - 1, -\frac{57}{4} \right\}$$

زیر مجموعه:

- فرض کنید مجموعه های مانند $\{a, b, c\}$ و $A = \{a, b, c, d, e\}$ داریم. اگر وقت کنید توجه می شود که همه اعضای مجموعه B در مجموعه A نیز وجود دارند. به عبارت دیگر هر عضو از B ، عضوی از A است. در این صورت لفظ منسوب B نیز مجموعه A است.
- راهنماش زیر مجموعه بودن، از علامة « \subseteq » استفاده می شود.
- اگر A و B دو مجموعه باشند و همه اعضای مجموعه A عضو مجموعه B باشند، در این صورت A نیز مجموعه B است.
نمی نویسیم: $A \subseteq B$
- اگر A و B دو مجموعه باشند و عضوی در مجموعه A باشد که در مجموعه B نباشد، پس مجموعه A نیز مجموعه B نیست.
نمی نویسیم: $A \not\subseteq B$
مثال: $A = \{1, a\}$ ، $B = \{A, 2, 1, B\} \implies A \not\subseteq B$ حروف a, A, B در B نیست.
- هر مجموعه زیر مجموعه خودش است:
 $A \subseteq A$:
نیز اگر عضو A در خود مجموعه A قرار دارد.
- مجموعه هی زیر مجموعه هر مجموعه (خواهد) است: $\emptyset \subseteq A$ (نیز عضوی در \emptyset وجود ندارد که عضو A باشد).
 $\emptyset \subseteq \emptyset \Leftarrow n(A) \leq n(B)$ و بنابراین $A \subseteq B$
- اگر $A \subseteq C$: بنابراین $B \subseteq C$ ، $A \subseteq B$

نوشتن از مجموعه های زیر مجموعه:

راهنماش همه زیر مجموعه های n عضوی مراحل نیز را انجام دهید.

- ابتدا بازش مجموعه های $(\{\})$ شروع کنید.
- مجموعه های سه عضوی را نویسید.
- مجموعه های چهار عضوی را نویسید.
- مجموعه های پنج عضوی را نویسید.

مثال: همه زیرمجموعه‌های مجموعه $A = \{a, b, c\}$ را بلویسید.

: بازی

$$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \underbrace{\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}}_{دو عضوی}, \underbrace{\{a, b, c\}}_{سه عضوی} \quad (\text{خرد مجموعه})$$

• تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه n عضوی برابر است با (2^n) که n تعداد اعضای مجموعه است.



• زیرمجموعه‌های مخصوص: همه زیرمجموعه‌های مخصوص به غیر از خود آنست مجموعه از زیرمجموعه‌های عضوی آنست. مجموعه هستند، نباشد، تعداد زیرمجموعه‌های عضوی از مجموعه n عضوی برابر $(1 - 2^n)$ است.

• تعداد زیرمجموعه‌های m عضوی از مجموعه n عضوی:

■ تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی از مجموعه n عضوی، هشت برابر n است.

■ تعداد زیرمجموعه‌ها دو عضوی از مجموعه n عضوی، هشت برابر $\frac{n(n-1)}{2 \times 1}$ است.

■ تعداد زیرمجموعه‌ای سه عضوی از مجموعه n عضوی، هشت برابر $\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1}$ است.

■ تعداد زیرمجموعه‌ای چهار عضوی از مجموعه n عضوی، هشت برابر $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \times 3 \times 2 \times 1}$ است.

$${n \choose k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

• در هر مجموعه n عضوی، تعداد زیرمجموعه‌های m عضوی با تعداد زیرمجموعه‌ها $(n-m)$ عضوی برابر است.

مثال: تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه ۴ عضوی را بلویسید.

$$n(A) = 4 \Rightarrow 2^4 = 16 \quad \text{تعداد زیرمجموعه‌ها}$$

مثال ۲: تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه $1-n$ عضوی برابر ۳۲ می‌باشد. این مجموعه چند عضو دارد؟

$$\begin{aligned} \text{لذ: } 2^{n-1} &= 32 \Rightarrow 2^{n-1} = 2^5 \Rightarrow n-1 = 5 \Rightarrow n = 5+1 \\ &\Rightarrow n = 4 \\ &\Rightarrow n = \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

مثال ۳) K را حاصل نمایید که زیر مجموعه مصنوعی $K+2$ عضوی ۲۴ زیر مجموعه بسیار از K باشد؟

$$\text{لطفاً}: 2^{K+2} - 1 = 2^K + 2^4$$

$$\Rightarrow 2^{K+2} - 2^K = 2^4 + 1 \Rightarrow 2^K \times 2 - 2^K = 2^4 \Rightarrow 2^K(2-1) = 2^4$$

$$\Rightarrow 2^K(1) = 2^4$$

$$\Rightarrow 2^K = 16 \Rightarrow 2^K = 2^4$$

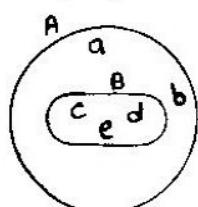
$$\Rightarrow K = 4$$

مثال ۴) تعداد زیر مجموعه های اعشاری، ۲ عضوی و ۳ عضوی سه مجموعه مصنوعی را به کمتر آورید.

$$n = \omega \Rightarrow \begin{cases} n = \omega & \text{تعداد زیر مجموعه ۱ عضوی} \\ \frac{n(n-1)}{2 \times 1} = \frac{\omega(\omega-1)}{2} = \frac{\omega \times \omega}{2} = 10 & \text{تعداد زیر مجموعه ۲ عضوی} \\ \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = \frac{\omega(\omega-1)(\omega-2)}{3 \times 2 \times 1} = 10 & \text{تعداد زیر مجموعه ۳ عضوی} \end{cases}$$

نمودار ون زیر مجموعه ها:

مجموعه های $B = \{c, d, e\}$ ، $A = \{a, b, c, d, e\}$ را در نظر بگیرید. نمودار ون مرتبه مجموعه ها را در سمت لبه.



اگر دست نشود، تمام اعضاي B درون مجموعه A وجود دارند. در این حال مصنوعی B کاملاً درون A قرار گيرد.

لهم:



۱- اگر $B \subseteq A$ و $A \subseteq B$ باشد، جواب شمايی کسیم؟

ب) در صورت $A = B$ است؟

ج) در صورت $A \neq B$ است؟

۳ - مجموعه های A و B و C را در نظر بگیرید؛ این درسی بازدارسی عبارت های زیر را شفugen کنید.

$$A = \{1, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{5, 1, 3\}$$

$$C = \{2, 5, 1, 3, 6\}$$

$$B \subseteq A$$

$$3 \subseteq B$$

$$A \subseteq B$$

$$B \subseteq C$$

$$A \not\subseteq C$$

$$2 \in A$$

$$\{1, 4\} \in A$$

$$4 \notin A$$

$$\{5, 4\} \subseteq C$$

$$5 \in C$$

$$0 \subseteq A$$

$$2 \in B$$

$$\emptyset \subseteq B$$

$$B \subseteq B$$

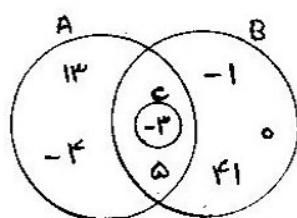
$$C \subseteq C$$

۴ - بازوهای بخودار روی رو:

الف) عضویتی مجموعه A را نشانید.

ب) نزدیکترین زیرمجموعه ای از B نویسید که عضویتی آنرا عدد اول باشد.

ج) بازوهای بخودار درسی بازدارسی رابطه های زیر را شفugen کنید.



الف) $C \not\subseteq B$

ب) $A \subseteq B$

ج) $5 \in A$

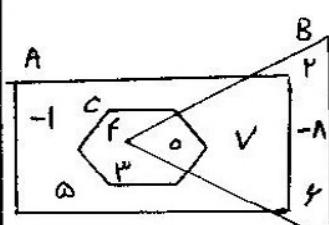
د) $-4 \notin C$

۵ - مجموعه های $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ را در نظر بگیرید. نامهای (زمینه های زیر) درست است؟

الف) $E \subseteq D \subseteq C$

ب) $E \subseteq C \subseteq D$

ج) $1, 2, 3, 4, 5, 6 \in E$



د) $1, 2, 3, 4, 5, 6 \in F$

الف) هر یک از مجموعه های این اعضا را شفugen کنید.

ب) در داخل چهار چهارمند (E و F و G و H) آواردهید.

۱) $-1 \circ A$

۲) $A \circ B$

۳) $\{1, 2\} \circ B$

۴) $\emptyset \circ A$

۵) $0 \circ C$

۶) $V \circ A$

۷) $-1 \circ C$

۸) $C \circ A$

۴ - اگر $B = \{2, 7\}$ و $A = \{1, 2, 5, 8\}$ باشد،

الف) تعداد زیرمجموعه های مجموعه A را بسازید.

ب) درست یا نادرست عبارت ها را شخص کنید.

۱) $\emptyset \not\subseteq A$

۲) $3 \in A$

۳) $B \subseteq A$

۴) $\emptyset \not\subseteq A$

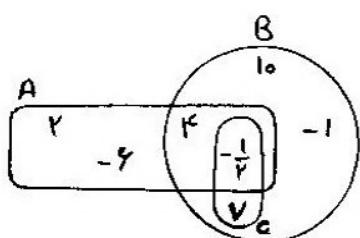
۵) $\{5\} \in B$

$$A = \{-4, -5, -4, -3, -2, -1\}$$

۷ - تابعی f مجموعه A را بزرگترین زیرمجموعه ای از A نویسید که:

الف) اعضا آن اعداد صحیح می توانند باشند.

ب) اعضای آن اعداد اول باشند.



۸ - تابعی f کل مقابل مجموعه ای نویسید که:

الف) عضوهای زیرهم در A و هم در B باشند و آنرا F بنامید.

ب) عضوهایش فقط در B باشند و آنرا E بنامید.

ب) عضوهایش در C باشند.

ب) درست یا نادرست عبارت ها را شخص کنید.

۱) $C \subseteq F$

۲) $10 \in E$

۳) $\frac{1}{2} \notin F$

۴) $F = C$

۹ - در داخل \bigcirc ناد \subseteq و \supseteq قرار دهید.

الف) $\emptyset \bigcirc \{-4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$

ب) $\{\frac{1}{2}\} \bigcirc \{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\}$

ب) $\{72, 96\} \bigcirc \{8, 16, 24, \dots\}$

ب) $\{0\} \bigcirc \emptyset$

۱۰ - تعداد زیرمجموعه های سبیل مجموعه \emptyset عضوی را بسازید.

۱۱ - مجموعه ای A زیرمجموعه دارد این مجموعه حدی عضو دارد؟

۱۲ - اگر تعداد زیرمجموعه های مجموعه K عضوی 16 باشد آنچه مجموعه A عضوی باشد K را بسازید.



۱۳ - مجموعه‌ای ۲ عضوی دارد، این مجموعه حداقل زیرمجموعه‌ی سه عضوی دارد؟

۱۴ - اگر تعداد زیرمجموعه $3n-2$ عضوی $\underline{245}$ واحد کمتر از تعداد زیرمجموعه‌ی $3n+2$ عضوی باشد، آنرا باید؟

۱۵ - اگر A را ای n عضو و B را ای $n-4$ عضو باشد زیرمجموعه A حداقل برای زیرمجموعه B است؟

تست

۱ - اگر مجموعه‌ای را ای 127 زیرمجموعهٔ عرض باشد؛ را ای حدیث عضوات؟

- (۱) ۱۲۸ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۱

۲ - مجموعی $A = \{7, 4, -2, 3, 5\}$ حدیث زیرمجموعه ۲ عضوی دارد؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۱

۳ - مجموعهٔ شماردهای اول عدد 42 ، حدیث زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۴ - نزدیکترین زیرمجموعه از مجموعه $\{2, 1, 0, 5, -2, -4\}$ که عضوهای عذر کامل باشد؟

- (۱) $\{1, 2\}$ (۲) $\{1, 0, 1\}$ (۳) $\{1, 0, 1, 2\}$ (۴) $\{1, 0, 0\}$

۵ - زیرمجموعه‌ای از مجموعه $\{100, -100, 100, -100, 100, -100, 100, -100, 100, -100\}$ که عضوهای آن نزدیکتر از صفر باشد، کدام است؟

- (۱) $\{-100\}$ (۲) $\{100\}$ (۳) $\{100, -100\}$ (۴) $\{100, -100, 100, -100\}$

باشد، کدام کنترل مجموع است؟ $A \subseteq B$, $B \subseteq C$

$A \subseteq C$ (۱) $C \subseteq A$ (۲) $A = C$ (۳) $A \not\subseteq C$ (۴)

باشد و مینم $B = \{4, 2+y, 1\}$, $A = \{3, 2x, 2-y\}$

(۱) (۲) (۳) (۴)

۸ - مجموع تعداد زیرمجموعه های $k+1$ عضوی $\binom{k}{k+1}$ باشد. تعداد کدام است؟

(۱) (۲) (۳) (۴)

۹ - مجموع $\{5, 6, 7, 8, 9\}$ درست است؟ (نمودار ۷)

$F \subseteq A$ (۱) $\{1\} \in A$ (۲) $\{2, 3\} \subseteq A$ (۳) $2 \in A$ (۴)

۱۰ - مجموع $\{\emptyset, \{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}\}$ حین زیرمجموعه دارد؟ (نمودار ۸)

(۱) (۲) (۳) (۴)

۱۱ - باشد، تعداد کدام است؟ $B = \{3, 2a+1, \{-a, 0\}\}$, $A = \{a, \{1, 2a+b\}\}$

(۱) (۲) (۳) (۴)

۱۲ - اگر A دایسی n عضو باشد، مجموع زیرمجموعه های آن حین زیرمجموعه دارد؟

(۱) (۲) (۳) (۴)

۱۳ - مجموع $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ دو عضو از هر ۱۰ عددی روح باشد؟ (برهان)

(۱) (۲) (۳) (۴)

۱۴ - مجموع ای دایسی 8^k زیرمجموعه است. این مجموع حین سمعن دارد؟

(۱) (۲) (۳) (۴)

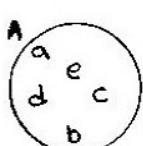
نمایش مجموعه ها:

هر مجموعه را می توان به ۴ روش نشان داد.

- **هزاران و بی:** و در گزینه ای مجموعه با عبارت های فارسی بیان می شود.
- **مثال:** مجموعه اعداد طبیعی بوجمله از ۵

- **با اعضای:** نوشته ای که اعضای بین دو آنکو لاد ($\{\dots\}$) مراری نمایند.

$$A = \{a, b, c, d, e\}$$



- **با محدوداری:** اعضای مجموعه در داخل یک خط بسته مراری نمایند.

- **هزاران ریاضی (با استفاده از نکادهای ریاضی):**
- هزاران نکادهای مجموعه با نکادهای ریاضی باشد که متغیر را به عنوان نامنده اعضای مجموعه شخص نیم و در گزینه مترکی که بین همه اعضای مجموعه قرار دارد را هزاران ریاضی به آن متغیر نسبت دهیم.

ویصل از صفت درباره نوشی مجموعه ها هزاران ریاضی، به بیان اوری مجموعه های عددی که حاورد و عدد دهای عددی

می بودیم.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \quad (\text{Natural})$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \quad (\text{Whole})$$

$$\mathbb{Z} = \{-1, -2, -3, -4, \dots\} \quad (\text{Zahlen})$$

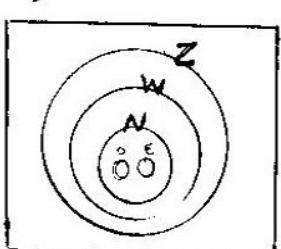
$$\mathbb{E} = \{2, 4, 6, 8, \dots\} \quad (\text{Even})$$

$$\mathbb{O} = \{1, 3, 5, 7, \dots\} \quad (\text{Odd})$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\} \quad (\text{Quotient})$$

مجموعه اعداد کوپایانه هزاران با اعضا نزدیک نهاده از اولین عدد غیرگزناخودی ترازه عدد کوپایانه

- **با توجه به مجموعه های معرف شده و صفت این مجموعه ها را صفت هم هزاران به نکادهای محدوداری توصیف کرد.**



• طلاب مرور عدددهای عددی با علاوهای ($<$, $>$, \leq , \geq) می‌پذیرم.

آخرین علاوهای ترکیب شونده صورت زیر توجه می‌گویند. در اینجا باشل ترصیع می‌دهم.

$\leq \times \leq \leq \leq$ - : اعداد مورد نظر از ۵ - بزرگتر از ۳ بوده لست که ۵ - و ۳ خواهند بودند

$\leq \times \leq \leq \leq$ - : اعداد مورد نظر از ۵ - بزرگتر از مساوی و از ۳ بوده لست که ۵ - خواهد بودند و ۳ هست

$\leq \times \leq \leq \leq$ - : اعداد مورد نظر از ۵ - بزرگتر و بمساوی ۳ هستند (۵ - خواهد بودند و ۳ هست)

$\leq \times \leq \leq \leq$ - : اعداد مورد نظر از ۵ - بزرگتر مساوی ۳ هستند (هم ۵ - هم ۳ - خواهد بودند)

• اول ریکم می‌توانیم بر اساس بحث اصلی خود راهی نهادی مجموعه برای ریاضی برکردیم.

$$A = \{ \text{ } \text{ } \text{ } \text{ } \}$$

عنه بزرگ
عنه کوچک
عنه مساوی
عنه طوری که

نهادی مجموعه برای ریاضی را می‌توان به ۲ بخش تقسیم کرد.

باشل نزدیکی کنند و بر اصل را دنبال کنند !!!

- مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۵ را به زبان ریاضی بنویسید.

کام اول: انتداب حرف کوچک انگلیسی مانند α با هر حرف در جمله مطابق با از نزدیک داخل مجموعه می‌نویسیم:

$$A = \{ x \} \quad \}$$

کام دوم: مجموعه α که اعضای مورد نظر نزدیک مجموعه ای از آنها مانند را به عنوان مجموعه می‌نویسیم.

کام سوم: علاوه «۱» به عنای «به طوری که با هم قسم که» را از می‌نویسیم.

کام آخر: با استفاده از علاوهای ($<$, $>$, \leq , \geq) مانند دلیل ریاضی محدوده اعداد مورد نظر در آن مجموعه نزدیک را مشخص می‌کنیم.

$$A = \{ x \in N \mid x < 5 \} \quad \therefore A = \{ x \in N \mid x \leq 4 \}$$

$$\therefore A = \{ x \mid x \in N, x < 5 \} \quad \therefore A = \{ x \mid x \in N, x \leq 4 \}$$

• نوشتن مجموعه برای ریاضی مرای مجموعه هایی که تعداد اعضای مجموعه زیاد باشد، کار دارد.

مثال ۲ - مجموعه های زیر را به زبان ریاضی نویسید.

$$E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\} \quad \leftarrow \quad E = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

$$O = \{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}\} \quad \leftarrow \quad O = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x < 11\} \quad \leftarrow \quad A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 11\}$$

$$B = \{3k \mid k \in \mathbb{N}\} \leftarrow$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{34}{x} \in \mathbb{N}\} \leftarrow C = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 34\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -9 \leq x \leq 9\} \leftarrow D = \{-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$



• برای نوشتن مجموعه های با خواص ریاضی کافی است ابتدا رابطه بین عضوهای مجموعه را مشخص شود و از روی آن رابطه، مشخص کنیم که اصناف اعضا مطابق با خواص مشخص شده اند.

• برای برداشت آوردن فرمول مستقیم می بایست از اعداد مورد نظر زیر اخمام دهد و ناچار لازم را بگیریم.

• اگر در یک مجموعه، عضوهای مجموعه مطابقه باشند رابطه بین آنها جمله ۷ام را می توان از فرمول مثال برداشت آورد.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

اختلاف یا مقدار مبدأ

$$\text{مثال: } \{3, 5, 7, 9, 11, \dots\} \Rightarrow d = +2 \Rightarrow a_n = 3 + (n-1)2$$

$$\Rightarrow a_n = 3 + 2n - 2 \Rightarrow a_n = 2n + 1$$

$$\text{حساب اسناد: } 2n+1 \rightarrow n=1 \Rightarrow 2(1)+1 = 2+1 = 3$$

$$n=2 \Rightarrow 2(2)+1 = 4+1 = 5$$

$$n=3 \Rightarrow 2(3)+1 = 6+1 = 7$$

⋮

$$\Rightarrow A = \{3, 5, 7, 9, 11, \dots\} \xrightarrow{\text{نوشتن اسناد}} \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\}$$



اگر عضوهای مجموعه، مثبت سرهم نباشد و عاشره نباشد پاکشند، با این رسانه رابطه های ریاضی مانند مضارب تک عدد (تجزیه)، توان های تک عدد، شمارنامهای تک عدد و ... داریم.

مثال ۱: مجموعه $\{5^{20}, 5^{15}, 5^{10}, 5^5\} = A$ را بآندازی ریاضی نویسید؟

پاسخ: کافیست دقت توجه به مشود که اعداد 5^{20} تا 5^5 تا صفر دارند و مضارب ۵ هستند ($5x$). آنرا بآندازی مجموعه برای رسانه ریاضی باید $*$ ها را بدانست. حالا اعداد را تجزیه می کنیم. $\{5x^1, 5x^2, 5x^3, 5x^4, 5x^5\}$. این اعداد همگی طبیعی هستند ($x \in \mathbb{N}$) پس $\{5x^1, 5x^2, 5x^3, 5x^4, 5x^5\}$ هم اعدادی در \mathbb{N} ضرب شده اند ($10^2, 3^4, 10^3$). این اعداد همگی طبیعی هستند.

بنابراین محدوده عبارت از $(1 \leq x \leq 4)$ است.

مثال ۲: مجموعه $\{10^5, \dots, 10^2, 10^1\} = B$ را بآندازی ریاضی نویسید؟

پاسخ: با توجه به اعداد متوالی مربعی هستند که این اعداد مربع حاصل هستند. $\{10^{10}, \dots, 10^5, 10^4, 10^3, 10^2, 10^1\}$ ادایم بنابراین اعداد، عددهای طبیعی هستند که توان ۲ را دارند و از مجموعه ای شروع می شوند و تا ۱۰ ادامه دارند پس مجموعه $B = \{x^2 | x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 10\}$ است.

تمام:

۱- مجموعه های زیر را برای رسانه ریاضی نویسید؟

الف) مجموعه عددهای صحیح فرد

ب) مجموعه اعداد صحیح و مثبت کوچکتر از ۸

ج) مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از -۳

د) مجموعه اعداد صحیح کوچکتر از ۷

ه) مجموعه اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۰

و) مجموعه اعداد صحیح و کوچکتر از ۴ و کوچکتر از -۴



۴- مجموعه‌های زیر را با نام ریاضی نویسید؟

۱) $A = \{ \dots, 4, 5, 6 \}$

۲) $B = \{ \dots, -9, -8, -7 \}$

۳) $C = \{ 4, 7, 10, \dots, 53 \}$

۴) $D = \{ -4, -3, -2, \dots, +2 \}$

۵) $E = \{ 3, 7, 9, \dots, 300 \}$

۶) $F = \left\{ \frac{1}{5}, \frac{1}{12}, \frac{1}{21}, \frac{1}{28} \right\}$

۷) $G = \left\{ 5, \frac{5}{3}, \frac{5}{2}, \frac{5}{1}, 1, \dots \right\}$

۸) $H = \{ 1, 8, 27, 64, \dots \}$

۹) $I = \{ 1, 10, 22, 29, 34 \}$

۱۰) $J = \{ 0, 3, 8, 10 \}$

۱۱) $K = \{ 9, 99, 999, \dots \}$

۱۲) $L = \{ 1, 3, 7, 10, 15 \}$

۱۳) $M = \{-10\}$

۱۴) $N = \left\{ \frac{4}{5}, \frac{4}{10}, \frac{4}{15}, \frac{4}{20}, \dots, \frac{4}{11} \right\}$

۱۵) $O = \{ -1, 2, -3, 4, -5, \dots, 100 \}$

۱۶) $P = \{ 4, -11, 14, -21 \}$



اگر عضوهای مجموعه را ای علاوه های تعداد بودند، آنها زیرا نیز راضی علاوه ها را طبق
براطی های زیر نوشتند و پس در رابطه بین اعداد ضرب می کنند.

$$1) + - + - \dots \longrightarrow (-1)^{n+1}, n \in \mathbb{N}$$

$$2) + - + - \dots \longrightarrow (-1)^n, n \in \mathbb{N}$$

$$3) + - + - \dots \longrightarrow (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}+1}, n \in \mathbb{N}$$

$$4) - + - + - \dots \longrightarrow (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}, n \in \mathbb{N}$$

توشن: اعضای مجموعه از روی هجموعه با اعداد های ریاضی:

آنها در هر مسئلہ سراغ «عیش شرط» زنده و آن را بررسی کنند، پس نتیج ببرایند آنها را در مبنی «نکل عضو»
قرار می دهند اگر آنها اعضای مجموعه ببرایند آنها.

$$A = \left\{ \underbrace{k^2 + \omega}_{\text{نکل عضو}} \mid k \in \mathbb{Z}, -4 \leq k \leq 4 \right\} \quad \text{مثال:}$$

کام اول: بررسی نکل عضو: $(k \in \mathbb{Z}, -4 \leq k \leq 4)$
از تواند عددی $\{16, 9, 4, 1, 0, -1, -4, -9, -16\}$ باشد.

کام دوم: محاسبه اعداد برای آنها در عبارت $(k^2 + \omega)$

$$k^2 + \omega \Rightarrow k = -4 \Rightarrow (-4)^2 + \omega = 16 + \omega = 16$$

$$k = -3 \Rightarrow (-3)^2 + \omega = 9 + \omega = 9$$

$$k = -2 \Rightarrow (-2)^2 + \omega = 4 + \omega = 4$$

$$k = -1 \Rightarrow (-1)^2 + \omega = 1 + \omega = 1$$

$$k = 0 \Rightarrow (0)^2 + \omega = 0 + \omega = \omega \quad \text{عضو نداری}$$

$$k = 1 \Rightarrow (1)^2 + \omega = 1 + \omega = 1 \quad \text{عضو نداری}$$

$$k = 2 \Rightarrow (2)^2 + \omega = 4 + \omega = 4 \quad \text{عضو نداری}$$

$$k = 3 \Rightarrow (3)^2 + \omega = 9 + \omega = 9 \quad //$$

$$k = 4 \Rightarrow (4)^2 + \omega = 16 + \omega = 16$$

$$\Rightarrow A = \{\omega, 4, 9, 16, 25\} \Rightarrow n(A) = 5 \quad \text{حروف عضوی نداری}$$

آزمون:

۱- عضو های مجموعه های زیر را بسازید.

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -\omega \leq x < \omega\}$$

$$B = \{4k+2 \mid k \in \mathbb{Z}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq \sqrt{14}\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < \frac{11}{4}\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{4}{4} < x < \frac{4}{4}\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{14} + 1\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 40\}$$

$$H = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < \sqrt{14}\}$$

$$I = \{4x+4 \mid x \in \mathbb{N}, -4 \leq x < 4\}$$

$$J = \{n(n-1) \mid n \in \mathbb{Z}, n^2 < 14\}$$

$$L = \{x^2 \mid x \in \mathbb{Z}, \sqrt{-x} \in \mathbb{Z}\}$$

$$M = \{x-y \mid x, y \in \mathbb{N}, x+y = \omega\}$$

$$N = \left\{ n-4 \mid \frac{y}{n} \in \mathbb{Z} \right\}$$

تمام

۱- این مجموعه کدام است؟ $A = \{2x - 7 \mid x \in \mathbb{N}\}$

$$\{-7, -5, -3, \dots\} \quad (ج) \quad \{-5, -3, -1\} \quad (ب) \quad \{1, 3, 5, \dots\} \quad (الف)$$

۲- مجموعه $A = \{\sqrt{x+1} \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 4\}$ کدام است؟

$$32 \quad (د) \quad 16 \quad (ب) \quad 8 \quad (ب) \quad 4 \quad (الف)$$

۳- مجموعه $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -4 \leq 3x < 4\}$ کدام است؟

$$13 \quad (د) \quad 12 \quad (ج) \quad 8 \quad (ب) \quad 4 \quad (الف)$$

۴- مجموعه $A = \{2^{x-3y} \mid x-y = 3y\}$ کدام است؟

$$\{-5, 0, 5\} \quad (د) \quad \{1\} \quad (ج) \quad \{32\} \quad (ب) \quad \{16\} \quad (الف)$$

۵- نزدیکترین عدد $A = \{-(x-1)^2 + 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$ کدام است؟

$$(د) ناشفون \quad 4 \quad (ج) \quad 0 \quad (ب) \quad 1 \quad (الف)$$

۶- مجموعه $\{\frac{1}{n}, \frac{1}{2}, 2, 1, \dots\}$ در کدام مجموعه با عالم ریاضی بصری صحیح مشخص شده است؟

$$A = \{2^{x+1} \mid x \in \mathbb{Z}, x > -2\} \quad (ب) \quad A = \{2^x \mid x \in \mathbb{Z}, x > -4\} \quad (الف)$$

$$A = \{2^{-x} \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 3\} \quad (د) \quad A = \{2^{x-3} \mid x \in \mathbb{N}\} \quad (ج)$$

۷- مجموعه $A = \left\{ \frac{2^{x+1}}{2^{x+y}} \mid 2y-x=2 \right\}$ کدام است؟

$$\{-3\} \quad (د) \quad \{9\} \quad (ب) \quad \{\frac{1}{4}\} \quad (ب) \quad \{16\} \quad (الف)$$

۸- این مجموعه $A = \{2^x - y - 2(-y)^x \mid x, y \in \mathbb{Z}, xy = -2\}$ کدام است؟

$$\left\{ \frac{3}{2}, 1, -2, 7 \right\} \quad (د) \quad \{-1, -2, 2\} \quad (ب) \quad \{1, -1, 2, -\frac{1}{2}\} \quad (ب) \quad \{2, 4, 8, -\frac{8}{3}\} \quad (الف)$$

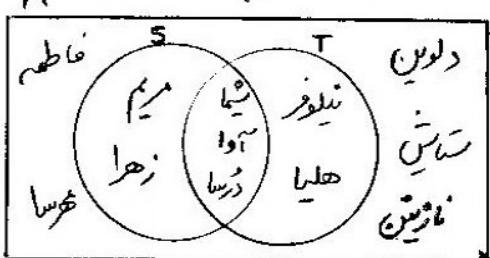
درس سوم: اجتماع، اشتراک و تفاصل مجموعه‌ها

اسای دانش آموزان کلاس هم «الف» به صورت زیر است:

«هرسا، هیم، نیفر، نازن، خاطه، هلیا، زها، سیما، سیا، دلوین، آوا، درسا».

مرتب پردازی گروهی را برای اجرای مرور مدرسه انتخاب کرد که اسای آنچه عبارتند از: {هم، زها، سیما، آوا، درسا} = S

گروه تئاتری هم انتخاب کرد که اسای آنچه عبارتند از: {سیما، آوا، درسا، نیفر، خاطه} = T. مجموعه دانش آموز کلاس هم (الف) را هم با M نامی دهم. اسنگ گروه سی هارا با تقدیر و ادب نشانیده‌یم.



در مرور اعمال، «سیما، آوا و درسا» عضو هر دو گروه هستند.
«نیفر و هلیا» فقط عضو گروه تئاتر و «هم و زها» فقط عضو گروه مرور هستند.

مجموعه‌های مثال بنا را اعضاً نبودن نشان دهیم:

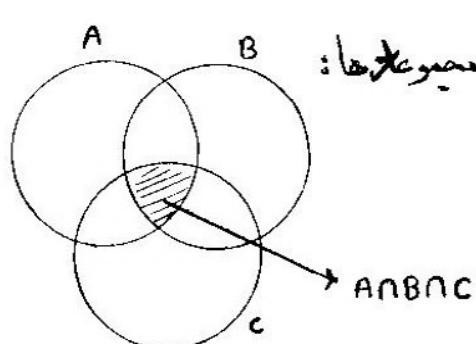
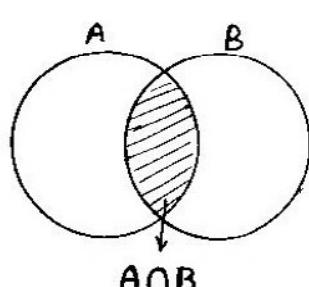
{سیما، آوا، درسا} = مجموعه دانش آموزانی در هر دو گروه عضو هستند.

{هلیا، نیفر، سیما، آوا، درسا، زها، هیم} = مجموعه دانش آموزانی که حداقل ریشه از اسنگ در هر دو گروه عضو هستند.

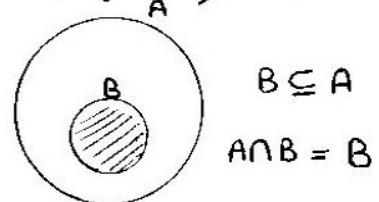
اشتراک دو مجموعه:

اگر A و B در مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضاً آن هم عضو A و هم عضو B باشد را اشتراک (و مجموعه A و B می‌نامیم و با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم) که خواهد می‌شود A ∩ B.

فناش اشتراک دو مجموعه به زبان ریاضی:



نمودار و نیز مربوط به اشتراک مجموعه‌ها:



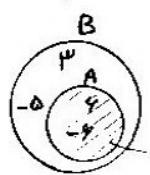


اگر A و B دو مجموعه رله اه باشد نکات زیر را در مورد $A \cap B$ داریم،

• اشتراک در مجموعه A و B نزیر مجموعه هر دو مجموعه هست.

$$\text{مثال: } A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4, 5\} \rightarrow A \cap B = \{2\}, \{2\} \subseteq A, \{2\} \subseteq B$$

• اگر $A \subseteq B$ باشد، آنکه اشتراک دو مجموعه B و A برابر با مجموعه بوجمله می باشد یعنی $(A \cap B) = A$

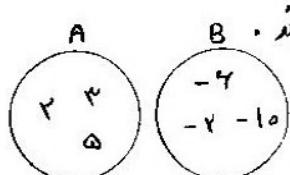


$$A \subseteq B$$

$$B = \{-4, -3, 3, 4\}, A = \{-4, 4\}$$

$$A \subseteq B \Rightarrow (A \cap B) = \{-4, 4\} = A$$

• اگر $A \cap B = \emptyset$ ، یعنی دو مجموعه جدا از هم هستند یعنی هیچ عضو مشترکی ندارند.



$$A \cap B = \emptyset$$

• اشتراک هر مجموعه با خودش برابر با همان مجموعه است.

• اشتراک هر مجموعه با مجموعه تهی برابر با مجموعه تهی است.

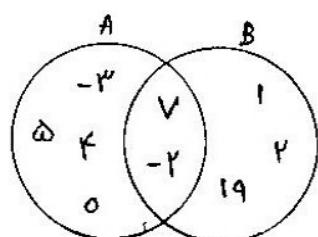
• اشتراک دو مجموعه خاصیت صالحایی دارد.

• اشتراک سه مجموعه خاصیت صالحیت پنجمی دارد.

• اگر A نزیر مجموعه B باشد، اشتراک A و B برابر است با A (مجموعه بوجمله)

برن:

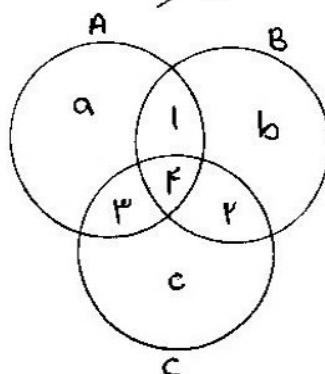
۱- با توجه به نمودار دل اعضای هر مجموعه را شخص کنید.



$$A = \{-3, 0, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 4\}$$

$$A \cap B = \{-2, 1, 2\}$$



$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$A \cap B =$$

$$A \cap C =$$

$$B \cap C =$$

$$A \cap B \cap C =$$



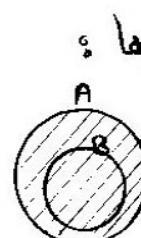
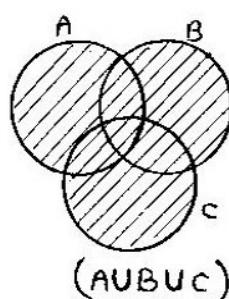
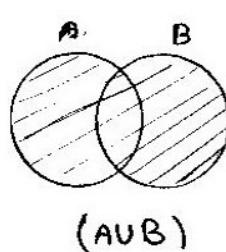
اجتماع دو مجموعه :

• اجتماع دو مجموعه A و B شامل عضوهای است که نیز در A باشد نیز در B باشد یا اجتماع دو مجموعه A و B شامل عضوهای است که حداقل درکنی از دو مجموعه A یا B باشد.

• اگر A و B دو مجموعه باشند، مجموعه ای که اعضاً آن متألف همه اعضای دو مجموعه A و B است را اجتماع دو مجموعه A و B می نوییم و بناد (A ∪ B) نوشیم که خوانده می شود: اجتماع A و B

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

نمایش اجتماع دو مجموعه به زبان ریاضی:



$$B \subseteq A$$

$$(A \cup B) = A$$

نمودار ون اجتماع مجموعه ها:



• اجتماع هر مجموعه با خودش برابر باشد مجموعه است.

• اجتماع هر مجموعه با مجموعه هایی برابر با خود آن مجموعه است.

• اجتماع دو مجموعه خاصیت جایگزینی دارد.

• اجتماع سه مجموعه خاصیت ترتیب پذیری دارد.

• اگر A و B دو مجموعه باشند، اجتماع A و B برابر است با
مجموعه B (مجموعه بزرگتر)

هر کدام از مجموعه های A و B از مجموعه اجتماع A و B هستند.

• اگر A و B دو مجموعه، زیرمجموعه اجتماع های دو مجموعه است.

• اگر A = B = \emptyset $\Leftrightarrow A \cup B = \emptyset$ •
اگر اجتماع دو مجموعه برابر با مجموعه هایی باشد، هر دو مجموعه آن هستند.

مثال: در شال اول درس سرگرم (اس می رانش آنرا ان کلاس نهم «الف» A ∪ B را برایست بازه
 $A \cup B = \{حلیا، نیلوفر، درس، شیاه‌آوا، مردم، زهرا\}$

۱ - آنچه مجموعه اعداد طبیعتی $A = \{x | x \in \mathbb{N}, -2 \leq x \leq 4\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ باشد، $(A \cup B)$ را با عضوهاش مشخص کنید.

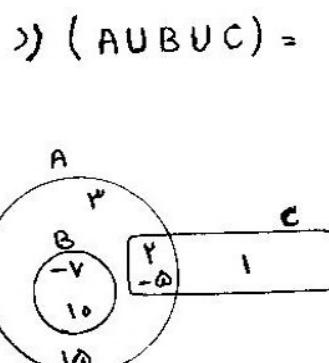
۲ - آنچه مجموعه اعداد طبیعتی $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، $A = \{2, 5\}$ و $A \subseteq B$ باشد، $(A \cap B)$ و $(A \cup B)$ را با عضوهاش مشخص کنید.

۳ - مجموعه های $C = \{4, 8, 5, 6, -4\}$ و $B = \{-1, -4, 9, 8\}$ و $A = \{-4, -5, -4, 9\}$ را در نظر بگیرید و هر کدام از مجموعه های زیر را با عضوهای آن مشخص کنید.

$$\text{(الف) } (A \cup B) =$$

$$\text{(ب) } (B \cup C) =$$

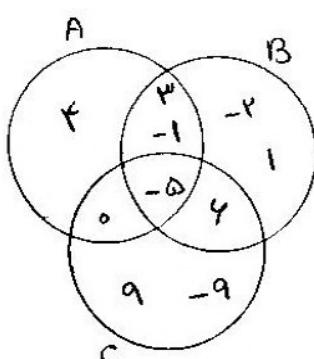
$$\text{(ج) } (A \cup C) =$$



$$\text{(الف) } A \cup B$$

$$\text{(ب) } A \cup B \cup C$$

$$\text{(ج) } A \cup C$$



۴ - با توجه به نمودار و لیست عضوهای هر مجموعه را مشخص نمایید.

$$\text{(الف) } A \cap (B \cap C) =$$

$$\text{(ب) } B \cup (A \cap C) =$$

$$\text{(ج) } A \cup (B \cup C) =$$



لایم کردن صورت اینست؟ $A \cup B = B$

$A = B \rightarrow A \cap B = \emptyset$ (ج) $A \subseteq B \rightarrow B \subseteq A$ (الف)

لایم اینست؟ $(A \cap B) \cup (B \cap C) = A \subseteq B \subseteq C$ مجموعه های مجزا هستند، C, B, A - ۱

لایم (ج) C (ج) B (۱) A (الف)

۳ - اگر $A \cap B$ مجموعه $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 < 10\}$ و $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, x < 3\}$ مجموعه ای داشته باشد؟

۹ (۱) \wedge (ج) \vee (۱) \wedge (الف)

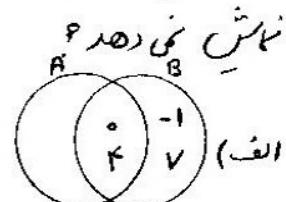
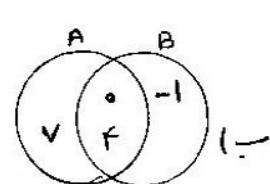
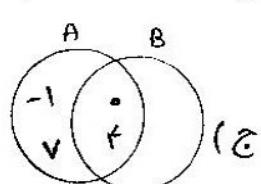
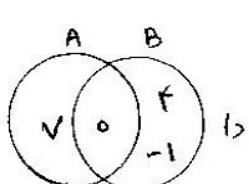
۴ - در این صورت متصال $A_n = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ (رویجا پر نمایش) لایم اینست؟

A_n (۱) $A_1 \cap C$ $A_1 \cap A_n$ (۱) \emptyset (الف)

$A = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n$...، $A_1 = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ و $A_2 = \{2, 3, 4, \dots, 12\}$ ، $A_3 = \{3, 4, 5, \dots, 15\}$...، $A_n = \{n, n+1, n+2, \dots, 2n\}$ (برهان از بر)

۸ (۱) Δ (ج) \neg (۱) \neg (الف)

۵ - دو مجموعه $A \cap B = \{0, 4\}$ و $A \cup B = \{-1, 0, 4, 7\}$ را در نظر بگیرید. لایم ترتیب مجموعه های A و B را بدرستی



۶ - اگر $A \subseteq B$ باشد، $A \cap B$ و $A \cup B$ به ترتیب چهار لایم ترتیب هستند؟

لایم (ج) B, B (ج) A, B (۱) A, A (الف)

نهاصل مجموعه‌ها:

ما توجه به مثال دانش آموزان کلاس نهم «الف» می‌توانیم مجموعه‌های زیر را با اعضا تکیل دهیم.

$$\{ \text{هلیا، فلیفر} \} = \text{مجموعه دانش آموزان} / \text{ فقط عضو کروه تئاتر هستند.} = T - S$$

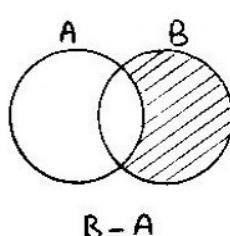
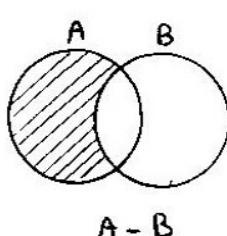
$$\{ \text{زهرا، مریم} \} = \text{مجموعه دانش آموزان} / \text{ فقط عضو کروه سرور هستند.} = S - T$$

تعريف نهاصل مجموعه‌ها: اگر A و B دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن عضو A بوده ولی عضو B نباشد را نهاصل A از B می‌نیم و با ناد $A - B$ نشان می‌ریزیم که خواصه می‌گوید A متوالی B است.

$$A - B = \{ x | x \in A, x \notin B \}$$

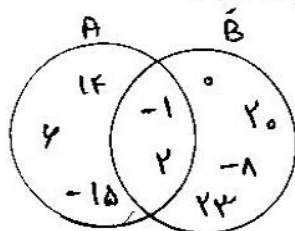
نهاش نهاصل دو مجموعه به زبان ریاضی:

$$B - A = \{ x | x \in B, x \notin A \}$$



نحوه دادن مربوط به نهاصل مجموعه‌ها:

مثال: ما توجه به نحوه دادن نهاصل مجموعه‌ای $A - B$ و $B - A$ را با اعضا پیش نهش دهد.



$$A = \{-1\Delta, -1, 2, 4, 1\Delta\}$$

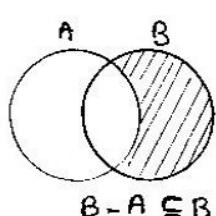
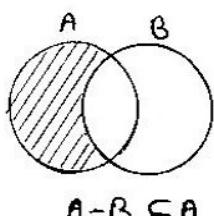
$$B = \{-1, -1\Delta, 2, 4, 20, 23\}$$

$$A - B = \{ 4, 1\Delta, -1\Delta \}$$

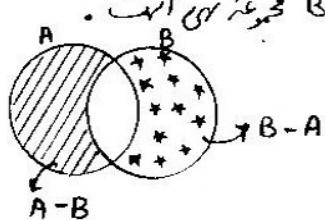
$$B - A = \{ 0, 20, 23, -1 \}$$

• در تعریف $A - B$ ، در واقع عضوهای مترک $A \cap B$ و A بین $(A \cap B)$ و $(\text{مجموعه } A)$ حذف می‌گویند و منابع اگر $A - B = A - (A \cap B)$ باشد:

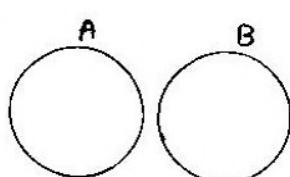
$$A - B \neq B - A$$



$$B - A \subseteq B, A - B \subseteq A$$

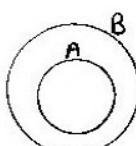


• مجموعه آن اشتراک مجموعه های $B - A$ و $A - B$ مجموعه ای از هست.

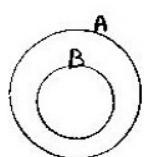


• $A - B = A$ و $B - A = B$ در مجموعه های از هست، B و A از هست.

$B - A \neq \emptyset$ لیکن،



$A - B = \emptyset \Leftrightarrow A \subseteq B$ لیکن،



$A - B \neq \emptyset$ لیکن، $B - A = \emptyset \Leftrightarrow B \subseteq A$ لیکن،

• اجتماع دو مجموعه $(A \cap B)$ و $(B - A)$ با مجموعه B از هست.

• اجتماع دو مجموعه $(A \cap B)$ و $(A - B)$ با مجموعه A از هست.

$$\emptyset - A = \emptyset, A - \emptyset = A, A - A = \emptyset$$

$$A - B = A \cap B'$$

• مجموعه آن اشتراک مجموعه های از هست تبدیل کرد.

$$A - A' = A, A' - A = A$$

رابطه زیر همراه درست هستند.

$$M - \emptyset = M, \emptyset - M = \emptyset$$

$$M - A = A', M - A' = A$$

موجهه مرجع: نزدیکترین مجموعه های در درس سوال مردمجت مواردی کرد، مجموعه مرجع اینست که با "M" نوشته شده باشد و در نمودار دویل با استطیع نشان داده می شود.



مقدمه مجموعه: مجموعه های که هم عضوی از A ندارد آنها هر آنچه عضو A نیست را در خود دارد، مقدمه A می نویسند و با A' نهایی می نویسند بنابراین.

$$x \in A \Rightarrow x \notin A'$$

• برای مجموعه‌های Q, Z, W, N مخصوصیت‌های زیر را بایز بگرد:

$$W - N = \{0\}$$

$$N - W = \emptyset$$

$$W - Z = \emptyset$$

$$Z - N = \{0, -1, -2, \dots\}$$

$$N - Z = \emptyset$$

$$Z - W = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$W \cup N = W$$

$$N \cup Z = Z$$

$$W \cup Z = Z$$

$$W \cap N = N$$

$$N \cap Z = N$$

$$W \cap Z = W$$

$$Q \cup N = Q$$

$$Q \cup Z = Q$$

$$Q \cup W = Q$$

$$Q \cap N = N$$

$$Q \cap Z = Z$$

$$Q \cap W = W$$

• اتحاد چند مجموعه با مجموعه $(A \cap B) \cup A$ برابر با مجموعه $A \cup (A \cap B)$ است.

• تضاد A با مجموعه $(A \cup B) \cap A$ برابر با مجموعه $A \cap (A \cup B)$ است.

مثال ۲- با توجه به مجموعه‌های $C = \{10, 12, 13\}$ و $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ و $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ هر کدام از مجموعه‌های زیر را با اعضای مشخص شرح نماید.

ا) $A - B =$

ب) $B - C =$

پ) $C \cap \emptyset =$

ث) $A \cup A =$

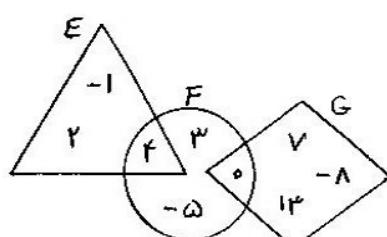
ج) $B \cap B =$

ح) $(B \cap B) - A =$

خ) $B \cup C =$

ع) $(B \cup C) - A =$

مثال ۳- با توجه به نمودار مسئل، تجزیه‌های درست و نادرست را شرح نماید.



ا) $E - F = \{-1, 2\}$

ب) $(E \cap F) \cap G = \emptyset$

ج) $F - G = \{-1, 2\}$

د) $(E - G) \cap F = \{-1, 2, 3\}$

ه) $(E - F) \cup (F - E) = \{-1, 2, 3, -4\}$

مثال ۴- اگر $B = \{2x+1 | x \in \mathbb{Z}, -2 < x < 3\}$ ، $A = \{x^2 - 1 | x \in \mathbb{W}, x < 4\}$ اعضاً چنان تبعیض نهیں داشتند.

ا) $A =$

ب) $B =$

۱) مجموعه اعدادی که فقط در A هستند:

۲) مجموعه اعدادی که فقط در B هستند:

عدد اصلی مجموعه در اجتماع، استرات و تقاضا:

برای محاسبه عدد اصلی مجموعه حاصل از اجتماع، استرات و تقاضاً محصول عواملی تعداد عواملی عدد دارد که از رابطه های زیر استفاده شود:

$$\bullet n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\bullet n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

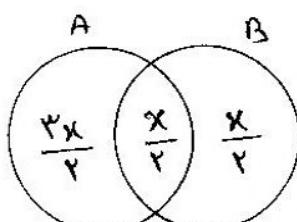
$$\bullet n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$\bullet n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C).$$

مثال ۱- در یک کلاس ۲۸ نفره، ۱۹ نفر در درس ریاضی شده‌اند، ۱۵ نفر در درس علوم شده‌اند
و ۱۰ نفر در آن دو درس را همراه باشند. چند نفر در هر کدام از درس‌ها نرفته‌اند؟

پاسخ:

مثال ۲- محاسبه عددی در درس ریاضی کمتر از ۲۰٪



$$n(B) = x$$

$$n(A \cup B) = 20$$

$$n(A \cap B) = \frac{x}{4}$$

$$n(A) = 4x$$

$$n(A) = ?$$



بیشتر بدانید !!!

اعمال مجموعه‌ای عبارتند از: اتحاد، اشتراك، تفاضل و تتمم که دارای خواص زیرهستند و با استفاده از این خواص می‌توان پاسخ عبارت‌های جبری را سریع تر و دقیق تر به دست آورد.

• خاصیت جابجایی اتحاد و اشتراك

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

• خاصیت ترتیب پریهای انجمنی اتحاد و اشتراك

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

• خاصیت توزیع پریهای اتحاد و اشتراك

• قانون حذف: چون $(A \cap B) \subseteq A$ همراه با:

$$A \cap (A \cap B) = A$$

$$A \cup (A \cap B) = A$$

• قانون دموگران: درباره مسمی اتحاد و مسمی اشتراك مجموعه‌هاست.

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A' \cap B')' = A \cup B$$

• متمم، متمم جمیع با خود آن مجموعه برابر است.

۱) $A - B \neq B - A$

• خصوصیات تفاضل (دو مجموعه): تفاضل خاصیت جابجایی ندارد

۲) $(A - B) - C \neq A - (B - C)$

تفاضل مجموعه‌ها خاصیت ترتیب پریهای ندارد. (در تفاضل مجموعه‌ها اشتراك در تفاضل خاصیت توزیع پریهای دارد.)

۳) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$

۴) $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$

۵) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

۶) $A - B = A - (A \cap B) \quad , \quad A - B = A \cap B'$

• تفاضل تقارن

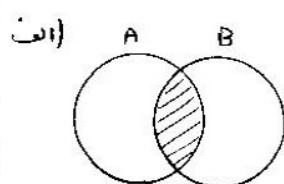
۷) $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) \quad , \quad A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$

۸) $A \Delta B = B \Delta A$

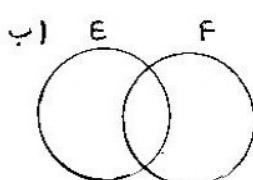
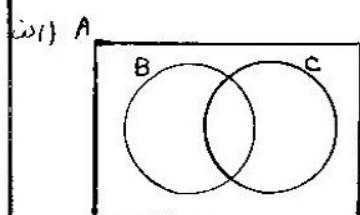
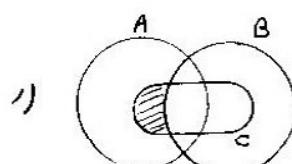
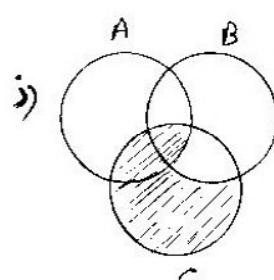
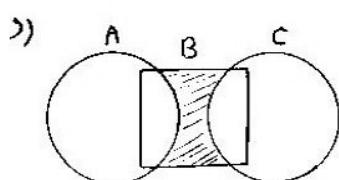
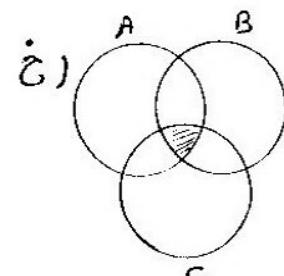
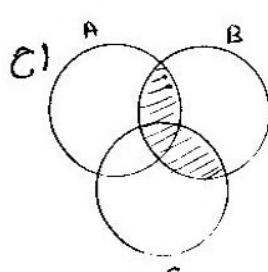
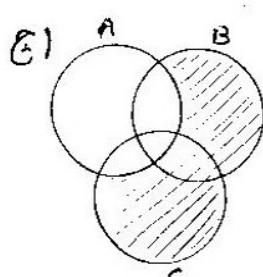
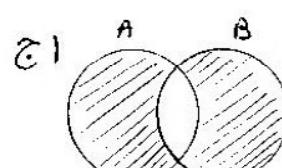
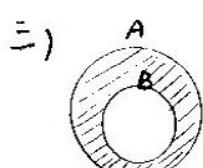
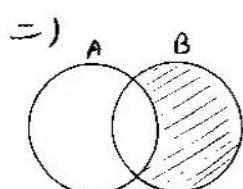
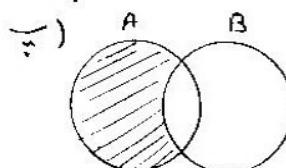
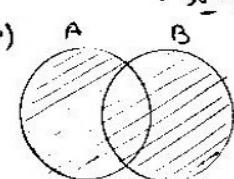




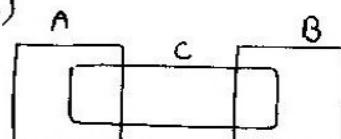
تمرين:



۱- هر کل ناد مرط به قسم زنی را نویسید.



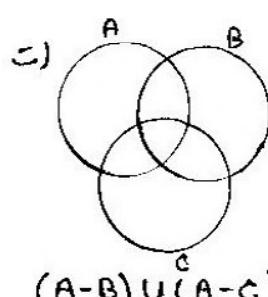
۲- در هر کل مجموعه مرور دنظر را نویسند.



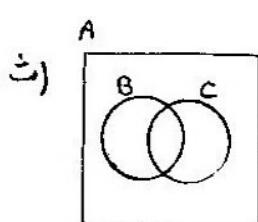
$$(A \cap B) - (A \cap C)$$

$$(E - F) \cup F$$

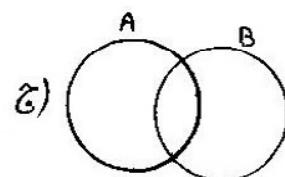
$$(A \cup C) - B$$



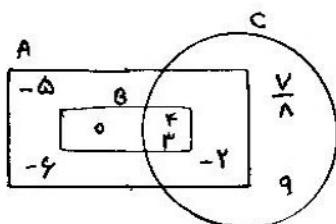
$$(A - B) \cup (A - C)$$



$$A - (B \cup C)$$



$$(A \cap B) \cup B$$



۳- بازوهایی به محدوده درستی یا نادرستی عبارت‌ها را مشخص کنید.

$$(الف) B \subseteq A$$

$$(ب) B \subseteq C$$

$$\neg (c \subseteq (A \cup B))$$

$$\neg (0 \in B \cup C)$$

$$\neg (9 \in (A \cap C))$$

$$\neg (-2 \in (A - B))$$

$$\neg (9 \in (C - B))$$

$$\neg (-2 \in (C - B))$$

$$\neg ((B \cap C) \cup C = C)$$

$$\neg (B - A \subseteq C)$$

۴- مجموعه شمارندهای طبیعی عدد ۲۶ را F و شمارندهای طبیعی عدد ۴۵ را E نامید. ابتدا F و E را

تکلیل را در دو بروکات نزیرا مسح دهید.

(الف) مجموعهای تکلیل دهد که هر عضو آن شمارنده ۲۶ باشد ولی شمارنده ۴۵ نباشد.

(ب) مجموعهای تکلیل دهد که اعضای آن هم شمارنده ۲۶ و هم شمارنده ۴۵ باشند.

(پ) مجموعهای تکلیل دهد که اعضای آن حداقل شمارنده ۲۶ یا شمارنده ۴۵ باشند.

۵- مجموعهای $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ را A، B = $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ و C = $\{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}, \frac{8}{9}\}$ نظر کرده و حکم از مجموعهای نزیر را با اضافی ن مشخص کنید.

$$(الف) (A \cup B) - C =$$

$$(ب) (A \cap B) \cap C =$$

$$(پ) (B - A) - C =$$

۶- اگر انتدابیم $A \subseteq B$ ، $A \cap B = \{a, \frac{3}{5}\}$ و $A \cup B = \{-4, 2, a, \frac{3}{5}, 9\}$ را
محدوده دلیل مشخص کنید.

۱) $F = \{x \in N \mid x \leq 3\}$ و $E = \{x \in Z \mid -4 < x < 5\}$ هر کدام اعضا
با خواص دو مجموعه دارند.

الف) $E =$

ب) $F =$

ج) $E \cap F =$

د) $E - F =$

ه) $E - (E \cap F) =$

و) $(E - F) \cap (F - E) =$

- آنکه دو مجموعه دلخواه باشند، حاصل مجموعه‌های زیر را نویسید.

الف) $B \cup (A \cap B) =$

ب) $B - (A \cap B) =$

پ) $(A - B) \cup (A \cap B) =$

ت) $A - (B - A) =$

۲) $B = \{x \in Z \mid -10 < x < -49\}$ ، $A = \{y_k \mid -40 < k < -1\}$ از این تعداد:

الف) $n(A) =$

ب) $n(B) =$

پ) $n(A \cup B) =$

ت) $n(A \cap B) =$

$B = \dots \dots$ ، $A = \dots \dots$ از این تعداد $A \cup B = \emptyset$



۱۰- فهرود ایچ زیر مطابق با شرایط مسایل مذکور است؟
 $\{x_9 - 7, ?\} \cap \{5, ?, a, 13\} = \{x_9 - 7, ?, 5, 5, 5, 7, ?\}$ (الف)

$$B: \left\{ \frac{1}{2}, 3, -3, \frac{7}{8}, 0, ? \right\} \cup \{?, x\} \times \{?, 3, -3, 0, ?\}$$

۱۱- در مدرسه هتل، ۳۸ مسافر وجود دارد. ۲۵ نفر آنها تاجر و ۷ نفر جلانگرد هستند. اگر ۷ نفر نه تاجر نه جلانگرد باشند حینه مسافر تاجر جلانگرد در هتل وجود دارد؟ حینه مسافر فقط تاجر هستند؟

۱۲- در کلاس ۱۳ نفره، ۲۵ نفر در درس ریاضی و ۱۳ نفر در درس علوم آموخته اند. اگر ۷ نفر در درس علوم آموخته باشند. حینه نفر در درس ریاضی آموخته اند؟

۱۳- در مدرسه مهانی ۲۳ نفری. ۱۸ نفر حملی و ۷ نفر همه خود رونده اند، ۷ نفر هم حملی هم قوه نویشیده اند؛
 حینه نفر همیشی کدام را نتوانیده باشد؟



ست:

$$A \cup B = B$$

- اى

(ج) هجدهم

$$A = B \quad (ج) \quad A \subseteq B \leftarrow B \subseteq A$$

٤ - مجموعه $\mathbb{Z} - N$ هواره کبار بدام ترتیب سارش؟

$$\text{الث) } N = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

٣ - مجموعه $(A \cap B) \cup (A \cap \emptyset)$ بامامت؟

$$A \quad (ج) \quad A \cap B \quad (ج) \quad A \cup B \quad (-) \quad \emptyset$$

٤ - کدام امت: $n(B)$ مقدار $n(A-B) = 4$ ، $n(A \cup B) = 18$

$$\text{الث) } 18 \quad (ج) \quad 12 \quad (-) \quad 6$$

٥ - کدام امت: $n(A-B) = 3$ ، $n(B-A) = 5$ ، $n(B) = 5$ ، $n(A) = 8$

$$F \quad (ج) \quad 12 \quad (-) \quad 6$$

٦ - اى: $n(A) = 5$ ، $n(A \cup B) = 12$ ، $n(A \cap B) = 4$ ، $n(A-B) = n(B-A)$

$$10 \quad (ج) \quad 8 \quad (-) \quad 4$$

٧ - اى: $n(A-B) = 5$ ، $n(B-A) = 10$ ، $n(A) = 15$ ، $n(B) = 15$ (تهریون)

$$(ج) \quad (-) \quad 10 \quad (-) \quad 5$$

الله :

۱۱ - اگر $A \subseteq B \subseteq C$ باشد، آنچه نلام است (از مجموعه‌های زیر همواره آن است؟) ؟ (نمودولی ارسان)

$$(A-B) \cap (C-B) \quad (ج) \quad (B-C) \cup (B-A) \quad (ج) \quad B - (A \cap C) \quad (-) \quad A \cup (B-C) \quad (\text{الف})$$

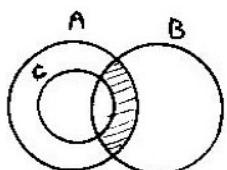
۱۲ - اگر $A \subseteq B$ باشد، حاصل $[(A-B) \cup (B-A) \cup (A \cap B)]$ نلام است؟ (نمودولی ۹۶ تهران)

$$\emptyset \quad (ج) \quad B-A \quad (ج) \quad B \quad (-) \quad A \quad (\text{الف})$$

۱۳ - اگر $C \subseteq A$ ، $A \cap B = A$ باشد، حاصل عبارت زیر نلام است؟ (نمودولی اصفهان)

$$(A-B) \cup (C \cap B) =$$

$$C \cap A \quad (ج) \quad \{ \} \quad (ج) \quad C \quad (-) \quad B \quad (\text{الف})$$



۱۴ - با توجه به مکمل عامل، نلام که مجموعه متساوی این ۳ نمودار دارد؟ (نمودولی هزارخان)

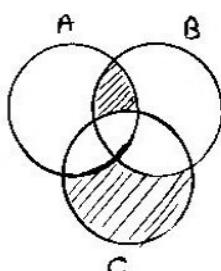
$$A \cap B - C \quad (-) \quad A \cap (B-C) \quad (\text{الف})$$

$$(A-C) \cup B \quad (ج) \quad (A-C) \cap B \quad (ج)$$

۱۵ - اگر $A \subseteq B$ باشد، در این صورت $A \cup (B \cap A')$ برابر است با: (نمودولی زغال)

$$B' \quad (ج) \quad B \quad (ج) \quad A' \quad (-) \quad A \quad (\text{الف})$$

۱۶ - مجموعه‌های $C = \{15, 14, \dots, 5\}$ و $B = \{x+12 \mid x \in N, x \leq 21\}$ ، $A = \{5, 1, 2, 3, \dots, 29\}$ باشند. با توجه به مکمل، متساوی این ۳ نمودار دارد؟ (نمودولی زید)



۱۷ - در نظر گیرید. با توجه به مکمل، متساوی این ۳ نمودار دارد؟ (نمودولی زید)

$$\forall \quad (-) \quad \forall \quad (\text{الف})$$

$$\forall \quad (-) \quad \forall \quad (\text{ج})$$

۱۸ - اگر $A \cap B = \emptyset$ ، حاصل عبارت $(A-B) \cap (B-A)$ نلام است؟ (نمودولی تهران)

$$\emptyset \quad (ج) \quad A-B \quad (ج) \quad B \quad (-) \quad A \quad (\text{الف})$$

۱۹ - دریک کروه هشت زوی هفت‌سینی می‌زند و ۶ نور ساعت داردند. چهیه نفر هم هفت‌سینی می‌زند و هم ساعت داردند؟ (امروزی امیر)

$$\text{الف) حداقل ۳۰ نفر} \quad \text{ب) حداقل ۳۳ نفر} \quad \text{ج) حداقل ۳۳ نفر} \quad \text{د) حداقل ۵۷ نفر}$$

درس چهارم: هم‌بُعدی‌ها و احتمال

یادآوری تعاریف مربوط به محاسبه احتمال:

آزمایش: هر کاری که منجر به نتیجه‌گیردن از آزمایش می‌گردید، مانند پرتاب کردن یک ناس، باید ممکن باشد.

هر آزمایش را این نتیجه‌اش به درستی مقسم می‌کنند:

• آزمایش تطبیقی: آزمایش را که نتیجه‌گیرانه از آن شفعت ندارد.

مثال: اگر بطور تصادفی یک چهاره از داخل مکعب که درون آن سه چهاره هایی باشد قصر بردارد، خارج کنیم، همواره نتیجه، چهاره قصر خواهد بود.

• آزمایش تصادفی: آزمایشی که نتیجه‌گیرانه از آن شفعت نداشته باشد.

مثال: در پرتاب یک مکعب نه توان می‌باشیم که «رو» می‌آید یا «دشت».

مضای نمونه‌ای:

در هر آزمایش تصادفی مجموعه تمام حالات‌های ممکن را مضای نمونه آن آزمایش که آن را بآیند، و تعداد اعضای آن را با $n(S)$ نشان می‌دهند.

مثال: مضای نمونه‌ای هر یک آزمایش‌های زیر را بخوبی.

$$S = \{ \text{دست} \}, n(S) = 2$$

الف) پرتاب یک ناس:

$$S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}, n(S) = 6$$

ب) پرتاب یک مکعب:

$$S = \{ (\text{دشت}, \text{دشت}), (\text{دو}, \text{دشت}), (\text{دشت}, \text{دو}), (\text{دو}, \text{دو}) \}, n(S) = 4$$

پیشامد: در هر آزمایش مجموعه تمام حالات‌های مطلوب در نواهی را پیشامد می‌گویند و آن را با A, B, \dots, N نشان می‌دهند. (A) هم تعداد اعضای مجموعه A است.

• پیشامد تعداد: هر یک از زیر مجموعه‌های مجموعه مضای نمونه (S) را پیشامد تعداد در نظر گرفت.



$$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A = \{2, 3, 5\} \quad B = \{2, 4, 6\}$$

پس از در نظر گرفتن عده های اول

مثال: در یک رنگ ماسه

احتمال وقوع یک پیشامد؟

$$\text{احتمال وقوع یک پیشامد } A = \frac{\text{تعداد عضوهای مجموعه } A}{\text{تعداد عضوهای مجموعه } S}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

احتمال خود را در مجموعه S می بینیم



چون S مجموعه همه ممکن است و A مجموعه همه ممکن است و A مجموعه همه ممکن است. لذا از خواص مجموعه ها در مسابت پیروی می کنند.

- اگر احتمال A یا B را نمایه می کنیم $A \cup B$
- اگر احتمال A و B را نمایه می کنیم $A \cap B$
- $P(\emptyset) = 0$ ، یعنی احتمال مجموعه تهی برابر با صفر است.
- $P(S) = 1$ یعنی احتمال مجموعه S (همه ممکن است) برابر با ۱ است.
- $0 \leq P(A) \leq 1$ (مجموعه همه پیشامدهای مطلوب است).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

و A و B داریم:

$$P(A) \leq P(B)$$

اگر $A \subseteq B$

در مسائل تعداد عضوهای مجموعه نمونه رنگ ماسه های داشته باشند از این طبقه های زیر استفاده کردند.

- در یک رنگ n کله، n^m ممکن است مختلف به وجود آید. (چون یک رنگ n ممکن است دارد)
- در n بار رنگ n کله، n^n ممکن است مختلف به وجود آید. ()
- در یک رنگ m ممکن است m^m ممکن است مختلف به وجود آید. ()
- در m بار رنگ n کله ممکن است n^m ممکن است مختلف به وجود آید. ()
- اگر n کله و m ممکن است رنگ n کله m^n ممکن است در کل $n^m \times m^n$ ممکن است مختلف به وجود آید.



• پیشامد هم شناس:

ب) پیشامدهای احتمال روی رادرینگ های برابر است: پیشامدهای هم شناس می توانند.

مثال: ب) مجموعه شمارنده های عدد ۱۲ را فتح کنید.

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$P(1) = \frac{1}{12}, P(2) = \frac{1}{12}, P(3) = \frac{1}{12}, P(4) = \frac{1}{12}, P(5) = \frac{1}{12}, P(6) = \frac{1}{12}$$

پ) پیشامدهای بالا که هم احتمال استخواب شدند نیز برابر است: پیشامدهای هم شناس می توانند.

کمرين:

۱- اگر کمیناس رکورد که راهنمای بیندازیم حدود احتمال دارد که:
الف) که «رو» بیانید و ناس عدد زوج باشد.

ب) عدد ناس بر ۲ و ۳ غنی پنجه باشد.

۲- از درون سر جلیقه که داخل آن ۵۰ کارت می باشند های اینا با آواره از دارد که:
می آدمیم. حدود احتمال دارد که:

الف) عدد کارت بیرون آمده اول باشد.

ب) عدد کارت بیرون آمده تک باشد.

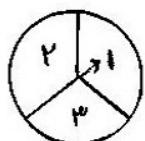
ج) اگر B پیشامد خارج شدن شمارنده های ۱۰ و C پیشامد خارج شدن عدد خرد باشد، مجموعه های C و B را تفکیس دهید و احتمال خدار هر کمی را محاسبه کنید. آیا پیشامدهای B و C هم شناسند؟

۳- اگر از درون مجموعه S دارای ۳ مهره با شماره های ۱، ۲ و ۳ است که مهره به طور تصادفی بر رو آورده:

الف) مجموعه ای را از مجموعه های ممکن است اینهاست

ب) مجموعه S حذف نزد مجموعه دارد؟ آنرا اثبات کنید.

پ) اگر هر یکی از نزد مجموعه های S را کسی پیش از تعداد در نظر نگیریم، احتمال خدار هر یکی از احتمالات کنید.



۴- حینه ها از نظر تبرید و برش احوال های زیر را صحیح دهید.

الف) همه احوال های ممکن که عقایقی کو اند روی یک عدد باشند را اثبات کنید.

ب) برای مجموعه S حینه پیش از تصادفی میتوان نزد است.

پ) برای هر نزد مجموعه S مکانیکاً معرفی کنید.

۵- اگر مجموعه A پیش از زوج آمدن عدد در پرتاب یک ناس و B پیش از اعداد کوچکتر از ۵ باشد و مطلب است:

الف) احتمال آنکه A یا B رخ دهد.

پ) احتمال آنکه هم A و هم B رخ دهد.

پ) آیا پیش از های A و B هم شان هستند؟ جوا؟



۶- اگر در مجموعه $\{x\}$ هر عنصر دو مرتبه باشد، چهور احتمال دارد:

الف) در مجموعه $\{x\}$ هر عنصر دو مرتبه باشد.

ب) در مجموعه $\{x\}$ هر عنصر پر باشد.

ج) در مجموعه $\{x\}$ همه عنصرها پر باشند.

۷- ماسی را به دو برابر می کنیم، احتمال هر کدامیکی از مجموعه ای زیر را انبویید.

الف) احتمال انتخاب عدد رو شده ۲ یا ۵ نباشد.

ب) احتمال انتخاب عدد رو شده ممکن نباشد.

ج) احتمال انتخاب عدد رو شده مضرب ۱۰ باشد.

د) احتمال انتخاب عدد رو شده در مجموعه $\{x \in W | x = A - 5\}$ باشد.

۸- کمی کمی را دوبار برپا می کنیم. احتمال انتخاب هر دوبار دیگر چهار احتمال است؟

۹- ماسی ماسی را دوبار برپا می کنیم؛ احتمال انتخاب هر دو بار رو بنا بر چهار احتمال است؟

۱۰ - درست کنیه ۳ مهره باشد ای، ۶ مهره باشد هر زیر، ۲ مهره باشد سبز و ۵ مهره باشد سبز و چهار دارد.
کمتر مهره به تصرف از کسی خارج نمی‌کنیم. احتمال اینکه:

- (الف) مهره خارج شده کنی از کسی های ای باین قسم یا سبز باشد، چقدر است؟
(ب) مهره خارج شده بین سبز نباشد چقدر است؟

۱۱ - دو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\}$ طور نظر میرید. اگر می‌از اعضاي دو مجموعه را به تعارف آشنا کنیم:

- (الف) چقدر احتمال دارد که این عدد عضو مجموعه $A \cup B$ باشد؟
(ب) چقدر احتمال دارد که این عدد عضو مجموعه $B - A$ باشد؟

۱۲ - خانواده ای سه هزار نفر دارد:

الف) احتمال اینکه دقیقاً ۲ پسر داشته باشد.

ب) احتمال اینکه حداقل ۲ پسر داشته باشند.

ج) احتمال اینکه حداقل ۲ پسر داشته باشند.

۱۳ - دو ناس راهنمای رئیس، احتمال اینکه مجموع عذرهاي روی دو ناس مضر ۳ باشد چقدر است؟



تست:

۱- در ترتیب دو ماس کاردم احتمال هر عدد ظاهر شده بیشتر از ۴ است؟

- (الف) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{3}$

۲- اگر ک مجموعه همه حالت های ممکن و $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد، برای مجموعه K حینه پیش در تعداد می توان نوشت؟

- (الف) ۱۵ (ب) ۲۵ (ج) ۳۲ (د) ۳۵

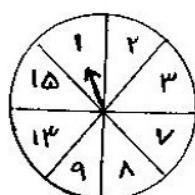
۳- اگر از مجموعه اعضای مجموعه F عدد را به طور تصادفی انتخاب کنیم، احتمال اینکه عدد شمارنده طبیعی عدد ۶ باشد حیث برآید؟

$$F = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 \leq 7\}$$

- (الف) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{3}{4}$ (د) صفر

۴- اگر مجموعه A شامل همه حالت های مطرب و مجموعه S شامل همه حالت های ممکن باشد، در کدام موارد احتمال بخواهد A برابر صفر باشد؟

- $A = \emptyset$ (د) $n(A) = n(S)$ (ج) $A \subset S$ (ب) $A = S$ (الف)



۵- عقیقیه جزئیه بود و راضی جزئیم، احتمال اینکه تحریک روی عدد فرد باشد چقدر است؟

- (الف) $\frac{3}{8}$ (ب) $\frac{4}{8}$ (ج) $\frac{5}{8}$ (د) $\frac{1}{8}$

۶- تاسی را چهار بار می کنیم، احتمال اینکه ۲ برابر باشد چقدر است؟

- (الف) $\frac{1}{4}$ (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{6}$

۷- در ترتیب دو ماس احتمال اینکه مجموع دو عدد رو شده ضرب ۵ باشد چقدر است؟ (نمودار دلخواه زیر)

- (الف) $\frac{5}{36}$ (ب) $\frac{1}{6}$ (ج) $\frac{7}{36}$ (د) $\frac{49}{36}$

۸- در ترتیب هم زمان دو ماس، مجموع دو عدد را $\neq 5$ نمایم. احتمال آمدن نام \times بیشتر است؟ (نمودار دلخواه)

- (الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۷ (د) ۸

۹- تعداد چهار که را باهم پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه حداقل سه که «رو» خواهد بود، کدام است؟ (نموداری از این)

$$\text{اف) } \frac{13}{16} \quad \text{ب) } \frac{15}{16} \quad \text{ج) } \frac{7}{8} \quad \text{د) } \frac{1}{16}$$

۱۰- خانوارهای سفرزند را در که فرزند اول آنرا پرداخت. در صورتی که در این خانواره فرزند چهارمی به زنایه باید، چهدر را احتمال دارد سفرزند عددی هم جنس باشد؟ (نموداری از این)

$$\text{اف) } \frac{1}{4} \quad \text{ب) } \frac{3}{16} \quad \text{ج) } \frac{1}{8} \quad \text{د) } \frac{1}{2}$$

۱۱- دو ناس را باهم پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه مجموع عددهای روشنده عددی اول باشد چهدر است؟ (نموداری این)

$$\text{اف) } \frac{7}{12} \quad \text{ب) } \frac{5}{9} \quad \text{ج) } \frac{4}{9} \quad \text{د) } \frac{5}{12}$$

۱۲- در میان آنهاش تصویر، خصای خونه‌ای به صورت $\{\text{آفتاب، طاووس، طاووس، آفتاب، آفتاب}\}$ است. چندین بار با احتمال $\frac{3}{4}$ برای اینهاش تصویر وجود دارد؟

$$\text{اف) } 14 \quad \text{ب) } 21 \quad \text{ج) } 28 \quad \text{د) } 35$$

۱۳- کیس که وسیله‌های رام افزاییم، احتمال اینکه سه لپت و ناس عددی اول باید چهدر است؟

$$\text{اف) } \frac{1}{4} \quad \text{ب) } \frac{1}{2} \quad \text{ج) } \frac{1}{3} \quad \text{د) } \frac{1}{6}$$

الگوهای عدی معروف و حاصل جمع آنها:

- $1+2+3+4+5+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ حاصل جمع عددهای طبیعی از ۱ تا n
- $2+4+6+8+10+\dots+2n = n(n+1)$ حاصل جمع عددهای زوج طبیعی
- $1+3+5+7+9+\dots+(2n-1) = n^2$ حاصل جمع عددهای فرد طبیعی
- $1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ حاصل جمع عددهای طبیعی مربع کامل
- $1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+\dots+n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$ حاصل جمع عددهای طبیعی مکعب کامل

«تمرين‌های آنفرضی»

۱- نام بی از موارد زیر مجموعه اشخاصی نیست؟ مجموعه ها را با اعضا اشخاص نمایند.

الف) خوارگاهات در شهر اولان.

ب) کل مراتب های مکان برای پرتاب یک تاس.

ج) عدهای اول نسبتی رسمی.

۲- ما بتوحیث بر شرط شناسی بودیم اعضای نسبتی مجموعه، هر سه از مجموعه های زیر را بطور صحیح نویسید.

$$A = \left\{ -5, 3, 1, \frac{9}{4}, \pi \right\}$$

$$B = \left\{ -\frac{25}{4}, \frac{17}{100}, 0, \frac{5}{-8}, 24, 5 \right\}$$

$$C = \left\{ 0.9, \frac{27}{3}, 0.9, \frac{9}{10}, \sqrt{0.81} \right\}$$

۳- مفهوم را بهر عبارت مجموعه و مفهوم را بهر مجموعه نسبتی مبارکت نویسید.

الف) مجموعه اعداد مربع کامل میان ۷۳ و ۸۳.

$$B = \{ 3, 4, 9, 12, \dots \}$$

ب) مجموعه اعداد زوج اول

۴- ما بتوحیث بر مجموعه M، درستی یا نادرستی مبارکت های زیر را شخص نمایند.

$$M = \{ 7, 23, 19, 14, -5, 18, 5, 29, 1, 4 \}$$

$$1 \notin M$$

$$-5 \in M$$

$$29 \notin M$$

$$17 \notin M$$

$$\sqrt{81} \in M$$

$$\frac{28}{3} \in M$$

$$(2-5) \in M$$

$$\sqrt{25-4} \in M$$

$$(\sqrt{25} + 2) \in M$$

۵- نشیش هدیه (نمودار دل) مجموعه های زیر را رسم نمایند.

الف) مجموعه اعداد صحیح میان -۵ و +۵.

ب) مجموعه اعداد اول نسبتی و جمله از ۷.

ج) عدهای صحیح میان او - ۱.



۶ - دو مجموعه هست را با عبارت بین کنید.

۷ - دو عبارت نویسید که هر دوی از معرف مجموعه‌ای «نک عضوی» باشد.

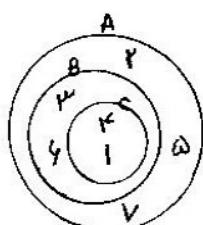
۸ - مجموعه زیر را با عبارت معرفی کنید. این مجموعه آنهاست که نامناهای در صورت انتان (s) را باید
 $S = \{-48, -47, -46, \dots, -21, -20\}$

۹ - طبقه‌ای خالی را در مجموعه‌ای زیر طوری که مجموعه‌ها برای باشد.

$$\left\{ -\frac{9}{3}, \dots, -\sqrt{9}, \dots, -5 \right\} = \left\{ -\frac{1}{3}, \dots, -3, \dots, -1 \right\} \quad (\text{الف})$$

$$\Rightarrow \left\{ \frac{1}{8}, \dots, \frac{-7^2}{\sqrt{49}}, \dots, \frac{15}{25} \right\}$$

۱۰ - ماتوچه به شودارحال درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را بازگردانی مشخص کنید.



(د) مجموعه عبارت‌های طبعی \subseteq

$C \subseteq A$ (الف)

(ه) مجموعه اعداد طبعی کوچک‌تر از A

$B \subseteq C$ (ب)

(و) مجموعه داده‌ای ۳۵ عضو است.

$A \subseteq N$ (ج)

۱۱ - تمام تر مجموعه‌های سه عضوی مجموعه $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50\}$ را نویسید.

۱۲ - درست شایسته‌ی زیر را باشی گفت کنید. (آیا حاصل علاوه‌ی $? = \text{را باید}$)

$$\begin{array}{l} A \subseteq B \\ B \subseteq C \Rightarrow ? \end{array}$$

۱۳ - مجموعه‌های زیر را بزنال ریاضی نویسید.

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{-70, -80, -90, \dots\}$$

$$C = \{4, 8, 12, 16, \dots, 794, 800\}$$

$$D = \{20, 44, 89, 44, \dots, 1000\}$$

$$E = \{3, 5, 9, 17, 33, 65\}$$

۱۴ - مجموعه‌های زیر را با اعضاً لائش نوش دهید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x} < 20\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid -3 < x < 3\}$$

$$C = \{2k - 1 \mid k = 0, 1, 2, 3\}$$

$$D = \{x^2 + x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10\}$$

۱۵ - بازوهای مجموعه‌های زیر را با اعضاً لائش نویسید. $A = \{-4, -1, 0, 1, 4, 9\}$

$$D = \{x - 4 \mid x \in A, x^2 \leq 10\}$$

$$F = \{x^2 \mid x \in A, -4 \leq x \leq 4\}$$

۱۶ - هر کدام از اعداد زیر را با این نویسه درست نویسید.

۱) هر عدد صدوق است.

۲) هر عدد طبیعی نیز عدد صدوق است.

۳) هر عدد کوچک نیز عدد صدوق است.

۴) هر عدد صدوق نیز عدد کوچک است.

۵) هر عدد کوچک نیز عدد طبیعی است.

۱) هر عدد طبیعی نیز عدد صادی است.

۲) هر عدد طبیعی نیز عدد کوچک است.

۳) هر عدد کوچک نیز عدد صادی است.

۴) هر عدد صدوق نیز عدد صادی است.

۵) هر عدد صادی نیز عدد کوچک است.



- ۱۷ - مجموعه اعداد کوچک را با نامهای راضی نویسید .
 ب) چرا مجموعه اعداد کوچک را نمی توان با اختصار شخص نمود ؟
 ج) هر چند عدد صحیح که عدد کوچک است ؟

۱۸ - مجموعه ۲۰۴ از مجموعه دارد . تعداد عضو های این مجموعه را به درست آورید .

۱۹ - تعداد a ، b ، c تیس تیز که دو مجموعه $E = \{a\}$ ، $F = \{3x+1, 17-5x\}$ باشد برابر باشد .

- ۲۰ - کدام می از مجموعه های زیر مجموعه است ؟ $A = \{4x | x \in N, x \leq 0\}$
- الف) $\{4x | x \in Z, 0 \leq x < 4\}$ ب) $\{4x | x \in Z, x \leq 5\}$
 ج) $\{4x | x \in Z, x \leq 0\}$ د) $\{4x | x \in Z, 0 < x < 0\}$

۲۱ - کدام می از اطمینان های زیر هواره درست است ؟

- الف) $W \subseteq Z$ ب) $Q \subseteq Z$ ج) $Z \subseteq N$ د) $Q \subseteq N$

- ۲۲ - مجموعه $A = \left\{ \frac{x^2}{4x+1} | x \in N, -5 < x < 5 \right\}$ عدد عضو دارد ؟
 ۴) ۱۰) ۱۱) ۵)

۲۳ - مجموعه $C = \{x \in Z | x^3 = x\}$ برای کدام می از مجموعه های زیر است ؟

- الف) $\{1, 0, -1\}$ ب) $\{0\}$ ج) $\{1, 0\}$

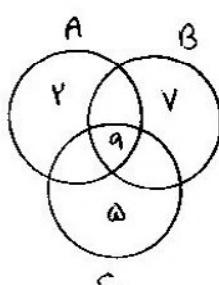
۲۴ - به سوالات زیر پاسخ کامل دهد . (نوبت خرد ۹۷)
 الف) ما توجه به نمودار مقابله مجموعه $(A \cup B) - C$ را با اختصار شفف نماییم .

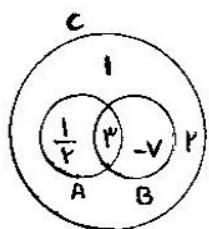
$$(A \cup B) - C =$$

ب) داخل \bigcap علایت (\in ، $\not\in$ ، \subseteq ، $\not\subseteq$) موارد دهد .

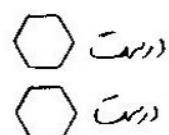
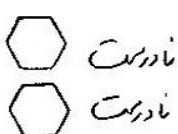
$$\text{۱) } \Delta \bigcap B$$

$$\text{۲) } \{9\} \bigcap A$$





۴۰ - ماتوچه بمنور ارتعال، درستی یا نادرست هر عبارت را مشخص کنید. (نمایی خرداد ۹۸)



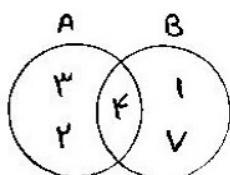
$$\begin{aligned} \text{الف) } & \quad \mathcal{M} \subseteq (A \cap B) \\ \text{ب) } & \quad C \subseteq (A \cup B) \end{aligned}$$

۴۱ - اگر $B = \{a, c, f\}$ ، $A = \{a, b, c, d\}$ باشد، مجموعه زیر را با اعضاء بفرمایید. (نمایی خرداد ۹۸)

$$A - B = \{ \quad \}$$

ب) مجموعه D را با اعضاء مشخص کنید.

$$D = \{3k+1 \mid k \in \mathbb{Z}, -1 < k \leq 1\}$$



۴۲ - ماتوچه بمنور ارتعال: (نمایی خرداد ۹۷)

الف) زیرمجموعه‌ای از A نویسید که اعضاًی آن عدد اول باشد.
ب) مجموعه زیر را با اعضاء مشخص کنید.

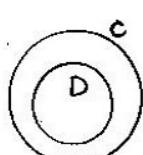
$$B - (A \cap B) = \{ \quad \}$$

۴۳ - مجموعه‌ای $\{1, 2, -3, -7, 10, 15, x\}$ ، $B = \{2, -7, -1\}$ و $A = \{2, 3, -7, 10, 15\}$ را درنظر بگیرید. مجموعه زیر را با اعضاء مشخص نهاد. (نمایی شهریور ۹۷)

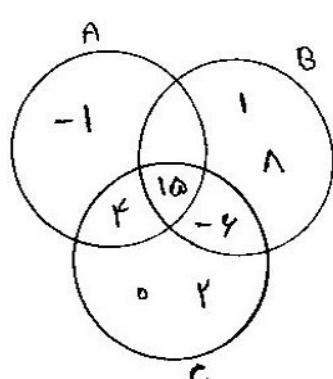
$$(A - B) \cup C = \{ \quad \}$$

۴۴ - اگر $B = \{a, c, m\}$ ، $A = \{a, b, c, d\}$ باشد، مجموعه زیر را با اعضاء مشخص نماید. (نمایی ۱۴۰۰)

$$A - B =$$



ب) مجموعه $(A \cup B)$ حین عضو دارد؟
ج) در مکمل عțاب مجموعه $(C - D)$ را نماید.



۴۵ - ماتوچه بمجموعه زیر و حاصل عبارت‌های زیر را برآورده کنید.

$$\text{الف) } (A \cup B) - (B \cup C) =$$

$$\text{ب) } (A - B) \cup (A - C) =$$

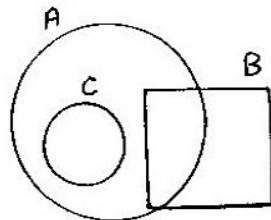
$$\text{ج) } (A \cup B) - C =$$

۳۱ - اگر A و B دو مجموعه رکوه های باشند، مصالح مجموعه های زیر را بپرسید.

۱) $n(A \cup B) =$

۲) $n(B - A) =$

۳) $(A - B) \cap (B - A) =$



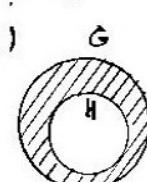
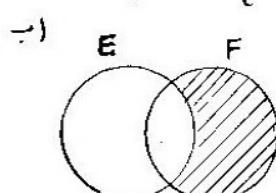
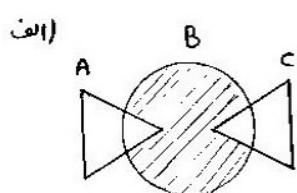
۳۲ - در مکمل مصالح مجموعه های خواسته شده را بزنید.

الف) $(A - C) \cup A$

ب) $B - A$

ج) $A \cap B \cap C$

۳۳ - در مکمل قسم رئیسی مجموعه ای را نمایم که دارد؟



۳۴ - اگر A مجموعه شمارنده های طبیعی ۳۴ و D مجموعه اعداد طبیعی جذور کامل بوده باشد و F مجموعه اعداد اول بین ۵ و ۱۸ باشد، مصالح عربت های زیر را با اضافه کردن شخون کنید.

الف) $A =$

ب) $D =$

ج) $F =$

د) $(F \cap D) \cap A =$

ه) $D - A =$

و) $(A \cap D) \cup F =$

۳۵ - اگر $n(A \cup B) = 19$ باشد و $n(A \cap B) = 5$ باشد، مجموعه $B = \{x | x \in \mathbb{Z}, x^2 \in A\}$ ، $A = \{1, 3, 5, 9\}$ است آورید.

۳۶ - اگر $A - (A \cap B) =$ مجموعه $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ، $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$ باشد، مجموعه A عضو دارد؟

۱)

۲)

۳)

الف)



۳۷ - در جعبه‌ای ۳ مهره آس، ۵ مهره هزار و ۲ مهره سیزده بار دارد. اگر مهره را تصادفی از این جعبه خارج کنیم، چقدر احتمال دارد این مهره تقریباً سیزده باشد؟ (نوبی خرداد ۹۸)

۳۸ - اگر ناسی را بیندازیم، چقدر احتمال دارد عذر روشنده زوج و اول باشد؟ (نوبی خرداد ۹۸)

۳۹ - در چهار کسر میان سی و سه کسر باهم، احتمال‌های زیر را محاسبه کنید.

- الف) عدد آمده سفر ۴ ناشد.
- ب) سکه سیست و عدد آمده زوج ناگفته.
- ج) عدد آمده نزدتر از ۴ ناشد.
- د) سکه رو و عدد آمده عدد اول خرد باشد.

۴۰ - اگر مخلوقات ای را ایس ۳ فرزند باشد.

الف) مجموعه همه حالات ممکن را بتوسیه.

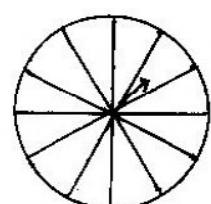
ب) چقدر احتمال دارد دو فرزند پسر باشد؟

ج) چقدر احتمال دارد حداقل یک فرزند ذخیر باشد؟

۴۱ - در یک مکانی ۳۰ نفره، ۱۸ نفر طایی و ۱۲ نفر غیر طایی خود را داشتند، ۷ نفر هم طایی و هم غیر طایی خود را داشتند.

چند نفر نه طایی خود را نداشتند؟

۴۲ - چون خود را دارند ای سکل رایم، با توجه به احتمال ریختن هر یکی اند کن را نصف کنید.



الف) احتمال تقریباً $\frac{1}{3}$ باشد.

ب) احتمال آبی $\frac{5}{12}$ باشد.

ج) احتمال سیزده $\frac{1}{12}$ باشد.

۴۳ - در مجموعه ای ۵۳ مهره قرمز، ۱۹ مهره آبی و تعدادی مهره سفید وجود دارد، مهره ای به تصرف برسی داریم، احتمال اینکه اسز مهره سفید باشد $\frac{1}{3}$ است، مقدار مهره سفید در این جمعیت داریم؟

۴۴ - (مجموعه های) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 3\}$ و $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$ دارند نظر بگیرید. اگر مکنی از اعضا ای این مجموعه را به تصرف اختهای کنیم.

الف) مقدار احتمال دارد که این عدد عضو مجموعه $A \cap B$ باشد؟
ب) مقدار احتمال دارد که این عدد عضو مجموعه $B - A$ باشد؟

۴۵ - متر مارکت با حروف کوچک انگلیسی (a, b, c, d, e, f) را داخل جمعیت ای خارج داده و به صورت تصادفی می‌خواست برداشتن آوریم.

الف) مجموعه می‌باشد از این حروف که احتمال بخش داشتن آن برابر $\frac{4}{13}$ باشد.

ب) اگر M پیامدهای مخرج از حروف جدا شوند، احتمال بخداد مجموعه M را حساب نماییم.

سوالات ۴ تیزیاتی فصل ۱:

۱- ندام بسی از عبارت های زیر معرف مجموعه می‌شود.

- الف) گروهی از اعداد اول
ب) دسته تمثیلی ۱۰۰۰ ای را بازی
ج) اعداد اعماقی ری بین صفر و ۱
د) اعداد اعماقی ری مثبت

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid -2 < x < 4\}$$

۱)

۲- عدد اصلی مجموعه شامل ندام کز نمایی است؟

۲)

۳)

۴)

۳- ندام بسی از مجموعه های زیر که مجموعه هایی است؟

الف) $\{2k+1 \mid k=0, 1, 2, \dots\}$

ب) $\{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 1\}$

الف) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 0\}$

ب) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x > 1\}$

- ۳ - کدام مجموعه‌های زیر مجموعه معامل مساوی است؟
- (الف) $\{-4, -5, \dots, -2, 0\}$
 (ب) $\{34, 4, \dots, 4, -5, -4, -5, \dots, -4, -5\}$
 (ج) $\{1, 2, 3, \dots, 35\}$
 (د) $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

- ۴ - مجموعه معامل دارای چند زیرمجموعه است؟
- (الف) ۴
 (ب) ۴۲
 (ج) ۱۶
 (د) ۱۴

- ۵ - کدام مجموعه‌های زیر، نادر راضی مجموعه معامل نیازمند باشد؟

- (الف) $\{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 6\}$
 (ب) $\{2k-1 \mid k \in \mathbb{N}, 2 \leq k \leq 8\}$
 (ج) $\{4k+1 \mid k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 6\}$
 (د) $\{2m-1 \mid 1 \leq m \leq 8, m \in \mathbb{Z}\}$

- ۶ - مجموعه معامل مساوی با کدام مجموعه‌ای عددی زیر است؟
- (الف) $\mathbb{Z} - (\mathbb{W} \cap \mathbb{N})$
 (ب) $\mathbb{W} \cap \mathbb{Z}$
 (ج) $\mathbb{Z} - (\mathbb{W} \cup \mathbb{N})$
 (د) $\mathbb{W} - \mathbb{Z}$

- ۷ - ازین کارت‌های باشگاهی آنها، کسی را به تصرف انتخاب نمی‌کنیم، احتمال انتخاب عدد روی کارت انتخاب شده، تا فرد باشد نه اول، چند است؟

- (الف) $\frac{1}{5}$
 (ب) $\frac{2}{5}$
 (ج) $\frac{3}{5}$
 (د) $\frac{4}{5}$

- ۸ - دو مجموعه $A = \left\{ \frac{kn-n^2}{n+2} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 5 \right\}$ و $B = \left\{ \frac{kn-n^2}{n+2} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 5 \right\}$ باشند، مجموعه زیر چه عدد را دارد؟
 $n[(A \cup B) - (A \cap B)] = ?$
- (الف) ۰
 (ب) ۱
 (ج) ۲
 (د) ۳

- ۹ - دو مجموعه $A = \left\{ \frac{kn-n^2}{n+2} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 5 \right\}$ و $B = \left\{ \frac{kn-n^2}{n+2} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 5 \right\}$ باشند، کدام است؟ (علم)
 (الف) $\frac{1}{36}$
 (ب) $\frac{2}{36}$
 (ج) $\frac{3}{36}$
 (د) $\frac{4}{36}$

- ۱۰ - در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۸ نفر در کنکور و ۱۲ نفر هم اردویی روند. اگر ۲ نفر هم در کنکور و هم اردویی روند، چند نفر هم در کنکور و هم اردویی روند؟ (آزمون امتحان ۹۵)
- (الف) ۱
 (ب) ۳
 (ج) ۷
 (د) ۱۸

« مجموعه های هم مصل ۱ »

- ۱- مجموعه بول عضورا ... می کویند و باعث داده نمود .
- ۲- مجموعه ای که فقط یک عضور را داشته باشد --- می کویند .
- ۳- صارت « اسمی را تشخیص آورال مدرسه شما » یک مجموعه را نمی دارد .
- ۴- هر مجموعه زیر مجموعه است .
- ۵- مجموعه های هم مجموعه هستند .
- ۶- اشتراک هر مجموعه با مجموعه های دیگر هم مجموعه های هست .
- ۷- هرگز از رو مجموعه $A \cup B$ است .
- ۸- در هر دو مجموعه دلخواه و تفاوت A و B مجموعه $A - B$ برابر $B - A$ است .
- ۹- مجموعه ای که همه اعضای آن هم عضور A و هم عضور B باشند ، است .
- ۱۰- اگر $A \subseteq B$ ، $A \cap B = A$ باشد .
- ۱۱- $A - B$ زیر مجموعه مجموعه است .
- ۱۲- اشتراک دو مجموعه $A - B$ و $B - A$ است .
- ۱۳- دو مجموعه $A \cap B$ و $A - B$ برابر مجموعه A است .
- ۱۴- مجموعه A و $(A \cup B)$ برابر مجموعه A است .
- ۱۵- همواره $P(\emptyset) = 0$ است .
- ۱۶- احتال آمدن مضرب ۲ در زناب که ناس برابر است .
- ۱۷- $P(A) \leq P(A \cap B)$ است .
- ۱۸- درگاه آذنش تصادفی برای محاسبه احتال پیشامد A و پیشامد B باید را بدهیم .
- ۱۹- اگر ۵ مجموعه هم هست های مکمل باشد ، تعداد مجموعه های تصادفی برای ۵ باید است .
- ۲۰- $N - W$ باید است .
- ۲۱- مجموعه ای که مجموعه ای باشد که حداقل ریکی از دو مجموعه A و B باشد است .
- ۲۲- صارت « ۱۴ عضو مجموعه A است » را باعث داشتیم .
- ۲۳- مجموعه $\{1, 2, 3\}$ دارای ۳ عضو است .
- ۲۴- اشتراک دو مجموعه $A \subseteq B$ باشد .
- ۲۵- اشتراک دو مجموعه A و B باشد .

"اعدادی حقیقی"

یادداشتی مجموعه اعداد حقیقی و طبقه‌بندی:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\} : \text{اعداد طبیعی}$$

$$W = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} : \text{اعداد صحیح}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} : \text{اعداد صحیح}$$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\} : \text{اعداد کسری}$$

نمایش مجموعه کسری مدور:

عدادات کسری را کامل نمایند.

مدور	زبان زدن	عبارت کلامی	ردیف
		اعداد کسری طبیعی از مجموعه مسازی	۱
	$\{x \mid x \in W, x \leq 3\}$	اعداد کسری صحیح کوچک‌تر از ۳	۲
		اعداد کسری صحیح بین -۳ و ۴	۳
		اعداد کسری صحیح بین -۵ و ۰	۴
		اعداد کسری صحیح بین -۱ و ۶	۵
		اعداد کسری صحیح بین -۳ و ۵	۶
		اعداد کسری صحیح بین -۵ و ۵	۷



مجموعه‌ی اعداد کویا:

بر هر عددی که توانیم آن را به صورت کسر کنیم دهیم، به صورتی که صورت و مخرج آن کسر عددی صحیح باشد وی مخرج صفر نباشد مانند: $(\frac{5}{8}, \frac{5}{7}, \frac{3}{2}, \dots)$ عدد کویای کوئیم.

نمره: اعدادی شل $\frac{3}{2}$ یا $\frac{5}{7}$ که مخرج آنها صفر است، عدد کویای نیستند و در ریاضی این اعداد تعریف نشده می‌باشند.

چون بین هر دو عدد کویایی بینما، عدد کویایی دیگر وجود دارد و اینها عدد کویای بعد از هر عدد کویای مشخص نیست

(ثلاً نه زان گفت بعد از $\frac{3}{5}$ صه عددی کرار دارد. $\frac{41}{50} \neq \frac{400}{500} \neq \frac{1000}{5000} \dots$) بنابراین نه کویای این مجموعه را باعفنت ندارد. اما این مجموعه را می‌توان بین زان ریاضی به صورت زیر بیان کرد:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

هر عدد صحیح را می‌توان به صورت کسر کردن نمود. بین هر عدد صحیح کویای است.



$$4 = \frac{4}{1} = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \dots \quad 0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \frac{0}{3} = \dots \quad \text{شل:}$$

$$-8 = -\frac{8}{1} = -\frac{16}{2} = -\frac{24}{3} = \dots \quad 1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \dots$$

هر عدد طبیعی هم عدد کویایی باشد.



هر عدد اعشاری که عدد کویایی باشد.

$$0 = \frac{0}{1} = \frac{10}{2} = \frac{100}{3} = \dots$$

$$4,0 = \frac{40}{10} = \frac{9}{2}$$

نتیجه گیری:

همهی عددهای طبیعی، حسابی، صحیح و اعشاری عدد کویایی کویای عبوری شوند زیرا آنها آنها هستند.

صورت کردهای که صورت و مخرج آنها عدد کویایی صحیح و مخرج آنها غایل صفر باشد، نمودند.

تمرین ۱ - کدام از عدود کی نزد کوچک است؟

(الف) $\frac{4}{7}$ (ب) $\frac{6}{9}$ (ج) $\frac{725}{-12}$

$$(د) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

۵۱۰۶

نمایی اعداد کوچک:

۱ - مخرج کساوی: اگر مخرج دو کسر مساوی باشد، کسی که صورت بزرگی دارد، بزرگتری باشد.

$$\frac{2}{3} < \frac{5}{3}$$

۲ - صورت کساوی: اگر صورت دو کسر مساوی باشد، کسی که مخرج بوجمله‌ی دارد، بزرگتر است.

$$\frac{3}{7} < \frac{3}{6}$$

۳ - طفین و سطح: اگر صورت‌ها و مخرج‌های آنها برابر باشند، مخرج هر کسر از صورت کسر دیگر ضرب کرده، هر کسی که در ضرب، صورت آن عدد بزرگ تر شود، بزرگتر است.

$$\frac{5}{8} > \boxed{-\frac{29}{3}} \Rightarrow 72 \boxed{15} \Rightarrow \frac{5}{8} < \frac{9}{3}$$

قدرت: در درس سوم می‌دانی از چه مخرج کردن هم استفاده کرد.

اعداد کوچک

اعداد کوچنی: همانند در اعداد حقیقی، مخرج طاهر عدد بزرگ تر باشد، در واقع عدد بوجمله‌ی باشد.

مثال:

$$-\frac{3}{4} \boxed{\square} -\frac{8}{11} \xrightarrow[\text{مقایسه می‌کنیم.}]{} \frac{3}{4} \boxed{\square} \frac{8}{11} \xrightarrow[\text{طفین و سطح.}]{} 32 \boxed{33} \xrightarrow[\text{اعداد بزرگتر باشند.}]{} 33 \boxed{32}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{4} < -\frac{8}{11}$$

مقایسه اعداد مخلوط: در مقایسه این اعداد، ابتدا مقسوم‌های صحیح و بعد در صورت نیاز مقسوم‌های می‌کنند. از اول این اعداد را به کسر تبدیل می‌کنند و از مقایسه لفظی شرطه در بالا برای مقایسه استفاده می‌کنند.

$$\text{مثال: مثال: } \boxed{\frac{2}{5}} < \boxed{\frac{99}{100}} < \boxed{\frac{2}{7}}$$

$$\text{اج: } \boxed{-\frac{9}{4}} < \boxed{-\frac{1}{2}}$$

نوشتن کسرین روکسر:

■ **روش فرج مشترک گیری:** در این درسنگ ابتدا فرج کرده ایم که کسر کسرهای را با هم فرج کرده صورت آنها بین صورت کار دوکر او نه باشد، بنویسیم.

آندر: آندر توانستم تعداد کسرهای در نظر در صورت سوال (n) را پیدا کنم، صورت و فرج دوکر با فرج های مشترک را در $(n+1)$ ضرب کنیم تا عدد های بیشتری پیدا شوند.

مثال: بین $\frac{2}{5}$ و $\frac{1}{2}$ کسر پیدا کنید؟

$$\begin{aligned} & \frac{2}{5} < \dots < \dots < \dots < \frac{1}{2} \\ & \frac{1}{2}, \frac{2}{5} \xrightarrow{\text{فرج مشترک}} \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}, \quad \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} \xrightarrow{\text{ضرب صورت و فرج کرها}} \frac{4 \times 4}{10 \times 4} = \frac{16}{40}, \quad \frac{4 \times 10}{10 \times 4} = \frac{40}{40} \\ & = \frac{40}{40}, \frac{16}{40} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{16}{40} < \frac{17}{40} < \frac{18}{40} < \frac{19}{40} < \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

تمیز - بین دوکر $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ چهار کسر پیدا شود؟

■ **روش میانگین گیری:**

میانگین دو عدد، عددی بین آن دو عددی باشد. رابی حسابه میانگین، دو عدد را باهم جمع کرده و حاصل را بر ۲ تقسیم کنیم. رابی نوشتن چند کسرین دوکر می توان از این روش استفاده نمود و اگر صورت سوال کسرهای بیشتری نباشد می توانیم هر بین عدد میانگین ملی و ملی از کسرهای اولیه، میانگین گیری را انجام داده کنیم.



مثال: بین دو کسر $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ بروش میانگین نسبتی دو کسر پیدا کنند.

$$\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{2} = \frac{\frac{4+3}{12}}{\frac{2}{1}} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{2}{1}} = \frac{7}{24} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{7}{24} < \frac{1}{4} \quad \text{مرحله ۱}$$

در این مرحله عمل میانگین نسبتی بین $\frac{7}{24}$ و میانگین نسبتی $\frac{1}{3}$ با $\frac{1}{4}$ صورت نماید.

$$\frac{\frac{7}{24} + \frac{1}{3}}{2} = \frac{\frac{7+4}{24}}{\frac{2}{1}} = \frac{\frac{11}{24}}{\frac{2}{1}} = \frac{11}{28} \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{11}{28} < \frac{7}{24}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{11}{28} < \frac{7}{24} < \frac{1}{4}$$

روش لشوم:

اگر $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ دو عدد کوایا باشند آنگاه به ترتیب مثبت بودن فرجم کر $\frac{a+c}{b+d}$ (مع صورت) (مع عرض)

بین دو کسر مراردارد.

مثال:

کسر بین دو عدد کوایی $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ پیدا کنند.

آزمون ۲ کاردکلاس صفحه ۴۰ درس:

بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ دو کسر پیدا کنند، روش خود را توضیح دهید؟

$$-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

- ۱ - راحتی زدن پرانتز
- ۲ - آن را حذف کنید
- ۳ - ضرب و تقسیم از جمله به راست
- ۴ - جمع و تفریق از جمله به راست

حاصل عبارت های زیر یا:

یادآوری الوبت در میان عذری.

مثال: حاصل هر یک از عبارت های زیر را به راست آورد.

$$(الف) 3 - 4 - (-5) =$$

$$(ب) (4 \times (-2)) + (3 \times (-4)) =$$

$$\rightarrow -1 \times 2 + 5 \times 2 - 4 \div 2 \times 3 =$$

$$(ج) 12 - 5 \div 5 \times (3 \times 2 - 1 \div 4) + 1 =$$

$$(ج) 2 \times 3^2 - (8 \div 4 \times 2^4) + 6 \div 3 - 1 =$$

$$(ج) [(-2) \times (-5 - 3)] + [-6 \div (-5 + 3)] =$$

$$(الف) \frac{-9}{-4} + \left(\frac{-4}{5}\right) =$$

$$(ب) -4\frac{1}{4} + 1\frac{1}{3} =$$

$$(ج) -3\frac{3}{5} \times \left(-2\frac{7}{9}\right) - 4\frac{2}{3} \div \left(\frac{-7}{-9}\right) =$$

کمالی - حاصل عبارت های زیر را به راست آورد.

$$\text{تمام: } \left(-2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2} \right) \div \left(-1 - \frac{1}{9} \right) =$$

$$\text{تمام: } \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{9} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{3}{4} - \frac{1}{9}} \div 5 \frac{1}{3} =$$

بیشتر بدانم:

بسته بودن نسبت بینیک عمل:

کسر مجموعه را نسبت بینیک عمل بسته کنیم. هر کاه هر عدد صور گواه از آنرا مجموعه نسبت آنرا عمل تراو کنید یا به عبارت دیگر حاصل آنرا حاصل عمل در همان مجموعه باشد.

$$\begin{array}{l} \text{مثال: آیا مجموعه اعداد طبیعی نسبت بر جمع و قسم بسته است یا خیر؟} \\ \text{عمل: } \left\{ \begin{array}{l} 1+1=2 \in N \\ 2+3=5 \in N \end{array} \right. \quad \text{نسبت بینیک: } \left\{ \begin{array}{l} 1 \in N = 1 \div 1 \\ 1 \div 3 = \frac{1}{3} \in N \end{array} \right. \end{array}$$

کسرهای تسلیمی:

اگر مخرج کسر از حاصل ضرب دو عدد توانی تکمیل شده باشد به طوری که تفاضل این دو عدد در صورت کسرها داریه می شود. در این حالت کسرها را می توان به صورت تفاضل دو کسر توان دارد.

$$\frac{b-a}{a \times b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$\text{مثال: } \frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{8-7}{7 \times 8} = \frac{1}{56} \quad , \quad \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

تمام: حاصل عبارت های زیر را به دست بیاورد.

$$(الف) \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots - \frac{1}{99 \times 100} =$$

$$(ب) \frac{5}{3 \times 7} + \frac{5}{7 \times 11} + \frac{5}{11 \times 15} + \dots + \frac{5}{49 \times 53} =$$



در کرهای تلخی، اگر عدد صورت کرها اختلاف نمی‌چنگی همانند در مقابل قبل از پذیرش صورت را می‌نویسیم در اختلاف نمی‌چنگی تقسیم می‌کنیم.



هر کاه تبدیل کر را به صورت مجموع مینماییم که نوکت، بطوریکه صورت همی آزاد نباشد.

$$\text{مثال: } \frac{5}{8} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

مکر روش ساده‌تری برای پیدا کردن این کسرها: شمارندهای نمی‌چنگی را می‌نویسیم و از این مجموعه اعدادی را انتخاب می‌نمی‌کنیم که مجموع آن‌ها با عدد صورت متساوی شود. مثلاً در عدد $\frac{5}{8}$ بالا، شمارندهای ۸ را از مجموع

$\{1, 2, 3, 4, 5\}$ که مجموع $1+2+3+4=10$ نیست، برای این انتخاب مناسب نیست.

$$\text{تمام: } \frac{21}{32} =$$

$$\text{تمام: } \frac{9}{12} =$$

کسرهای مسلسل

$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d + \dots}}}$ کسرهای بُرم اسَت، می باشد.

آنچه: در این مدل کسرها سعی کنند مرحله از میان رُن قَسَت، فروع برداره کردن عبارت
نمایند.

$$2 - \frac{1}{3 - \frac{1}{4 - \frac{1}{\dots}}} =$$

$$\frac{1}{-1 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{\dots}}} =$$

تست: حاصل عبارت عالی بُرایست با؟

$$A = 9 - \frac{9}{9 - \frac{9}{9 - \frac{9}{\dots}}}$$

۴۱۵) ۴ ۹) ۳ ۶) ۲ ۳) ۱

ردیش حل اول:

ردیش حل دوم:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

اعمار بیانی دو جمله‌ای:



$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

اعمار بیانی دو جمله‌ای:

کسرهای تعمیل نماینده و تکمیل نماینده:

$\frac{a}{b}$ تکمیل نماینده کسرهایی که همراه اعماق ساده شدن ندارند.

$\frac{a}{b}$ تکمیل نماینده کسرهایی که اعماق ساده شدن ندارند.

مثال: کسرهایی که عدد طبیعی n صنیده باشد کسرهای $\frac{7}{n+23}, \frac{a}{n+21}, \frac{3}{n+19}$ تعمیل نماینده باشند؟

(۱) ۱۰۵ (۲) ۹۵ (۳) ۸۹ (۴) ۶۹

مقابلاتی متناسب:

- روش اول: ابتدا با فتح مترکبی بخچ همه کسرهای این میکنیم ماتناسبی آنها را با هم ترکیب کرد. در این صورت هر چند فتح کار برای همه کسرهای بزرگ تراست اما صورت آن زیگ ترا بد.

- روش دوم: با استفاده از مسائل حساب و قسم صورت کسر را بخچ آن کسر را به بُلْكِ اعدادی درآورده و میس اعداد اعماقی (نادور تمثیل ریاضیکی لغور) را تابعی میکنیم.

- روش سوم: استفاده از مجموع و ناچیش تقویتی کسرها روی مجموع

مثال: بررسی مقابلاتی صفحه ۲۰ تا ب درسی.

آزمون: اعداد کسری $\frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ را به ترتیب از روی جعبه بزرگ نویسید؟ (با ۳ روش)



(الف) $\frac{-2}{4x^2 - 3}$

(ب) $-\frac{5}{2}$

(ج) $\frac{9}{5}$

(د) $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{44}}$

(۱) -2

(۲) $-\sqrt{2}$

(۳) $\frac{6}{5}$

(۴) $\frac{5}{(-1)^4 - (-1)^3}$

(۵) $\frac{5 - 4x^2 - 1}{\sqrt{25} - \sqrt{14}} =$

$-7, -4, -5, -4, -3$

$2, 3, 4, 5, 6$

۱- در اعداد کوچکتر می‌شود؟

۲- مساوی x کدام می‌باشد از اعداد در درست صیغه است؟۳- نامساوی x کدام می‌باشد از اعداد معادل درست است؟

۴- در حالت عددهای کسری را به شرط زیر تبدیل نماین: هم‌برگ، هم‌نامن

(الف) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{1}{5}, \frac{14}{10}$

(ب) $\frac{14}{5}, -\frac{3}{4}, 2, \sqrt{2}, -\frac{5}{6}, 4 \frac{3}{5}, \frac{54}{13}$

(ج) $-\frac{1}{3}, -\frac{3}{4}, -\frac{4}{3}, -\frac{7}{2}, -\frac{5}{6}$

(د) $\frac{7}{8}, -\frac{2}{3}, \frac{3}{2}, 2, -3 \frac{5}{6}$

(۱) $\frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3+1}{5+2}, \frac{1}{2} \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2} \right)$



۵ - در هر مورد زیر دو کسر را به شرط، سر عدد کسری نباید.

$$\frac{1}{11}, \frac{12}{13}, \frac{15}{16} \text{ (الف تا نزدیک)}$$

$$-\frac{1}{3}, 0, 5 \text{ (ب)}$$

$$-\frac{5}{4}, 0, -\frac{3}{2} \text{ (ج)}$$

$$\frac{3}{2}, 0, -\frac{1}{4} \text{ (د)}$$

۶ - اگر اعداد معامل را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم حاصل جمع عدد سوم و پنجم را به دست آورید.

$$\frac{3}{7}, -\frac{7}{2}, \frac{5}{2}, 4, 0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \text{ (زیرا این اعداد متوالی هستند)}$$

۷ - اگر اعداد معامل را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم معلوم عدد چهارم را به دست آورید.

$$-\frac{1}{2}, 5, \frac{1}{3}, \frac{7}{5}, -20 \text{ (زیرا این اعداد متوالی هستند)}$$

۸ - حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$(الف) \quad \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{3}}}} =$$

$$(ب) \quad \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{1}{3}}}} =$$

$$(پ) \quad \frac{2}{-2 - \frac{1}{-1 - \frac{1}{\frac{1}{3}}}} =$$

$$\text{۱) } \frac{\frac{4}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} \div 2} - \frac{1 - \frac{1}{2}}{\frac{4}{3} \times \frac{1}{2}} =$$

$$\text{۲) } \frac{\frac{1}{4} - 2}{2 + \frac{1}{4}} \div \frac{2 \times \frac{1}{4}}{2 \div \frac{1}{4}} =$$

$$\text{۳) } -3 - \frac{2 - 2\frac{1}{2}}{-2 + 2\frac{1}{2}} =$$

$$\text{۴) } \frac{4 - \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}}{4 \div (\frac{1}{4} - 1)} + 2 =$$

$$\text{۵) } \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{2}}{-2 + \frac{1}{3}} \div \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}}{\frac{4}{3} \div \frac{2}{3}} =$$

$$\text{۶) } \frac{(-12) \times 4 \div 3 \times 4 - 8}{3 \times 2 \div 8 - (-3) \div 3} \times \frac{\frac{1}{8} - \frac{8}{4}}{\frac{8}{4} \div 2\frac{1}{2}} =$$

$$\text{۷) } -4 \frac{2}{11} + \frac{-3 - (1 - 2\frac{1}{4})}{-4 + (2\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4})} =$$

$$\text{۸) } 2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2}}}} =$$



$$1) \quad 2 - \frac{2 - \frac{1}{2}}{2 + \frac{2 + \frac{1}{2}}{2}} =$$

۱۵ - باشد، حاصل $B = \frac{1-A}{1+A}$ و $A = \frac{1-\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n}}$ ✓

۱۵ - در هر مرد هر ۵ نایسین، میان دو عدد را در ۰.۵ بزرگ کنید.

$$= \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{3} - 0.5 \quad (\text{اف})$$

$$= 2 - \frac{1}{4} - 0.5$$

$$\hat{C}) \quad 0, \frac{2}{5}$$

نیز اعشاری کسرها :

ما تقسیم صورت بر فرجح نماییم، هنگامی که صورت اعشاری ندارد. (اعشاری رقابتی)

$$\text{مثال: } \frac{1}{125} = 0.\overline{008}$$

اعداد اعشاری معمول

اعداد اعشاری معمول $\xrightarrow{\text{برگردان}} \xleftarrow{\text{ساده}} \text{اعداد اعشاری مساوی}$

■ اعداد اعشاری معمول (دقیق) :

در این اعداد، تعداد رقم‌های اعشاری مشخص است (آرقام اعشاری آن) حاوی نام می‌باشد.

در هنگام تقسیم کردن صورت بر فرجح کرده باید مانده تقسیم صفری باشد.

$$\begin{array}{r} 1/000 \\ \times 125 \\ \hline 125 \\ - 125 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7/40 \\ \times 30 \\ \hline 210 \\ - 210 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7/100 \\ \times 40 \\ \hline 280 \\ - 280 \\ \hline 0 \end{array}$$

نمر: عدد اعشاری حاصل از کسرها که در فرجح قطع دارای شمارنده‌های اول ۲ و ۵ هستند، معمول می‌باشد.

$$\text{مثال: } \frac{25}{2 \times 2 \times 2} \Rightarrow \frac{25}{8} = 3,125 \quad \text{معتمد} \quad \text{نمر: } \frac{39}{20} = \frac{13}{20} \Rightarrow \frac{13}{20} = 0,65$$

با وجود تعریف اعداد کویا، اعداد اعشاری معمول، جزو اعداد کویایی باشند. زیرا این ترتیب را به صورت کسر نمی‌نماییم.

$$\text{مثال: } 2,125 = \frac{2125}{1000} = \frac{2125}{200} = \frac{106}{20} = \frac{13}{2} \rightarrow 2 \times 2 \times 2$$

$$\text{مثال: } \frac{3}{10} = 0,3$$

تشمیم کویی:

$$\frac{44}{8} =$$

$$\frac{3}{20} =$$

۱- کسرهای زیر را به عدد اعشاری تبدیل نمودی؟

$$\frac{27}{9} =$$

$$\frac{9}{50} =$$

$$\frac{45}{25} =$$

$$\frac{45}{1000} =$$

۲- عدد اعشاری $3\frac{1}{100}$ به صورت کدام نزدیک است؟

$$\frac{45}{7}$$

$$ج) \frac{35}{100}$$

$$ب) \frac{41}{40}$$

$$الف) \frac{40}{41}$$

۳- آنکه ماشین حساب نهش اعشاری تقریبی کسرهای زیر را بخوبی (آزاد رم اعشار)

$$\approx \frac{1}{11} \text{ (الف)}$$

$$\approx \frac{2}{3} \text{ (ب)}$$

$$\approx \frac{8}{3} \text{ (پ)}$$

$$\approx \frac{1}{3} \text{ (ج)}$$

$$\approx \frac{9}{7} \text{ (د)}$$

$$\approx \frac{23}{6} \text{ (ز)}$$

$$\approx \frac{1}{15} \text{ (ح)}$$

$$\approx \frac{4}{11} \text{ (چ)}$$

۴- عدد اعشاری تنهای را به صورت کسر بخوبی.

$$= 1,1\dot{3} \text{ (الف)}$$

$$= 1,0\dot{7} \text{ (ب)}$$

$$= 0,0\dot{2} \text{ (پ)}$$

$$= 1 - 0,1\dot{2} \text{ (ج)}$$

$$= 0,1\dot{1}\dot{7} \text{ (د)}$$

$$= 0,4\dot{1}\dot{2} \text{ (ز)}$$

$$= 0,01\dot{0}0\dot{8} \text{ (ح)}$$

$$= 0,1\dot{0}3 \text{ (چ)}$$

$$= 1,1\dot{2}\dot{3} \text{ (خ)}$$

$$= 0,1\dot{2}0\dot{2} \text{ (د)}$$

$$= 0,01\dot{0}1\dot{2} \text{ (ز)}$$

$$= 0,01\dot{8}\dot{7}\dot{5} \text{ (پ)}$$

اعداد اعشاری متساوی:

■ اعداد اعشاری متساوی ساده:

کسرهایی که وقتی صورت را بر فرج تقسیم کنیم، همچنانکه باعث مانده صفر نمایند و در خارج قسمت، ممکن باشد عدد به طور متساوی تکراری شود، اعداد اعشاری متساوی ساده می‌گویند.

$$\frac{1}{3} = 0.\overline{333\dots}$$

نکته: چون نمی‌توانیم همه ارقام اعشاری متساوی ساده را بتوانیم، فقط ممکن باشد اعداد تکراری شوند را بتوانیم و مالای آنرا بخط تریه (-) آزادی دهیم به این خط دوره گردش با درجه متساوی می‌گویند.

$$\text{دوره متساوی} \Rightarrow 0.\overline{14}$$

$$\text{دوره متساوی دورقی} \Rightarrow 4\overline{73}$$

کسر مولود اعداد اعشاری متساوی ساده:

کسرهایی که وقتی صورت را بر فرج تقسیم می‌کنند، عدد اعشاری متساوی ساده تولید می‌شود.

$$\frac{5}{9} = 0.\overline{5555\dots} = 0.\overline{5} \quad \text{کسر مولود} \quad \frac{12}{7} = 1.\overline{714285714285} = 1.\overline{714285}$$

نکته: اعداد اعشاری متساوی ساده را می‌توان که صورت کمی کسر نشاند، مثلاً این این اعداد هم، کویا هستند.

در اعداد اعشاری متساوی ساده، ممکن است مقدار عیوب دوره گردش شروع نمایند، فرج کرم نکته: در اعداد اعشاری متساوی ساده، ممکن است مقدار عیوب دوره گردش شروع نمایند، فرج کرم از مسماطه های غیراز ۲۰۵ تا ۱۷۶ شده اند.

$$\frac{4}{33} = 0.\overline{12} \quad \begin{matrix} 4 \\ -33 \\ \hline 12 \\ -11 \\ \hline 1 \end{matrix}$$

$$\frac{33}{4000} = 0.\overline{1212} \quad \begin{matrix} 33 \\ -40 \\ \hline 10 \\ -8 \\ \hline 2 \\ -2 \\ \hline 0 \end{matrix}$$

نکته: برای تبدیل عدد اعشاری متساوی ساده ۱۸۹۰ به کسر از روش زیر استفاده می‌شود.

$$a = \frac{\text{ارقام دوره گردش}}{\text{تعداد ارقام دوره گردش} \times \text{تعداد ارقام دوره گردش}}$$

$$\frac{1}{9} = 0.\overline{1} \quad \text{مثال}$$

اعداد اعشاری تناوب برکب:

در این اعداد، ارقام اعشاری کام نمی‌شوند و بعد از نیمی ابتدا بایهده رسمی آید سپس ارقام مکمل از رویه

$$\text{طاهر می‌شوند} \quad ۰,۱\overline{4444\dots} = ۰,۱\overline{4} \quad ۰,۱\overline{86535353\dots} = ۰,۱\overline{8653}$$

در عباره مطرح این کرها علاوه بر عامل‌های ۲ و ۵ شناسنده‌هایی برگراز ۲ و ۵ هم دارند.

نقیچه برمی:

اعداد اعشاری تناوب برکب هم خود اعداد کوچک‌ترند؛ برآ آنها را می‌توانیم به صورت کسر نویسیم.



اعداد اعشاری برکب را با برداش زرمه نوان به کسر مولده تبدیل نمود

$$a = \frac{\text{ارقام غیر دوره کردن} - \text{ارقام دوره کردن و غیر دوره}}{\text{بعض اعداد ارقام دوره کردن ۹ و حدی ۹} \times \text{بعض اعداد ارقام غیر دوره کردن صفر}}$$

$$0,1\overline{4888\dots} = 0,1\overline{48} = \frac{48-1}{99} = \frac{47}{99} = \frac{22}{55}$$

$$0,1\overline{054} = 0 + \frac{054-0}{990} = 0 + \frac{54}{990} = 0 + \frac{6}{110} = 0 + \frac{3}{55} = 0,1\overline{054}$$

$$0,1\overline{948} =$$

کرها می‌مانند $\frac{22}{55}$ را کسر مولده $0,1\overline{48}$ می‌نویند.

تمدن:
۱- نهش اعشاری همی از کرها نزد را نویسید؟

$$\frac{5}{11} \quad (\text{الف})$$

$$\frac{7}{9} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{5}{6} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{5}{22} \quad (\text{د})$$

$$\frac{11}{8} \quad (\text{ه})$$

$$\frac{10}{3} \quad (\text{و})$$



۲ - هر دام از کردهای زیر را با نام اینست ری تساوی نویسید.

$$\frac{20}{9} \text{ (ب)}$$

۱۷ (الف)

$$\frac{2}{7} \text{ (د)}$$

۱۸ (ج)

۳ - پس از محاسبه هر سنت، کسر کرب را حدائقان ساده کنید.

$$= 3 + \frac{1}{2} \text{ (الف)}$$

$$= 2\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \text{ (ب)}$$

$$= 5\frac{5}{6} \times 2\frac{1}{2} \text{ (س)}$$

$$= \frac{7}{6} - \frac{2}{8} \text{ (د)}$$

$$= \frac{4}{7} + \frac{3}{5} \text{ (ث)}$$

۴ - در عدد اعشاری حاصل از کسر $\frac{1}{11}$ ، رقم پنجم و پنجم عدای ممیز همچو اینست؟

۵ - در عدد اعشاری حاصل از کسر $\frac{13}{99}$ ، رقم هفتم و هفتم عدای اینست؟

۶ - اگر $\frac{x}{24}$ کسری برابر با $\frac{450}{40}$ باشد و $y = x + 450$ ، حاصل $x + y$ را مشخص نماید.

۷ - دو دام از کردهای زیر، دارای نویش اعشاری متفاوت باشند اینست و دو دام از دو تساوی نباشد؟

۱۹ (الف)

۲۰ (ب)

۲۱ (ج)

۲۲ (د)



اعداد کنک:

اعدادی مانند $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, ..., $\sqrt{146405101424\dots}$ را که از اعشاری آنها بیشتر است (اعشاری هم نمی‌شوند یا به عبارت معمول نمی‌شوند) و اعشاری آنها کمتر از صفر هستند (به عبارت مساوی صفر هستند) همچنین گرای هم نیستند (از رابطه تضادی اینها بجهود کمک کردن نمی‌دهیم) اعداد کنک یا اصم می‌توانند.
مجموعه اعشار را با Q' نمایی دهند.

-۱
-۲
-۳

تئیی:

نمودار ون: $Q \cup Q'$

$$N = \{1, 2, 3, \dots\} : \text{مجموعه اعداد طبیعی}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} : \text{مجموعه اعداد صحی$$

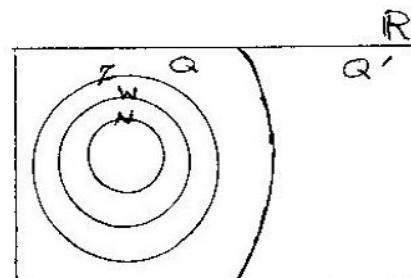
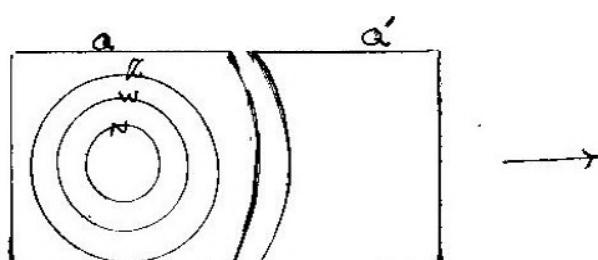
$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} : \text{مجموعه اعداد صحیح}$$

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\} : \text{مجموعه اعداد کوچک}$$

$$Q' = \text{مجموعه اعداد کنک}$$

$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \quad \text{می‌دانیم،}$$

$$R : \text{مجموعه اعداد حقیقی}$$





* اعداد مانند (α) هستند که کوچکتر از (Q) باشند.

* اگر α اعداد مانند باشد که نزدیک دامن کنند هستند.



$$Q' \cap N = \emptyset, Q' \cap Z = \emptyset, Q' \cap W = \emptyset$$

تمدن: دامن کمتر از ترکیب های زیر نادرست است؟

$$\sqrt{18} \in Q'$$

$$\sqrt{100} \in Q'$$

$$n \in Q'$$

$$0 \in Q$$

تمدن: درستی زیر نظری هر عبارت را شخص کنید.

$$(Q' - Z) = \emptyset$$

$$Q \cap Q' = N - Z$$

$$Q - N = Z - W$$

$$\Rightarrow N \subseteq Z$$

$$Z \subseteq Q$$

$$R \subseteq Q'$$

$$Q' \subseteq Q$$

$$N \subseteq Q'$$

$$Q' \subseteq N$$

عدد π (پی) ($\pi = 3,14159265358979323846... = \pi$) و اعدادی که خبر صحیح ندارند ($2, 3, 4, 10, 5, ...$) خود اعداد مانند معروف هستند.



$$\sqrt{18}$$

$$\pi$$

$$\frac{1}{-\sqrt{2}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$0,521/\sqrt{37}$$

$$\frac{\sqrt{25} \times \sqrt{4}}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{31}$$

$$14,6,8$$

$$-\sqrt{18}$$

$$\sqrt{36}$$

مفهوم از نکات فهم در درست اعداد مانند:

$$\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

۱- اگر عددی کنک باشد، مفهومی آنرا هم کنک می شود.

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} \Rightarrow \text{کنک}$$

۲- جمع و تفریق دو عدد کنک باشد عدد کوچک، حواه عددی کنک است.

$$\sqrt{10} - \frac{1}{2} \Rightarrow \text{کنک}$$

۳) مداخل ضرب و تقسیم به عدد کویا (بینهای صفر) در یک عدد گنج، همواره عددی ننگ است.

$$\text{کویا} = \sqrt[4]{64} \times \sqrt[4]{9} \quad , \quad \text{ننگ} \Rightarrow \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{4}} \text{کویا} \quad (\text{الف})$$

۴) جمع و ترکیب دو عدد گنج ممکن است گنج شود و همچنان است کویا نشود.

مثال:

$$\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2} \Rightarrow \text{ننگ} \quad , \quad (\sqrt[4]{2}-1) + (\sqrt[4]{3}-1) = \sqrt[4]{2}-1 + \sqrt[4]{3}-1 = 3 \rightarrow \text{کویا}$$

$$(\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2}) - (\sqrt[4]{3} - 1) = \sqrt[4]{2} + 1 - \sqrt[4]{3} + 1 = 4 \rightarrow \text{کویا} \quad , \quad \sqrt[4]{4} - \sqrt[4]{2} \Rightarrow \text{ننگ}$$

۵) ضرب و تقسیم دو عدد گنج، ممکن است گنج شود و همچنان است کویا نشود.

مثال:

$$\sqrt[4]{3} \times \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{16} \quad , \quad \text{ننگ} \quad , \quad \sqrt[4]{2} \times \sqrt[4]{32} = \sqrt[4]{48} = 8 \rightarrow \text{کویا}$$

$$\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{2}} \Rightarrow \text{ننگ} \quad , \quad \frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{2}{\sqrt[4]{3}} \rightarrow \text{کویا}$$

* بینهای دو عدد کویا، بیشتر عدد کویا و بیشتر عدد گنج و همودارند.



* بینهای دو عدد گنج، بیشتر عدد گنج و بیشتر عدد کویا و همودارند.

* بینهای دو عدد گنج و هر عدد کویا، بیشتر عدد گنج و بیشتر عدد کویا و همودارند.

(غمه‌ای زرتشن عددی ننگ بینهای دو عدد)

همان طور که می‌دانیم، بینهای دو عدد صحیح، تعداد زیادی عدد گنج دارد اما غواصیم سیز (دو عدد صحیح)، عدد گنج

ضوییم محدود از رادیکال کمی کمی کمیم. یافتن یافتن که ابتدا دو عدد را در مقدارهای اول ۲ می‌رسانیم و

پس از رادیکال می‌بینیم در مرحله بعد بینهای دو رادیکال مانند شده، اعداد را رانکی می‌نوبیم.

$$5^2 = 25 \rightarrow \sqrt{25}$$

$$6^2 = 36 \rightarrow \sqrt{36} \Rightarrow \sqrt{25} < \dots < \dots < \sqrt{36}$$

مثال: سین دو عدد $\sqrt{5}$ و $\sqrt{10}$ هزار عدد کنگ نویسید؟

خوبه ناش اعداد کنگ روی محور:

۱- درش اول: نمایش روی محور اعداد حقیقی به طور تقریبی

۲- روش دوم (روش حلزونی):

برای ایجاد یک عدد را روی محور، با مرکز مسلسل قائم از روی و رابطه فیثاغورس استفاده کرد.

مثال: عدد $\sqrt{5}$ را روی محور نویسید.
ابتدا عددی که مثل از $\sqrt{5}$ خواهد بود $(\sqrt{5})^2 = 5$ بین $(\sqrt{4})^2 = 4$ و $(\sqrt{9})^2 = 9$ است.

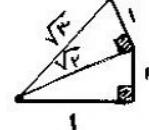
کم صلح بطول مذکور رسیده و در شال ما عدد ۲ یا $\sqrt{4}$ با رسمی بین بین داشتی این صلح،
آنرا از رابطه فیثاغورس حاصل بینیم.
 $\sqrt{5} = \sqrt{1+4}$ مجموع دو قریب است و در رسمی بین و بطول

$$\begin{array}{c} \text{---} \rightarrow A \quad \text{---} \rightarrow \\ \sqrt{4} \qquad \qquad \qquad \sqrt{1} \end{array} \quad \begin{array}{l} AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = (\sqrt{4})^2 + (\sqrt{1})^2 = 5 \\ \Rightarrow AB = \sqrt{5} \end{array}$$

حل محوری در این روش بسیرا وات ۱ + فرض می شود در کل:

$$\frac{\text{تعاریف}}{\text{روی محور}} + \frac{\text{تعاریف}}{\text{کنگ}} = \text{عدد کنگ}$$

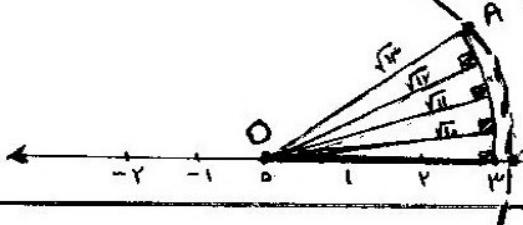
$$\sqrt{3} = \sqrt{1+2}$$



مثال: عدد $\sqrt{13}$ را روی محور نویسید?
جزء کامل بین $\sqrt{9} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$ است.

وقتی مسلسل ها را کامل کریم و در $\sqrt{13}$ رسمی بینزین و

شانع $OA = \sqrt{13}$ کنیم و جزو $\sqrt{13}$ عباری سبست است
سبست را می توان رایج نیم، نقطه B همان $\sqrt{13}$ است.



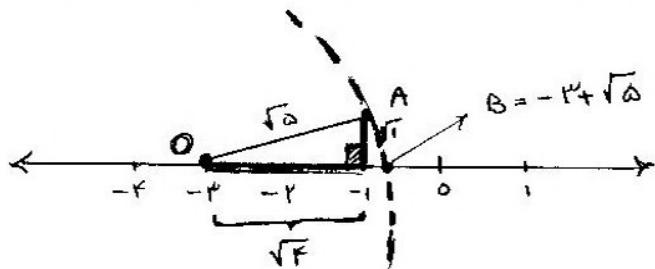
تمرین: عدد $\sqrt{8}$ - را روی محور نمائیں و هدید.

آنچل یاد کرد عدد را روی محور نمائی باشد که از آن عدد صحیح می باشد و آن انس عدد صحیح بسته باشد به است و همچوی می شوند.

$$\sqrt{4} < \sqrt{8} \Rightarrow \sqrt{8} = \sqrt{4+4}$$

مثال: $\sqrt{5} + 3$ - را روی محور نمائی و هدید؟

بسته باشد که نقطه می باشد.



تمرین: $2 - \sqrt{7}$ - را روی محور نمائیں و هدید؟

آنچل یاد کردند که عدد را روی محور نمائی سازی کردند و عدد صحیح آنرا دارند.
باشد از اعدادی که مثل و بعد از اعدادی مورد نظر، عدد صحیح را زندگی کنیم.

مثال: اعداد زیر بنی کدام دو عدد صحیح می باشند؟
 $\sqrt{18} = ? \quad \sqrt{14} < \sqrt{18} < \sqrt{20} \Rightarrow \{ \sqrt{18} < ? < \sqrt{20} \}$

۱) $-\sqrt{FA} = ?$

۲) $3 + \sqrt{2} = ?$

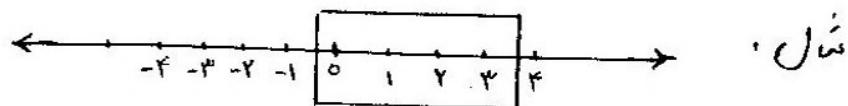
۳) $-5 - \sqrt{V} = ?$

مجموعه اعداد حقیقی:

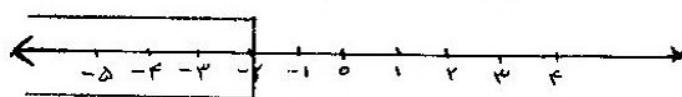
در هنر هندسی مجموعه اعداد طبیعی و اعداد صحیح متوسط مسئله است (رای مجموعه های نامناعی و محدود)

واز مسئله باز (رای مجموعه های نامناعی) استفاده می شود.

$$A = \{x | x \in W, x < 4\}$$

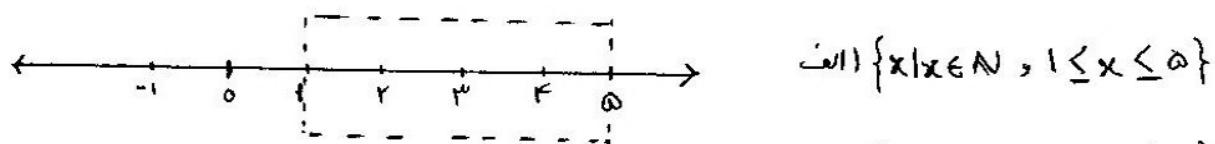


$$B = \{x | x \in Z, x \leq -2\}$$



مجموعه های باخطیزین روی محور اعداد نریخته شوند وقت کنید. اگر نخواهیم هری اعدادی که در این

خطیزین وجود دارد را به صورت مجموعه ای دهم کدام از مجموعه های زیر را بست?



$$\text{الف } \{x | x \in N, -1 \leq x \leq 0\}$$

$$\text{ب } \{x | x \in Q, -1 \leq x \leq 0\}$$

مجموعه الف شامل $\{-5, -4, -3, -2, -1, 0\}$ و مجموعه ب) فقط شامل اعداد صحیح و نویس مثل $\frac{1}{2}$ نباشد.
آن دو این مجموعه هر دو عدد صحیح به شمار عدای نکنند هم وجود دارد که با استفاده از مجموعه Q نتوان آنها را نشان داد. رای رفع این مشکل از مجموعه های را که شامل تری بهتر مجموعه اعداد حقیقی باشد ریاضی R استفاده می شود

$$R = Q \cup Q'$$

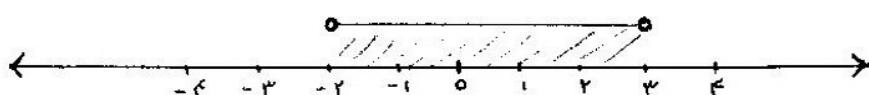
پس عبارت درست درست مجموعه شامل بالا به صورت $\{x | x \in R, -1 \leq x \leq 0\}$ نباشد.
یعنی هر عددی (چه کویا چیزی) که بین او و ۰ بین خود این دو عدد رفع این مجموعه هستند.

نمایش مجموعه اعداد حقیقی روی محور:

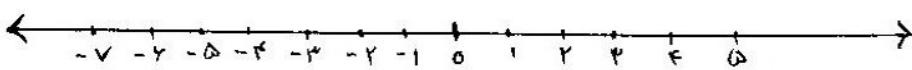
- چون بین هر دو عدد صحیح به استار عدد کوچک و جه دارد، نیاز نیست $\{x \mid x \in \mathbb{R}, n < x < m\}$ هری آنها را به صورت مکتوب روی محور نمود.
- برای $\{x \mid x \in \mathbb{R}, n < x \leq m\}$ اعدادی مجموعه اعداد حقیقی روی محور از خط ممتد (\rightarrow) استفاده می شود.
- برای $\{x \mid x \in \mathbb{R}, n \leq x < m\}$ اعدادی مجموعه اعداد حقیقی روی محور از خط ممتد (\leftarrow) استفاده می شود.
- برای $\{x \mid x \in \mathbb{R}, n < x < m\}$ محدوده (بازه) منهج روی محور دوباره (۵ یا ۰) کارهای دهم، ذرا تر خیلی (۵) برای علاوه \langle یا \rangle (معنی زنگ خود آن دو عدد عضو مجموعه نیستند) دوباره توپر (۰) برای علاوه \leq و \geq (معنی خود اعداد عضو مجموعه هستند) می باشد. خط شخص کنده محدوده دهم ممدد است.

مثال: مجموعه اعداد حقیقی بین $-2 + 3$

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 < x < 3\}$$

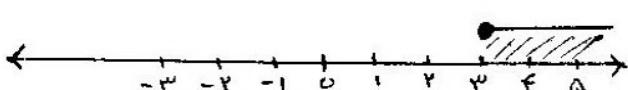


$$B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -4 < x \leq 3\}$$



{ عدد اندیست را نویس $\leq x$ عدد اندیست چیزی نداشت، $\{x \mid x \in \mathbb{R},$ بطور کلی

تمیل: مجموعه تناظر هر مجموعه نمایش داده شده را بتوانید؟



۱- مشخص نماین کدام از اعداد زیر کسر دوام می‌گذارد است؟

الف

$$\text{ب) } \sqrt{6}$$

$$\text{ج) } \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{د) } \sqrt{9}$$

$$\text{ا) } \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{ب) } 4 + \sqrt{2}$$

$$\text{ج) } 7 \div \sqrt{4}$$

$$\text{د) } \sqrt{14} - \sqrt{100}$$

$$\text{ب) } (7 - \sqrt{3}) \times 2$$

$$\text{ج) } \frac{5\pi - \pi}{3\pi}$$

$$\text{د) } \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$\text{ب) } ((2^2 + 3) - 7) \times \sqrt{11}$$

$$\text{الف) } Q \cap Q' =$$

$$\text{ب) } N \cup Z =$$

$$\text{ج) } N \cap Q =$$

$$\text{ب) } N \cup Q =$$

$$\text{ج) } Z \cap Q' =$$

$$\text{د) } Z \cap Q' =$$

$$\text{ج) } N \cap R =$$

$$\text{د) } R \cup Q' =$$

$$\text{ب) } Q \cup Q' =$$

$$\text{الف) } A \wedge \square Q$$

$$\text{ب) } \bar{A} \wedge \square Q$$

$$\text{ج) } \bar{B} \wedge \square R$$

$$\text{ب) } \neg \bar{A} \square R$$

$$\text{ب) } \sqrt{125} \square Q'$$

$$\text{ج) } \frac{\sqrt{100}}{4} \square Q$$

$$\text{ج) } \sqrt{17} \square R$$

$$\text{ب) } -\frac{\sqrt{2}}{3} \square Q$$

$$\text{ج) } \frac{4}{\sqrt{5}} \square Q'$$

$$\text{ب) } \sqrt{0/17} \square Q'$$

$$\text{ب) } \sqrt{0/01} \square R$$

$$\text{ج) } \frac{0}{\sqrt{11}} \square Q'$$

$$\text{الف) } \sqrt[3]{V} \in Q$$

$$\text{ب) } -1 - \frac{1}{4} \in Q'$$

$$\text{ج) } \frac{V}{9} \in R$$

$$\text{ب) } \sqrt[4]{V} \in Q$$

$$\text{ب) } \sqrt[3]{Q} \in Q'$$

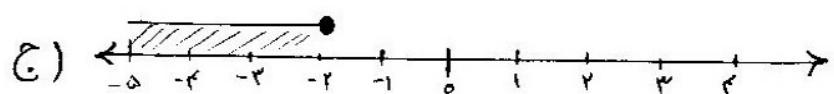
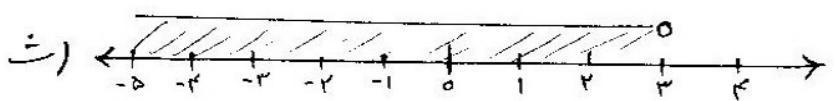
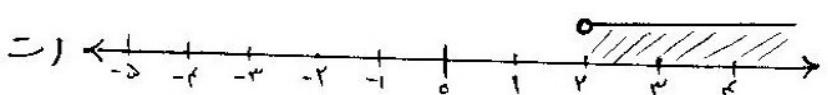
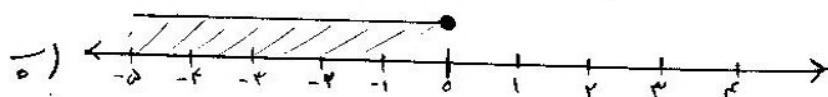
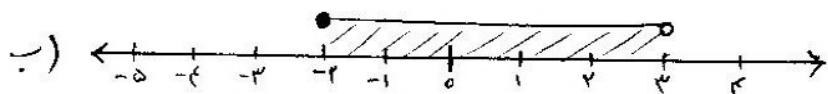
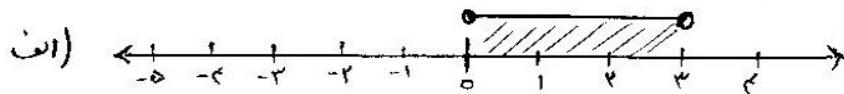
$$\text{ج) } \sqrt[4]{P} \in Q$$

$$\text{ج) } \sqrt{11} \notin Q$$

$$\text{ب) } \sqrt{17} \notin R$$

$$\text{ج) } \frac{11}{\pi} \in R$$

۵ - ساچمه محو، صحیح ساخته هر کدام را بپرسید؟



۶ - در هر دو شخص ندي عد مرتبه هر کدام در عدد صحیح تساوی خواهد بود؟

(الف) $\sqrt{14}$

(ب) $\sqrt{2} - 1$

(ج) $\frac{3}{5} + \sqrt{10}$

(د) $10 - \sqrt{101}$

(هـ) $-2\sqrt{3} - 7$

(ز) $14 - \sqrt{90}$

۷ - صحیحی که در ترتیب درست ترتیب نسبت به مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid -1 \leq x < 4\}$ است کدام نادیده است؟

(الف) $0 \in A$

(ب) $\frac{3}{4} \in A$

(ج) $-1 \notin A$

(د) $\sqrt{5} \in A$

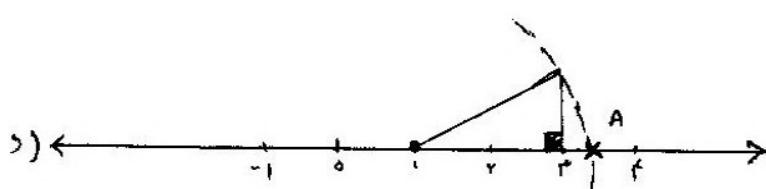
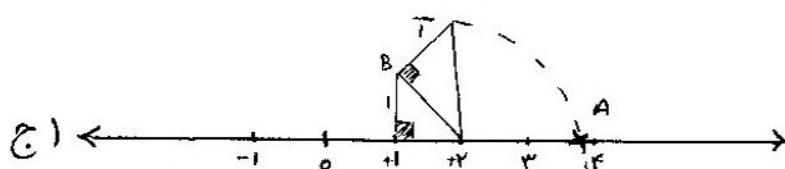
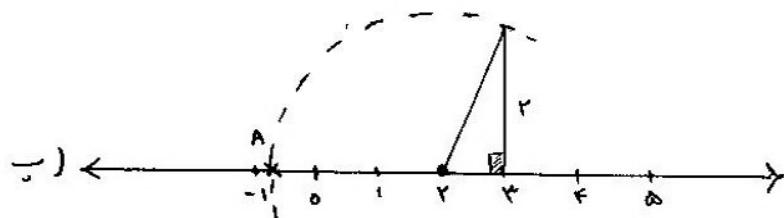
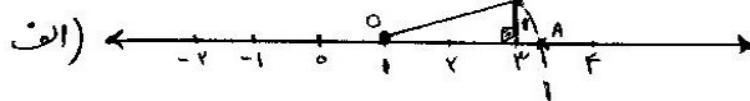
(هـ) $\pi \notin A$

(ز) $-\frac{1}{3} \in A$

(ع) $4\sqrt{2} \notin A$

(ج) $\frac{3}{2} \in A$

۱ - در هر دو از مکمل های زیر نظر نظر A صورت عدی باشند؟



۲ - مجموعه های زیر را روی محور \mathbb{R} نشان کنید.

الف) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$

ب) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

ج) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 4\}$

د) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 0\}$

ه) $E = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x < 0\}$

و) $J = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 4\}$

۱۰ - مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1 < x < 0\}$ نام درست است؟

(الف) $\sqrt{2} \in A$

(ب) $\frac{\pi}{2} \in A$

(پ) $\sqrt{v} \notin A$

(ت) $\sqrt{2} \in A$

(ث) $(1 + \sqrt{3}) \in A$

(ج) $(2 + \sqrt{0}) \notin A$

(ح) $\sqrt[4]{113123132313333\dots} \in A$

(خ) $\sqrt[4]{3} \in A$

(ذ) $\sqrt{0} \notin A$

۱۱ - مجموعه های $B = \{x \in \mathbb{Q}' \mid 1 < x \leq 3\}$ و $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 4\}$ موضع اند، حاصل مجموعه های

زیرا باقیه رسیدن راضی نمودیم

(الف) $A \cup B =$

(ب) $A \cap B =$

(پ) $A - B =$

(ت) $B - A =$

۱۲ - دو عدد گنج شل زینه مجموع آنها عددی کویا شود?

۱۳ - دو عدد گنج شل زینه حاصل ضرب آنها عددی کویا شود?

۱۴ - بین عدد گنج بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{6}$ مشتمل است؟



(۱) -۲

(ج) ۱-۰

(ب) ۰-۱

(الف) ۱-۰

۱۵ - کدام ممکن از زیرترین های زیر نادرست است؟

(۱) $(1-\sqrt{2}) \in Q'$ (ج) $\sqrt{7} \notin R$ (ب) $\pi \notin Q$ (الف) $\sqrt{5} \in R$ ۱۶ - مجموعه $A = \{x | x \in Q', 2 \leq x < 7\}$ دارای چند عضو است؟

(۱) پنج

(ج) ۳

(ب) ۶

(الف) ۷

۱۷ - کدام ممکن از زیرترین های زیر نادرست است؟

 $N \subseteq Z$ $Q \subseteq R$ $Z \subseteq Q'$ $Q \cap Q' = \emptyset$ ۱۸ - حاصل عبارت $((R-Q) \cap (Q \cup Z)) \cup (Q \cap Z)$ کدام ممکن است؟ Q' R Z Q $R - Q$ $Q \cap Q'$ $Q - Q'$ $Q \cup Q'$ $R - Q$ $Q' - Q$ Q Q' R \emptyset



قدر مطلق و محاسبه‌ی تقریبی:

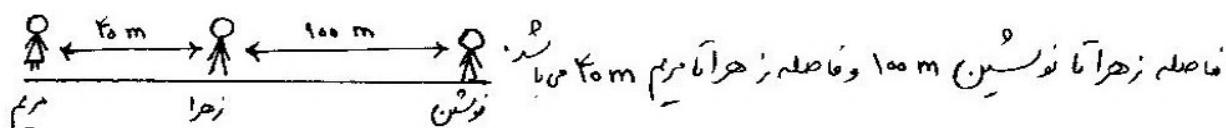
در رجی مفاہم علامت (-) معنی ندارد. مانند جم \neq جم. همان‌که از جم صحبت می‌کنند کوئی کوئی

جم اس جم 95 kg است و همچنان که نیز کوئی جم جم 55 kg است با درمور قدر افراد همچنین

از اعماقل راهی می‌باشد اس تفاوت بین نه منفی (که کوئی نه زده زده -175 kg است). درمور با اصله

هم همچنان طوری باشد و فقط اندازه درآنست اهمیت دارد.

مثال:



در مورد اعداد صحیح هم همچنان طوری است. با اصله می‌باشد.

قدر مطلق:

$$100 = \text{فاصله } + \text{تا صفر} (\text{ جدا}) , \quad -40 = \text{فاصله } - \text{تا صفر} (\text{ جدا})$$

حاکم طوری می‌دانیم در رابطه با ریاضی برای باز مفاہم از اعماقل راهی خاصی اس تفاوت کردیم تا رایی حذر از نگار \checkmark برای این اس تفاوت می‌شود. برای باز فاصله که عدد تا جدا (صفر) هم از علامت اعده ای به نام قدر مطلق اس تفاوت می‌گذارد.

انواع قدر مطلق:

■ عدد غیرمنفی باشد. $(a \geq 0)$: $|a| = a$ (اعداد با این صورت)

معنی قدر مطلق صفر، مساوی صفر است $a = 0 \Rightarrow |a| = 0$ و قدر مطلق هر عدد حقیقی مثبت هم می‌باشد. $(a \in \mathbb{R}, a > 0 \Rightarrow |a| = a)$

■ عدد منفی باشد $(a < 0)$: $|a| = -a$ (اعداد با این صورت)

معنی قدر مطلق هر عدد حقیقی منفی، برابر آن عدد باشد.

$$|a| = \begin{cases} a & a > 0 \\ 0 & a = 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

سیم بزی :

نکات مهم قدر مطلق :

$$\sqrt{m^2} = |m|$$

حاصل ضرب قدر مطلق های دو عدد برابر با قدر مطلق حاصل ضرب آنها در عدالت است.

$$|-2| \times |-3| = 2 \times 3 = |(-2) \times (-3)| = 6 , |5| \times |3| = 5 \times 3 = 15$$

$$|5 \times 3| = |15| = 15$$

اگر دو عدد ($a > 0$ و $b > 0$) نسبت باشند، آنگاه قدر مطلق مجموع آنها برابر با مجموع آنها در عدالت است.

$$|a+b| = a+b$$

$$\text{نکته: } |4+5| = 19 = 9 , |+2+3| = |+5| = 5$$

$$4+5 = 9$$

$$2+3 = 5$$

اگر دو عدد ($a < 0$ و $b < 0$) نسبت باشند، آنگاه قدر مطلق مجموع آنها برابر با مجموع آنها در عدالت است.

$$|a+b| = -(a+b)$$

$$\text{نکته: } \begin{cases} |-4| + |-4| = 4+4 = 10 \\ |-4-4| = |-10| = -(-10) = 10 \end{cases}$$

$$|a+b| \leq |a| + |b| \quad (\text{نابوی مطلی})$$

اگر این دو عدد را بهم مجموع کنیم و بعد قدر مطلق نمایم، حاصل همان واحترای مساوی نیست، اما این دو عدد حاصل مطلق نمایم و بعد حاصل های را بهم مجموع کنیم.

$$|a| + a \geq 0$$

$$|3| = 3 \rightarrow |3| + 3 = 3 + 3 = 6 > 0$$

$$|0| = 0 \rightarrow |0| + 0 = 0 = 0$$

$$\sqrt{2}-1 = \sqrt{2}-1 \quad , \quad |1+\sqrt{3}| = 1+\sqrt{3}$$

■ مقدار تقریبی عددهای ریاضی است، محاسبه شده اند که برای محاسبه تقریبی قدر بطلخ حفظ بودن از زیر است.

$$\sqrt{2} \approx 1,4, \quad \sqrt{3} \approx 1,7, \quad \sqrt{5} \approx 2,2, \quad \sqrt{6} \approx 2,4, \quad \sqrt{7} \approx 2,6, \quad \sqrt{8} \approx 2,8$$

■ اعداد بین صفر و یک مانند $(0,0), \frac{1}{3}, \dots, \frac{2}{3}, \dots$ هستند که بین مقدارها کوچکتر کوچک

$$(0,0) < \sqrt{0,13} < (0,1) < (0,3) < (0,4) < (0,5) < (0,6)$$

■ با اعداد حقیر نسبت به هر ا عدد صفر، اعداد حقیر ناپنی می‌گویند. اگر a عدد حقیر باشد آنگاه اعداد ناپنی را به صورت (a, ∞) نوش می‌رهد.

■ با اعداد حقیر نتفی به هر ا عدد صفر، اعداد حقیر ناپنی می‌گویند. اگر a عدد حقیر باشد آنگاه اعداد ناپنی را به صورت $(-\infty, a]$ نوش می‌رهد.

■ حاصل ضرب و حاصل جمع دو عدد حقیر ناپنی، همواره عددی ناپنی است.

$$a \geq 0, b \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} ab \geq 0 \\ a+b \geq 0 \end{cases}$$

■ اگر a و b دو عدد ناپنی $(a \leq 0, b \leq 0)$ باشند آنگاه:

$$a \leq 0, b \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} ab \geq 0 \\ a+b \leq 0 \end{cases}$$



تمام:

۱- محاصل حجیک از محاسبات های زیر را به صورت آورید.

۱) $| -9 | =$

۲) $\{ \sqrt{-9} \} =$

۳) $\{ (-1) \times 0 \} =$

۴) $\{ -4 - 3 \times (-4) \} =$

۵) $| -3 | + | +4 | + | -9 | =$

۶) $| 18 + 5 \times (-2) | =$

۷) $4 \times \{ 2 - 3 \times 2 \} - 2 \{ -1 \} - 19 \times 0 =$

۸) $| 0,1^{\Delta} - 0,1^{\Gamma} | =$

۹) $| 0,1^{\Psi} - 0,1^{\Phi} | =$

۱۰) $| 1 - \sqrt{2} | =$

۱۱) $| 2 - \sqrt{3} | =$

۱۲) $| 0 - \sqrt{10} | =$

۱۳) $| \sqrt{10} - 4 | =$

۱۴) $| \sqrt{10} - \sqrt{5} | =$

۱۵) $| 4\sqrt{5} - 5\sqrt{5} | =$

۱۶) $| 1 - \sqrt{3} | + | \sqrt{5} - \sqrt{3} | =$

۱۷) $| 4 - \sqrt{3} | - | 0 - 2\sqrt{3} | =$

۱۸) $| \sqrt{9} - \sqrt{10} | - | 4 - \sqrt{10} | =$

۱۹) $\sqrt{(29^4)^r} =$

۲۰) $\sqrt{(-4)^r} =$

۲۱) $\sqrt{(-4)^r} + | -4 | - | -1 | =$

۲۲) $-| 0 | + \sqrt{(-4-1)^4} + \sqrt{(1-4)^4} =$

۲۳) $| (-4)^r | + | -4^r | + | 0 | =$

$$۴۳) \sqrt{(2 - \sqrt{a})^4} =$$

$$۴۴) \sqrt{(\sqrt{v} - \sqrt{a})^4} =$$

$$۴۵) \sqrt{(9 - \sqrt{10})^4} - \sqrt{(-a)^4} =$$

$$۴۶) \sqrt{(\sqrt{8} - 10\sqrt{v})^4} - |2 - \sqrt{3}| =$$

$$۴۷) \sqrt{(\sqrt{8} - 3)^4} + \sqrt{(-3 + \sqrt{8})^4} =$$

$$۴۸) \sqrt{(1 - \sqrt{a})^4} - \sqrt{(\sqrt{a} - 1)^4} + 2\sqrt{(3 - \sqrt{v})^4} =$$

$$۴۹) 4\sqrt{(2 - \sqrt{a})^4} - \sqrt{(\sqrt{a} - 1)^4} - a|\sqrt{a} - 3| =$$

$$۵۰) |t^4 + v^4 - v^4| =$$

$$۵۱) |-v^4 + v^4| =$$

$$۵۲) |(w)^v - (w)^v| =$$

$$۵۳) |-v| - v|| - |2(1 - \sqrt{v}) + 1 - \varepsilon|\sqrt{v}| =$$

$$۵۴) \frac{|1 - a| \div v - |1 - v| \div | - v|}{-12 \div 4 \times v + | - v|} =$$

$$۵۵) \frac{|b|}{|1 - v|} =$$

$$۵۶) \frac{|1 - a| \times |1 - v| \times | - 1|}{|v \times 2 - v| - | - v|} =$$

$$۵۷) || - 2\sqrt{v} + \sqrt{v} | - |a - 2\sqrt{v} || | =$$

$$۵۸) \sqrt{(\sqrt{v} - t)^4} =$$

۳ - اگر $a = \frac{1}{2}$, $b = \sqrt{2}$, $c = -3$ باشد، حاصل عبارت $|a+b+c|$ را بحث کنید؟

۴ - اگر $a = 2\frac{1}{3}$, $b = -\frac{1}{2}$, $c = 9\sqrt{2}$ باشد، حاصل عبارت $|a+b+c|$ را بحث کنید.

$$|a+b| + 2|a-b-c| =$$

۵ - اگر $a = \sqrt{3}$, $b = -4$, $c = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $|a+b+c|$ را بحث کنید.

$$|-4a - b + 4c| =$$

۶ - اگر $x > 0$, $y < 0$ هردو اعداد حقیقی باشند ($x < 0$, $y < 0$) حاصل $-|x+y| - |x| - |y|$ را بحث کنید.

$$x > 0, y < 0 \Rightarrow |x| - |y| =$$

$$x < 0, y < 0 \Rightarrow |-x| - |-y| =$$

۷ - اگر $1 < x$ ، حاصل عبارت $\sqrt{x} + \sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(1-x)^2}$ را بحث کنید؟

$$A = \sqrt{x^2} + \sqrt{(x-1)^2} - \sqrt{(1-x)^2} =$$

۸ - اگر $0 < a < 1$ ، حاصل $\sqrt{(a-1)^2} - \sqrt{(a+1)^2}$ را بحث کنید.



۹- محاصل محاسبت های زیر را به زبان ریاضی نویسید و شل فرمدی.

الف) قدر مطلق حاصل ضرب دو عدد صادی با حاصل ضرب قدر مطلق آن ها است.

ب) قدر مطلق مجموع دو عدد از مجموع قدر مطلق های آن دو عدد کوچکتر یا مساوی است.

ج) قدر مطلق حاصل تقسیم رو عدد صادی حاصل تقسیم قدر مطلق آن هاست.

د) قدر مطلق تناصل دو عدد کوچکتر یا مساوی تناصل قدر مطلق آن دو عدد است.

۵) قدر مطلق تناصل دو عدد کوچکتر یا مساوی مجموع قدر مطلق آن دو عدد است.

تست:

$$10- \sqrt{-1} = 1 \times i^2 = -1 \text{ کدام است؟}$$

(م) د ج و ز دار.

ج)

ب) -3

الف) 3

$$11- \sqrt{-9} = \sqrt{-9} \text{ کدام کسر حقیقی دارد است؟}$$

a>0 ()

a\geq 0 (ج)

a\leq 0 (ب)

a<0 (الف)

$$12- حاصل \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} \text{ کدام است؟}$$

-2-\sqrt{3} ()

2+\sqrt{3} (ج)

\sqrt{3}-2 (ب)

الف) 2-\sqrt{3}

$$13- حاصل a+b+c = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} \text{ کدام است؟}$$

\sqrt{a}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{c}} ()

\sqrt{a}-\frac{\sqrt{b}}{c} (ج)

\frac{\sqrt{a}}{3}-\sqrt{a} (ب)

\frac{\sqrt{a}}{3}+\sqrt{a} (الف)

۱۴- حاصل عبارت $|4 - \sqrt{40}| - 2\sqrt{(40-4)^2}$ مبارک نزدیک است؟

- (۱) $4\sqrt{5} - 10$ (۲) $2\sqrt{5} - 2$ (۳) 2 (۴) -2

۱۵- عبارت بایض مردود به از خاصیت صوری از $-2 < 3$ واحد است. کدام گزینه است؟

- (۱) $|x+2|=3$ (۲) $|x-2|=3$ (۳) $|x|-|2|=3$ (۴) $|x|+|2|=3$

۱۶- حاصل عبارت $\sqrt{(4^2-2)^2} + \sqrt{3}$ عدد ... است.

- (۱) اصم (۲) مثبت (۳) اول (۴) سفی

۱۷- $x^2 + |x+2| + |x^2-9|$ حاصل $-2 < x < 3$ نام است؟

- (۱) $x+9$ (۲) $x-9$ (۳) x^2+x-9 (۴) x^2+x+9

۱۸- $|a-b|$ حاصل $a < b < 0$ و $a > 0$ نام است؟

- (۱) $a-b$ (۲) $b-a$ (۳) $a+b$ (۴) $-a-b$

۱۹- $\sqrt{a^2} - \sqrt{a^2 + 14a + 1} = ?$ نتیجه حاصل عبارت در موارد زیر است:

- (۱) $14a+1$ (۲) -1 (۳) $+1$ (۴) $2a+1$

۲۰- $|x| = -\sqrt{-2}$ نام است؟

- (۱) وحیدنادر (۲) $\pm \sqrt{-2}$ (۳) $-\sqrt{-2}$ (۴) $\sqrt{-2}$



« مبای خالی های مضم منص ۲ »

۱) اجتماع دو مجموعه کویا و گفت مجموعه --- است.

۲) هر عدد حقیقی که کویا نباشد --- است.

۳) $\sqrt{16} + 3$ - بن دو عدد صحیح توانی --- و --- خواهد دارد.

۴) بن دوکر $\frac{2}{7}$ و $\frac{5}{9}$ --- عدد کویا و حدود دارد.

۵) بن دو عدد ۳ و ۴ --- عدد گلک و حدود دارد.

۶) اگر x عددی باشد، آنکه $\frac{1}{x}$ عددی --- است.

۷) حاصل ضرب دو عدد گلک ممکن است --- باشد.

۸) اگر a مجموعه اعداد کویا و مجموعه اعداد گلک طبی باشد --- است.

۹) مجموع دو عدد کویا و دو عدد گلک عددی --- است.

۱۰) حاصل تدبیر دو عدد کویا و دو عدد گلک عددی --- است.

۱۱) اگر $|a| = -a$ آنکه a عددی --- است.

۱۲) محصل $\sqrt{x^2 - 4}$ به صورت --- می باشد.

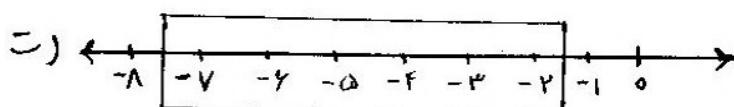
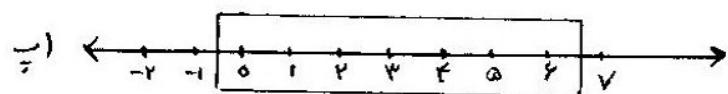
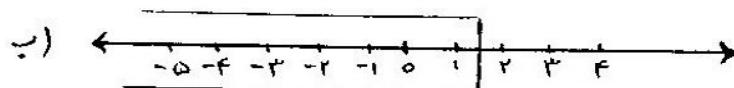
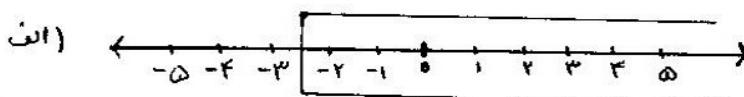
۱۳) اگر $a < b$ باشد، آنکه $|a - b| = \dots$

۱۴) اگر $y > x$ باشد، آنکه $|y - x| = \dots$ است.

۱۵) صدر $\sqrt[3]{-3}$ - بن دو عدد --- و --- خواهد دارد.

« تمرین‌های آندر مصل ۲ »

۱- هرس از نکاش مجموعه‌های زیر را به صورت زبان‌نمایی نویسید.



۲- مجموعه‌های زیر را روی محور فل رسم کنید.

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -4 < x \leq 3\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{W} \mid x < 4\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 5\}$$

۳- در هرس از عبارت‌های زیرین دو کردار داشته، عدد کریم دخواه نویسید.

الف $\frac{4}{3}$ و ۱

ب) $\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{2}$

۴- کسرهای زیر را از ترتیب بهتر کر و مسکن نمایند.

$$\frac{2}{14}, \frac{5}{6}, \frac{1}{7}, \frac{7}{3}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2} \text{ (الف)}$$

$$1\frac{1}{2}, -1\frac{1}{4}, -0\frac{4}{3}, \frac{3}{5} \text{ (ب)}$$

۵- ناشی از ترتیب هر دوام از کسرهای زیر را بدست آوردید و نوع آن را مشخص نمایند.

$$\frac{1}{9}$$

$$\frac{V}{2}$$

$$\frac{13}{4}$$

$$\frac{11}{18}$$

$$\frac{9}{8}$$

$$\frac{20}{V}$$

$$\frac{4}{V}$$

$$\frac{17}{6}$$

۶- در عدد اعشاری حاصل از کسر $\frac{5}{7}$ اگر تمم اول اعشار را با رقم نویم اعشار جمع کنیم، حاصل خواهد بود؟

۷- مشخص نماید کدام از عبارت‌های زیر کوچک‌تر و کدام بزرگ‌تر است؟

$$-\frac{11}{3} \text{ (الف)}$$

$$-\sqrt{9} \text{ (ب)}$$

$$-\pi - 2 \text{ (پ)}$$

$$-\sqrt{5} \text{ (ت)}$$

$$-\pi + 7 \text{ (ث)}$$

$$-3 \text{ (ج)}$$

$$-4\sqrt{2} \text{ (ح)}$$

$$(4-2)\times\sqrt{5} \text{ (خ)}$$

$$-\sqrt{\frac{49}{4}} \text{ (خ)}$$

$$-\frac{\sqrt{7}\pi}{4\pi-\pi} \text{ (د)}$$

$$-\frac{\sqrt{34}}{9} \text{ (ذ)}$$

$$\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} \text{ (ز)}$$

$$\text{ا) } Z \subseteq N$$

$$\text{ب) } Q \subseteq Z$$

$$\text{پ) } N \subseteq Q$$

$$\text{ت) } Q' \subseteq R$$

$$\text{ث) } R \subseteq Z$$

$$\text{ج) } Q \subseteq Q'$$

$$\text{پ) } R \subseteq Q$$

$$\text{خ) } W \subseteq Z$$

۸- نامی از عبارت‌های زیر را کوتاه‌تر و کلامی درست است.

$$\text{ا) } N \cap Z =$$

$$\text{ب) } Z \cap Q =$$

$$\text{پ) } Z \cap R =$$

$$\text{ت) } W \cup Z =$$

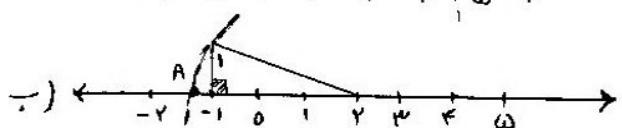
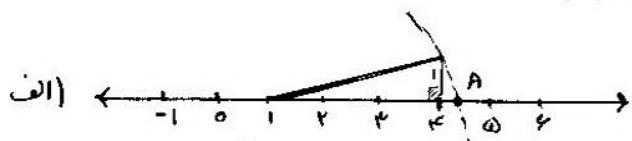
$$\text{ث) } R \cap Z =$$

$$\text{ج) } R \cup Q' =$$

$$\text{پ) } Q \cap R =$$

$$\text{خ) } Q' \cup R =$$

۹- طرف دوست دی‌های زیر را بنویسید.

۱۱- $\sqrt{11}$ (الف)۱۲- $\sqrt{5} - 4$ ۱۳- در هر کدام از دو مجموعه A صور عدای از \mathbb{N} به دهد؟

۱۴- نقطه های هر دو مجموعه از اعداد حقیقی نیز را در مجموعه اعداد حقیقی مخفی کنند.

۱۵- $3 + \sqrt{10}$ $2 + \sqrt{3}$ ۱۶- مجموعه های زیر را روی مجموعه اعداد حقیقی \mathbb{R} دهید.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 4\}$$

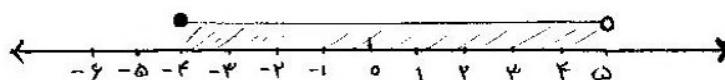
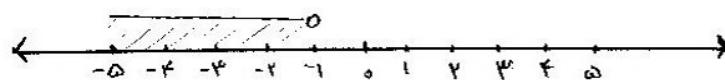
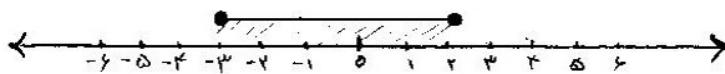
$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 5\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\}$$

۱۷- مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 5\}$ را روی مجموعه اعداد حقیقی \mathbb{R} مخفی کنند.(الف) $\sqrt{2} \notin A$ (ب) $\sqrt{10} \in A$ (ج) $0 \notin A$ (د) $3, 3\sqrt{3}, 3\sqrt[3]{3}, 3\sqrt[4]{3}, \dots \in A$ (戊) $\sqrt{-1} \notin A$ (ج) $\sqrt{14} \in A$ (د) $4\pi \notin A$ (ه) $(2 + \sqrt{3}) \in A$ (خ) $\frac{3}{\pi} \in A$ (د) $-\frac{\pi}{2} \in A$ (ج) $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{9}} \notin A$ (ه) $\frac{1}{\sqrt{14}} \in A$



۱۵ - مجموعه‌های شناخت باهر محور را نویسید.



۱۶ - جواب عددگرد بین $\sqrt{8}$ و $\sqrt{9}$ نویسید.

۱۷ - جواب عددگرد بین $\frac{7}{3}$ و $\frac{8}{3}$ نویسید.

۱۸ - میان عددهای زیر را به درست آوردی.

$$1) -8 + |12 - 9 \times 3| + |100 - 4 \times 9| =$$

$$2) \sqrt{(-\sqrt{4})^4} - \sqrt{(1-\sqrt{4})^4} + \sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{4})^4} =$$

$$3) \sqrt{(\sqrt{-\sqrt{4}})^4} - \sqrt{(-4)^4} + \sqrt{(1+\sqrt{4}-4)^4} =$$

$$4) |4 - \sqrt[4]{16}| - |5 - \sqrt{16}| =$$

$$5) |(0.1)^0 - (0.1)^4| =$$

$$6) \sqrt{(\sqrt{2} - \sqrt{2})^4} - 4 |\sqrt{2} - 1| + 4 \sqrt{(1 - \sqrt{2})^4} =$$

$$7) \frac{|-12| + |-4| - |-4| + |-4|}{|-14 + 2| + 0} =$$

۱۹ - اگر $x < 5$ باشد؛ صارت معامل را ساده نمای (برحسب x)

$$A = \sqrt{x^2} - \sqrt{(x-4)^2} + \sqrt{(x-5)^2} =$$

۲۰ - اگر $x > 5$ باشد، حاصل عبارت های زیر را به صورت آزاد بیند.

$$|4c - b^3| \times |4b - c + a| =$$

$$\therefore \frac{|4a - 4c| - |b|}{|a - b| \times |b - c|} =$$

تست های آخر فصل ۱

$\sqrt{5-2}$ (ج)

$\sqrt{30-4}$ (ج)

$\sqrt{27+2}$ (ج)

$\sqrt{50-1}$ (ج)

۱ - نام می از اعداد زیر کدام است؟

$5/12$ (ج)

$-5/12$ (ج)

۲ - نام عدد بن ۵ - و $\frac{43}{6}$ - کدام عدد زیر است؟
الف) $\frac{3}{12}$ - ب) $\frac{5}{12}$

$$\frac{\left[-(+\frac{14}{21}) + (\frac{5}{44}) \right] - \left[\frac{9}{14} (-\frac{5}{4}) \right]}{(\frac{-5}{-4}) \div \frac{5}{4}}$$

۳ - حاصل عبارت معامل را برآورد با:

$-\frac{1}{5}$ (ج)

$\frac{1}{5}$ (ج)

(ب) ۵

الف) ۵

$a < 0$ ، $b < 0 \Rightarrow ?$

۴ - نام نزینه از کسرهای زیر، نتیجه عبارت معامل نمی تواند باشد؟

$a+b < 0$ (ج)

$|a+b| < 0$ (ج)

$|ab| > 0$ (ج)

$ab > 0$ (ج)

۵ - مقدار عددی عبارت معامل به از اد $x = \frac{1}{3}$ ، $y = \frac{1}{4}$ ، $z = \frac{1}{2}$ نام است؟

$$\frac{|\frac{1}{x}| + |\frac{1}{y}| + |\frac{1}{z}| x^2}{|zx| + |zy|} = \frac{41}{6} (ج) \quad ۳۵ (ج) \quad \frac{294}{5} (ج) \quad \frac{87}{5} (ج)$$

۶ - نام نزینه حاصل عبارت $1 - 2 - \sqrt{5} + 1$ است؟

$-2 - \sqrt{5}$ (ج)

$2 - \sqrt{5}$ (ج)

$\sqrt{5} - 2$ (ج)

$2 + \sqrt{5}$ (ج)

۷ - کدام سرین در عدد ۳ و ۲ خواهد دارد؟

(۱) $\frac{45}{20}$

(۲) $\frac{91}{20}$

(۳) $\frac{79}{25}$

(۴) $\frac{71}{25}$

۸ - محاصل مجموع $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{1387 \times 1389}$ کدام است؟ (۱۰۵۰۱)

(۱) $\frac{1389}{1387}$

(۲) $\frac{694}{1387}$

(۳) $\frac{1388}{1389}$

(۴) $\frac{695}{1389}$

۹ - محاصل $(1 - \frac{1}{9})(1 - \frac{1}{11})(1 - \frac{1}{13}) \dots (1 - \frac{1}{101})(1 - \frac{1}{103})$ کدام است؟ (۹۵۰۵۰۵)

(۱) ۲۰۰۰۰

(۲) -۲۰۰۰۰

(۳) ۱

(۴) صفر

S = $\frac{1}{V} - \frac{1}{V^2} + \frac{1}{V^3} - \frac{1}{V^4} + \frac{1}{V^5} - \frac{1}{V^6} + \dots$

۱۰ - محاصل عبارت عامل کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $\frac{1}{29}$

(۳) $\frac{1}{23}$

(۴) $\frac{1}{7}$

۱۱ - کدام عبارت درست است؟ (نیز خود را)

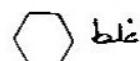
(۱) $-\frac{3}{2} \in Q'$

(۲) $Q \subseteq N$

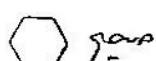
(۳) $R - Q' = Q$

(۴) $Z \subseteq Q'$

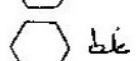
درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید. (رواایت های مرتبط با اثبات نایابی سلسله ای زیرتیه باشد.)



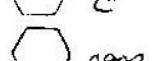
خط



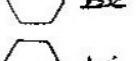
صحیح



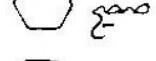
خط



صحیح



خط



صحیح



خط



صحیح

۱) عدد $\sqrt[3]{17} + 3$ - بن در عدد صحیح ۳ و ۲ خواهد دارد.

۲) عددی وجود دارد که بتوان آن را باشد.

۳) عدد $0.154054554\dots$ کسر است.

۴) عدد $\frac{5}{16}$ ، خالص اعشاری صورم دارد.

۵) اگر $a > 0$ و $b < 0$ ، محاصل $a+b$ هواهه مثبت است.

«نمونه سوالات کنایی مصل ۲»

$$\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} =$$

۱- محاصل عبارت مقابله را به رسم آورید. (نمایی خرداد ۹۸ صبح)

ب) طرف دوم تساوی های زیر را حل نماید.

$$1) N \cup Z =$$

$$2) R \cap Q$$

۲- الف) میان $\frac{2}{5}$ و $\frac{3}{4}$ عدد کمتر نمایید. (خرداد ۹۸ صبح)

ب) محاصل عبارت زیر را به رسم آورید.

$$\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} =$$

۳- الف) میان دو عدد ۲ و $\sqrt{7}$ عدد کمتر نمایید. (خرداد ۹۸ صبح)

ب) اگر $a = -1$ ، $b = 5$ و $c = -2$ باشد، محاصل عبارت زیر را نمایید.

$$|a+bc| + |bc| =$$

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$$



۴- مجموعه زیر را روی محور Ox رسم کنید. (خرداد ۹۸ بعدازظهر)

ب) محاصل عبارت مقابله را به رسم آورید.

$$\sqrt{(1-\sqrt{10})^2} =$$

۵- الف) طرف دیگر تساوی زیر را بدل تا مطلقاً نمایید. (سنجاق ۹۸ صبح)

ب) عدد کمتر میان $\sqrt{5}$ و $\sqrt{15}$ را نمایید.

$$|2-\sqrt{10}|$$

۶- الف) میان ۱ و $\sqrt{3}$ عدد کمتر نمایید؟ (خرداد ۱۴۰۰ بعدازظهر)

ب) مجموعه $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 3\}$ را روی محور Ox رسم کنید.



ج) عدد $\sqrt{7} + \sqrt{2}$ میان کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟

۱۰۰ داده اسٹو

«استدلال و اثبات در هندسه»

فصل ۳

استدلال: استدلال ریافت برخی دلیل، برهان، دلائل و مقول می‌باشد.

استدلال:

استدلال بعین دلیل آوردن دستگاره از داشتهای مبنی، برای معلوم کردن موضوعی که در آندا
محبوب بوده است.

راه‌های تغایری برای استدلال کردن هست که اعتبر و مقال اعتماد ندارند ممکن نباشد.

مثال: نظریه کوئی: من هرگاه ماشینم را به کار باشند می‌باید و آن را کنیف می‌کند. پس
اگر ذهن جون من ماشینم را شسته ام حتماً باید می‌باشد.

ما بحث به شال باش، توضیحی شویم که نتیجه کری از هر اعتبر ندارد و مقال اعتماد نمی‌شود.

أنواع استدلال:

■ استدلال شهودی:

امثله استدلال مبنی بر کسر شهودی است و به نوعی درک بدوزن استدلال است. این استدلال به دلیله
حوالی پنج کاره اخمام می‌شود.

مثال: طراحی به فعالیت صفحه ۳۴ تاب درسی

■ استدلال تجسسی:

در این استدلال برای تأیید چیزی که اصل، موضوع یا یک خبر از شال استگاره می‌شود مانند عبارتی اشارت
کنیم که مبنی استگاره از شال و مشهور نزدی موضع صدور گردید.

مثال: بررسی آنون ۲ کارکمل اس صفحه ۳۴ تاب درسی.

استدلال استقرایی:

در این استدلال با استفاده از این مفهوم مشاهده، تجربه کری کلی گیریم. این استدلال عامل اعماق نیز با این نتیجه نهایی نهادن نسبی محض را دارد. فقط بالاتر اطلاعات به مالکی کند تا حدودی حدس‌های درستی بینم.

مثال: هر یکی از این نوع پارچه استفاده کنند، جمع خنایقی من درست طرحندند. بنابراین جمع من نیز تواند با این پارچه کار کند.

استدلال استنتاجی:

مذکور شده تجربه کری با استفاده از حکایتی است که درست آنها را از قبل پذیرفته ایم. همین عکس‌های دوام اعماق را استدلال است.

قدرت: به نتیجه می‌کند از استدلال استنتاجی برداشت می‌کند، قضیه می‌کویند.

مثال: جمع زوایای داخلی مثلث $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ درجه می‌باشد.

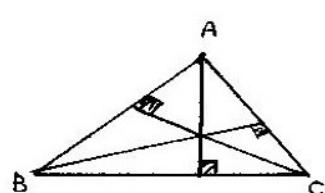
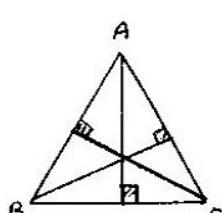
با استدالای برخی مورد نظر را بررسی نمی‌بیند، اثبات می‌کویند.

اثبات:

با شایستگی دهد و تجربه کری باشد حدس کلی نادرست است. مثلث تقصی لفته می‌شود.

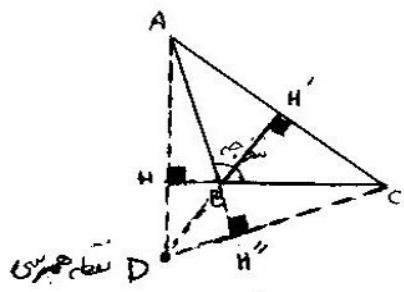
مثال تقضی:

مثال: نیلوفری بود: عمل برخور آرتعه‌ای هر مُلت هسته درون مُلت است و برای اثبات درست صحتی مُشكّل‌های نیز را کشید.



پاره‌ای: تعریف آرتعه:

نکار رایی زد ادعای سلوفر معلم نزد رسم کرد و نزد دادکه راسن معلم نقطه هر سی سه ارتفاع
(معلم رخورد ۳۰° ارتفاع) نقطه ای در بین معلم می باشد.



به طور کلی می توان گفت درسی می تسبیح کری بودنده ای استدلال استئماعی
اینست می شود اما اگر غیر اینم نادرستی آن را نزد دهم کانی است
از نکار شال نقض استفاده کنیم.

آن:

۱ - نقطه هر سی سه ارتفاع در معلم های (جاده، سفرچه، حامی ازدیمه) را مرسی کرده و بنا نهاده
می تسبیح ای می گیرد؟

۲ - نقطه هر سی سه ارتفاع های معلم های مختلف را مرسی کرده و تسبیح را بنا نهاده؟

۳ - محل رخورد سه ارتفاع معلم های تفاقت را روی معلم نشاند و تسبیح را بنا نهاده؟



۴ - محل تلامیز نهیاز ملک های مختلف را روی کل نظر دهد و نتیجه کری نماید؟

◀ مراجعه به است و محل تمرین صفحه ۳۵ و ۳۶

نیت:

۱ - کدام حمله درباره استدلال استفادی درست نیست؟

- الف) می خواهیم از این حدس زدن استفاده می شود.
- ب) نتیجه های آن حمله درست است.
- ج) از مجموعه های از اشارات می خواهیم درست بحکم کلی استفاده می کرد.
- د) نتیجه های از استدلال لزوماً درست نیست.

۲ - کدام حکم زیر که تضنه کنی است؟

- الف) هر تواری الاضد عکس تواری است.
- ج) هر ملک قائم از اراده، متوجه ای ای ای ای است.
- ب) هر تواری ای ای ای ای است.
- د) هر ملک متوجه ای ای ای ای است.

۳ - نقطه تلامیز ارتفاع های ششی به اضلاع ۸، ۱۵ و ۱۷ سانتی متر کجا مواردی گردید؟

- ۱) درون ملک
- ۲) بیرون ملک
- ۳) روی محیط ملک
- ۴) خارج ملک

۴ - کدام ملک نزدیکی حکم کلی (نقطه هریکی عمودی صاف های اضلاع ملک با در داخل آن است یا در خارج آن) مکشاف نقض می نماید؟

- الف) ملک متوجه ای ای ای
- ج) ملک قائم از اراده
- ب) ملک متوجه ای ای ای
- د) ملک نفوج

۵ - در ملک $\hat{A} = 92^\circ$ ، $A\hat{B}C = 68^\circ$ کدام از تواری های نزدیکی درست است؟

- الف) نقطه تلامیز سه میانه، خارج ملک است.
- ب) نقطه تلامیز سه ارتفاع، خارج ملک است.
- ج) نقطه تلامیز سه نهیاز، خارج ملک است.
- د) نقطه تلامیز سه ارتفاع، روی ضلع BC قرار دارد.

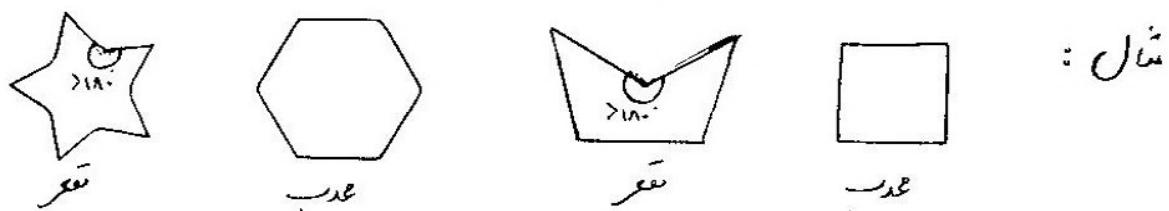


آخری تسلیل (هنده هر سند):

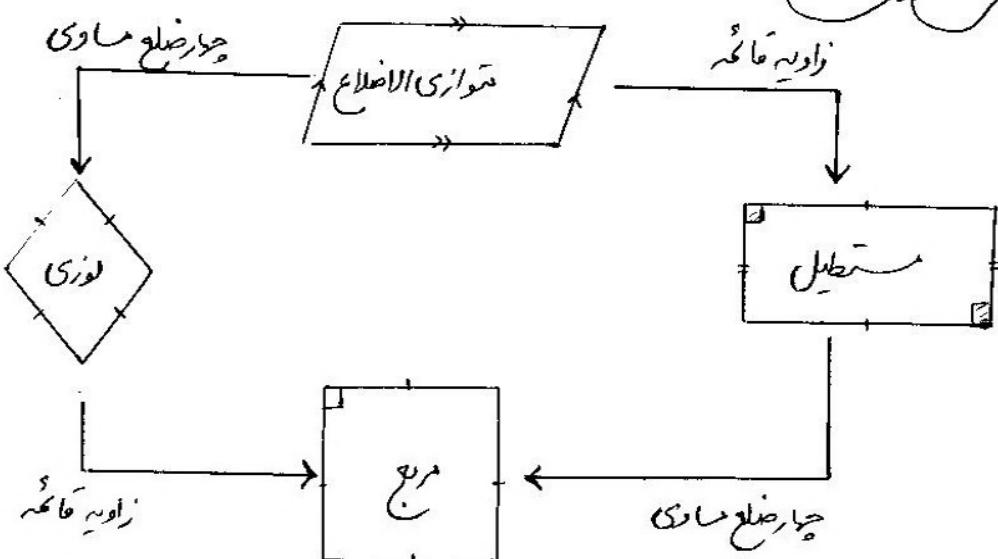
- فرض: به اطلاعات داده شده در صورت سند خون با دارهای سند می‌گویند. در دفعه اسخ اطلاعات حقیقی و اصوی هستند که درست آنها از قبل برای ما مطلع شده‌اند.
- حکم: به خواسته سند (هنده که باید به کسر زبریم) حکم سند می‌گویند.
- نتیجه/پاسخ: برای تلاش که موضع یا ادعای مورد نظر را به درستی نشاند بدینه اثبات می‌گویند.

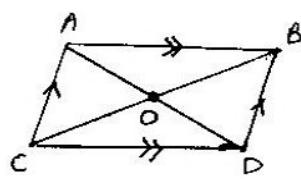
بایارهایی رجی از طالب طاره‌ای هندسه از سال ۸۱ کذشته:

- خوب صاف معکوس (کاد): به خوب صاف و مطالع کد زاویه زبرتر از 180° راسته باشد، خوب صاف عمومی نویند.
- خوب صاف معدّب (کور): به خوب صاف که هم زاویه‌ای زبرتر از 180° ندارد، معدّب (کور) می‌گویند.



صورتیات چهار صافی ها:





موازی الاضلاع:

چهارضلعی اصلیع آن را به دو باهم موازی و متساوی اند.

$$AB \underset{=} {\parallel} CD, AC \underset{=} {\parallel} BD$$

زاویه های در در متساوی هستند.

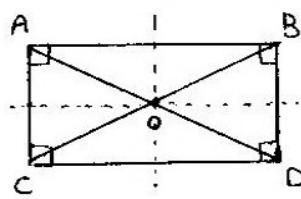
$$\hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{C}$$

زاویه های زارم (قادر) ململ هستند.

قطبهای همگرای اضفی کنند اما هشت متساوی نیستند.

عمل برخورد قطرها مرکز تقارن می باشد (O)

محور تقارن ندارد.



تطیل:

ستطیل توازی الاضلاع است که زاویه های آن مائمه است.

$$\hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{C} \Rightarrow 90^\circ - 90^\circ = 90^\circ \text{ هستند.}$$

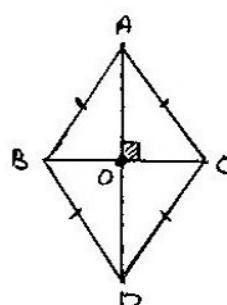
همهی دو زویی های توازی الاضلاع را دارند، لیکن زاویه های در در متساوی هستند.

$$AB \underset{=} {\parallel} CD, AC \underset{=} {\parallel} BD, AO = OD, BO = OC$$

در ستطیل قطرها متساوی اند ($AD = BC$)

عمل برخورد قطرها، مرکز تقارن آن است. (O)

در هر ستطیل، ۲ محور تقارن وجود دارد.



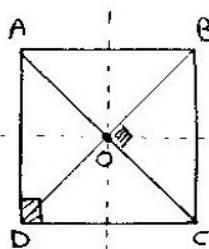
موازی الاضلاع: صفحه های آن هم متساوی هستند.

دورزی: در دورزی، قطرها برهم عمودند.

همهی دو زویی های دورزی توازی الاضلاع را دارند.

$$\hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{C}, AO = OD, BO = OC$$

در دورزی هسته قطرها باهم متساوی نیستند. اما قطرها، محور تقارن دورزی هستند و عمل برخورد قطرها مرکز تقارن می باشد. (O)



نمایی از اضلاع که تمام اضلاع باهم برابر است را می‌نامیم باشد.

مربع مستطیل است که تمام اضلاع آن باهم برابر است یا مربع مکعبی

است که زاویه‌ها مانند دارد.

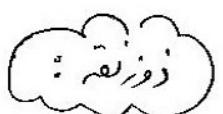
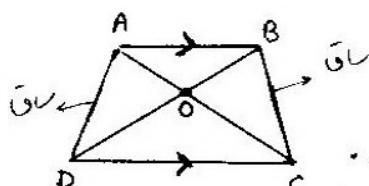


مربع تمام وتری های نمایی از اضلاع را دارد.

$$(AC = BD, AC \perp BD)$$

در مربع قطرها باهم ماند و درهم ممودند.

مربع \angle ممدوه نهایی دارد که دویای آن قطرها مانند هستند، محل وجود قطرها هم ممدوه نهایی است.



چهار ضلعی که فقط دو ضلع آن باهم نمایی است و دو ضلع دیگر را ساقی می‌نویسند.

در ذوزنقه قطرها همکنار ضفت نی لندز زاویه‌های روی و ماندی نیستند.

$$(\hat{A} + \hat{B} = \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ)$$

زاویه‌های پاسین و بالای ساق‌ها مانندند.

اگر ساق‌های ذوزنقه ماندی باشند (ذوزنقه ماند) زاویه‌های پاسین ساق‌ها باهم

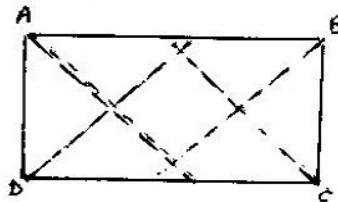
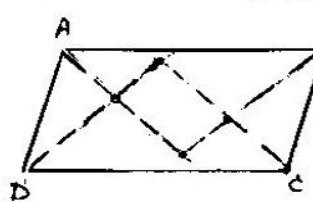
وزاویه‌های بالای ساق‌ها نیز باهم برابرند.

$$AD = BC \Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{D} = \hat{C} \end{cases}$$

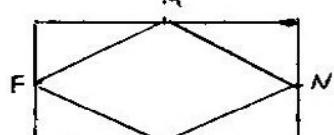


از خود می‌دانیم که رابطه هر نمایی از اضلاع، مستطیل و از خود رفته‌ها را می‌دانیم.

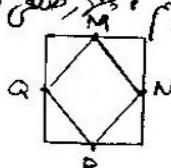
مربع ایجاد می‌شود که قطرهای آن نمایی طول و عرض مستطیل است.



اگر وسطهای اضلاع مستطیل باهم وصل شوند، چهار ضلعی که ایجاد می‌شود ذوزنقه است.



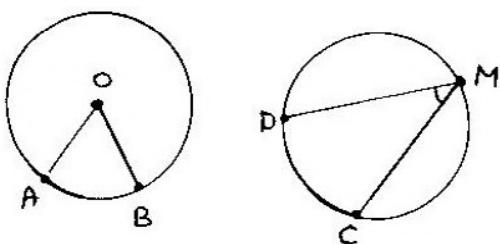
اگر وسطهای اضلاع تبدیل مربع را به مصل کنیم، چهار ضلعی که ایجاد می‌شود مربع است.





زاویه مرزی: اگر دریف داری، رأس زاویه روی مرز رامه باشد و دو شعاع داری، ضلعهای آن زاویه باشد به آن زاویه مرزی می‌گوییم. و اندازه‌ی آن برابر با اندازه روی می‌باشد.

زاویه محاطی:
اگر رأس زاویه روی محیط داری، باشد و ضلعهای زاویه، وترهای داری، باشند به آن زاویه محاطی می‌گوییم و اندازه‌ی آن نصف کوثر دروی می‌باشد.



$$\begin{aligned} \hat{\angle} \text{ مرزی} &= \widehat{AB} \\ \hat{\angle} \text{ محاطی} &= \frac{\widehat{DC}}{2} \end{aligned}$$

تمام:

۱- خصوصیات زاویه های زیر نویسید؟

الف) از زوایه های مرکزی قطرها مادرینه؟

ب) از زوایه های مرکزی زاویه های روی مرکزند؟

ج) اگر در دو نقطه روی زوایه باهم مباربر باشند: زاویه هم از دو نقطه باهم مبارزند.

(د) اگر در دو نقطه روی زوایه نابرابر باشند، ضلع روی روی زاویه بزرگتر، بزرگتر از ضلع روی روی زاویه کوچکتر است.

۵) از زوایه های مرکزی اندازه هر زاویه خارجی مجموع زوایه های داخلی غیر عادل آن مبارز است؟



۶) قطرهای هر تواری الاصلاع، همه کلرها نصف می‌گنند.

۷) در هر تواری الاصلاع، ضلعهای ممکن همواره باهم برابرند.

۸) در هر درسته مثلث کنید آیا نتیجه کری اتفاق شده، از فرضهای مبنای صحیح است یا خیر؟ (دلیل یا دلیر)

$ABCD \Leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{هر مستطیل نسبت تواری الاصلاع است.} \\ \text{چهارضلعی } ABCD \text{ تواری الاصلاع است.} \end{array} \right.$

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{در هر مثلث، مجموع زوایای داخلی } 180^\circ \text{ است.} \\ \text{چهارضلعی } ABC \text{ نسبت است.} \end{array} \right.$

۹) مربع، نوعی ذوزی است.
 $ABCD \Leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{چهارضلعی } ABCD \text{ مربع است.} \\ \text{چهارضلعی } ABCD \text{ ذوزی است.} \end{array} \right.$

$ABCD \Leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{هر مستطیل نسبت تواری الاصلاع است.} \\ \text{چهارضلعی } ABCD \text{ تواری الاصلاع است.} \end{array} \right.$

۱۰) در هر مربع، ضلعهای باهم برابرند.
 $ABCD \Leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{مربع است.} \\ \text{چهارضلعی } ABCD \text{ ضلعهای باهم برابرند.} \end{array} \right.$

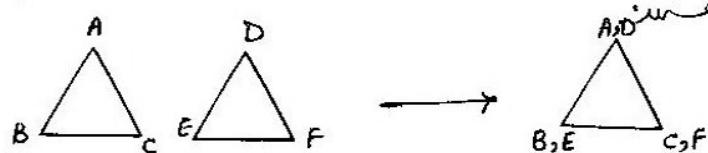


لعم رازی:

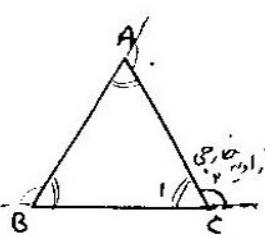
مراجعه برآن - درس مطالعه ص ۳۹

مسئلہ ہی ہم ہشت:

عن طریقی دو مثلث کامل مادی باشند سچھری اگر آنہا را از روی کاغذ پرش نہیں وروی حتماً دھیم، لیکہ کہرا کامل بہتراند، ہم ہشت ہست:



ملٹ و اخڑائی آن:



- ملٹ سے جو صفحی کو کہ سے صفح و سزا دی دارد (اخڑائی اصلی).

$$AB, AC, BC : \hat{A}, \hat{B}, \hat{C} \text{ : صفح }$$

- مجموع زوایی داخلی ملٹ $(\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ$

- در ہر ملٹ، اندازہی هزا دی خارجی برابر با مجموع دو زوایی داخلی غیر مجاور آن می باشد.

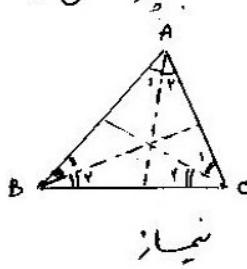
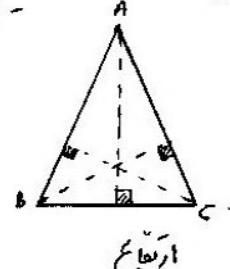
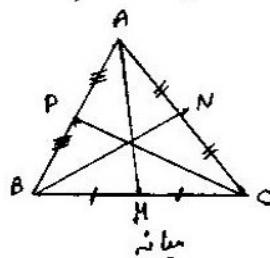
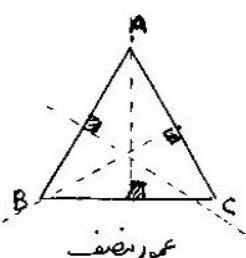
در ملٹ جو بارہ خط ہم رایم:

- بی پارہ خطی کے از رأس صفح محدود کرد و مکسر ایت از رأس در و عبور ہند (کاہی ہم ملبوہ نہیں کہنے)، محدود مصفی می کوئی نہیں.

- بی پارہ خطی کے از رأس بی ورط صفح در در وصل ہے کشید و آن را بروی و میت مادی تھیم می کہنے میانہ می کوئی نہیں.

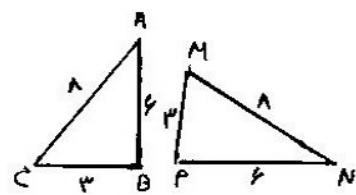
- بی پارہ خطی کے از رأس بی صفح دوہر دمودی کشید (لئے اسے منیر از رأس تا صفح در وجوہ)، ارفاع می کوئی نہیں.

- بی پارہ خطی کے زاویہ بروی و میت مادی تھیم می کہنے، بی زی می کوئی نہیں.



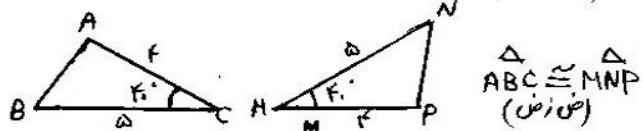


هم‌خشتی مثلث کی:



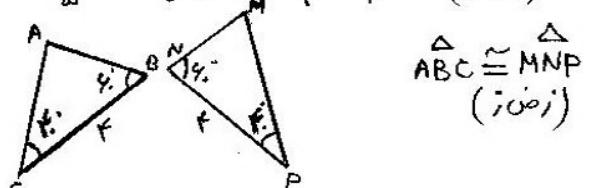
$$\triangle ABC \underset{\text{(ضضض)}}{\sim} \triangle MNP$$

حالت سه ضلع مابرابر (ضضض)



$$\triangle ABC \underset{\text{(ضاض)}}{\sim} \triangle MNP$$

حالت دو ضلع و زاویه (ضض)

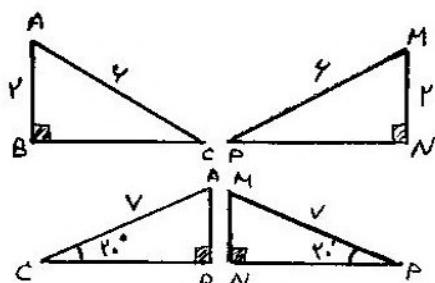


$$\triangle ABC \underset{\text{(زضض)}}{\sim} \triangle MNP$$

حالت دو زاویه و ضلع مینماین (زضز)

هم‌خشتی مثلث های مانع از رابطه:

در این مثلث ها علاوه بر ۳ حالات ((ضضض)، ((ضض)) و ((زضز)) دو حالت نزیرهم داریم:



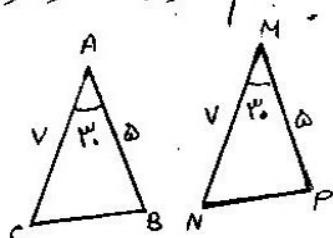
$$\triangle ABC \underset{\text{(وض)}}{\sim} \triangle MNP$$

$$\triangle ABC \underset{\text{(وز)}}{\sim} \triangle MNP$$

حالت دو ترکیب زاویه مانعه (وض)

آخرای سطاختر:

هر طریق که شرط هم‌خشتی ۲ خواصی دارد (سه ضلع و ۳ زاویه) که در این مثلث ها فقط از سه خواص انتقاده می‌گردند. ۳ خواص دیگر که در این مثلث نباید به عنم اخراجی سطاختر معروف است



مثال: این در حالت (ضض)

$$AC = MN, \hat{A} = \hat{M}, AB = MP$$

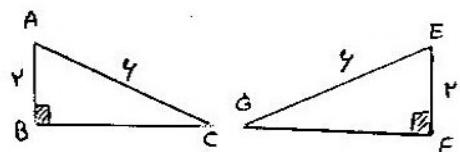
آخرای سطاختر:

$$BC = NP, \hat{C} = \hat{N}, \hat{B} = \hat{P}$$

اولت (و ترکیب ضلع)

$$AB = EF, AC = EG, \hat{B} = \hat{F} = 90^\circ$$

آخرای سطاختر:



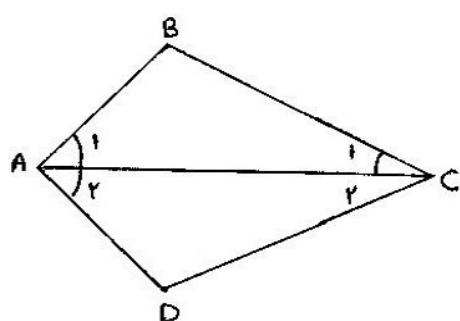
مراحل اثبات هم‌نهشتی مثلثات:

- ۱- در صورت اثبات برای مسئله، نکل رسم کنیم.
- ۲- تابعه بصریت را ایال، نکلی که رسم کردیم و آن خود را متنی خود، خصل و حمل مسئله از بحث می نویسیم.
- ۳- در نشان نوش (اطلاعات مسئله)، ابتدا تمام مطلعهای مساوی و مسئله رسن زاده های مساوی را می نویسیم.
- ۴- مراحل های هم‌نهشتی را شرح می کنیم.
- ۵- رس از اثبات هم‌نهشتی ثلثت که استادی اخواه ساخته را بایکمی نشیم و در آخر حمل مسئله را تبیه می دریم.

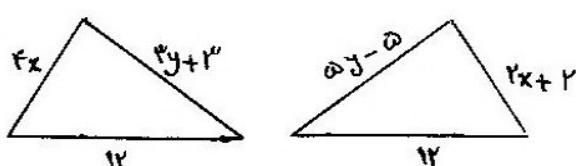
تمدن:

۱- ثابت کنید در هر مستطیل مطرها باهم برابرند؟

۲- نشان رسمی در هر مثلث اندیشه هزاره هزاره با مجموع دو زاویه داخلی غیرجاود آن برابر است؟



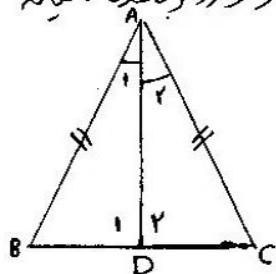
۳- در نکل تابیل پاره خط AC از زاویه A ایست و اضلاع $\triangle ABC$ و $\triangle ADC$ هم‌نهشتند؟



۴- در نکل دو درجه هم‌نهشت هستند، مقدار x و y کدام است؟



۵- در میثاقی این متن $\triangle ABC$ ، AD نمای زوار بر قاعده آنست اماست، گاهست کنند نمای زدار بر قاعده، همانه نمی‌باشد؟



۶- گاهست کنند هر نقطه روی محور مضلع که پاره خط از دو سر پاره خط بهم فاصله است؟

۷- گاهست کنند مجموع زاویه‌های داخلی مثلث $= 180^\circ$ است. (بررسی کار در کلاس صفحه ۴۳ تا ۴۵)

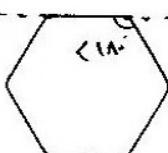
۸- نظریه زوایای تقابلی براهم مبارزد؟

۹- گاهست کنند هر چهارطحی روی نمای زاویه مراد ندارد، از دو صلع آن) زاویه بهم فاصله است.

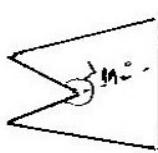
نحوه تئیین حینه صلعی مذکور و معنی:

- **تئیین از روی زوایا**: (شکل مذکور هیچ زاویه ای ندارد و سطح متقارن دارای یک زاویه نباید از ۱۸۰ درجه)
- در حینه صلعی مذکور، خط و اصل بین هر دو نقطه (نواه را مثل بازی حینه صلعی کامل را مثل بازی حینه صلعی تراویح کرد) لزوماً به طور کامل داخل حینه صلعی تراویح نمی کرد.
- در حینه صلعی مذکور، اگر دو طرف هر ضلع را انتداد دهیم، هیچ دو ضلع دلخواه را قطع نمی کند اما در حینه صلعی متقارن از اضلاع را راهنمایی نمایم سطح را قطع نمی کند.

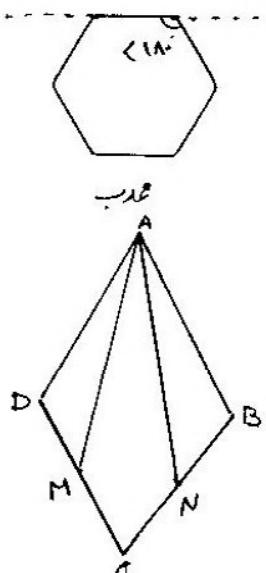
شال: کدام سطح مذکور و کدام متقارن هست؟



حذف



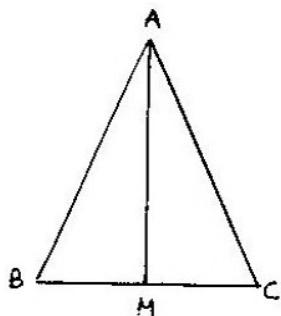
معنی



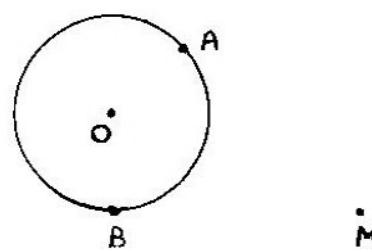
تمرين ۱ - در سطح متعال $ABCD$ لزوم است دو نقطه های M و N در خط های اضلاع CD و CB هستند تا در هر دو زوایا $\hat{ADM} \cong \hat{ABN}$ باشد؟

تمرين ۲ - نسبت زوایا در هر تواری اضلاع، اضلاع در درجه هارمه باهم متساویند؟

۴. ثابت کنید در هر توانی الاضلاع، عطراها متساوی اند؟



۴ - در مدل متساوی الاضلاع ABC ، میانه AM را کسره ایم.
 (الف) ثابت کنید $\hat{AMB} \cong \hat{AMC}$?
 (ب) جوا AM نسبت زاویه A است?
 (ج) جوا BC بر AM عمود است؟



۵ - از نقطه M خارج از دایره، دو میان MA و MB را در این دایره
 رسم کنید. آیا اندازه این دو میان باهم برابر است؟ ثابت کنید

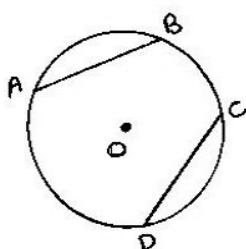
(مطالعه حل مسئله در هندسه)

▪ خواهش (حقیقت صورت مسئله و انتقادات ناهم اولیه آنست).

▪ اگر سه نقطه نادر را که آنها میانی رسم کنید.

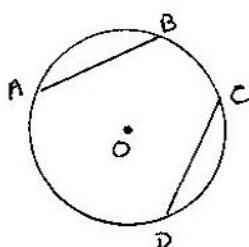
▪ خواهش (حکم را شرخن کرده و در حدودی بتوانید).

▪ راسی رسیدن از فرض به حکم راه میانی پیدا کنید. مانند هم‌خطی در مدل.



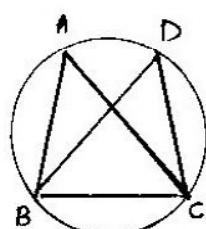
تمرين:

- ۱- در شکل شامل دو رهاي \widehat{AB} و \widehat{CD} باهم مساوي هستند.
نماز رهيد \widehat{AB} و \widehat{CD} مساوي هستند.



- ۲- در شکل شامل کجا های \widehat{AB} و \widehat{CD} مساوی اند. نماینده
و رهاي \widehat{CD} و \widehat{AB} باهم بازند.

نتیجه دری:



- ۳- در شکل شامل $AB = DC$ است.

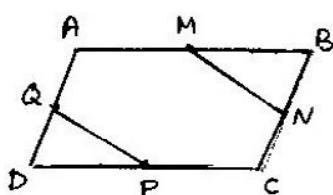
اف) $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ جا

ب) مطالعه کنید که این عبارت های نسبت برابر هستند.

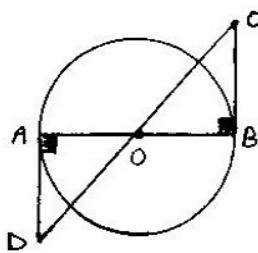
$$\left\{ \begin{array}{l} \widehat{AB} = \widehat{CD} \\ \widehat{BC} = \widehat{BC} \end{array} \right.$$

$$\frac{\widehat{AB} + \widehat{BC}}{\widehat{AB} + \widehat{BC}} = \frac{\widehat{CD} + \widehat{BC}}{\widehat{CD} + \widehat{BC}} \Rightarrow \dots = \dots$$

? $AC = BC$ جا (C)



- ۴- در شکل شامل ABCD متوازي الاضلاع است و رططي $MN = PQ$ است کنید

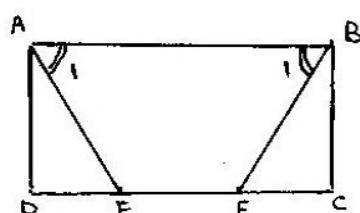


۵- در مثلث متساوی اضلاع O مرکز زایده است و BC و AD بر زایده متساویاند،
نحوی دو زایده BC و AD برابرند.

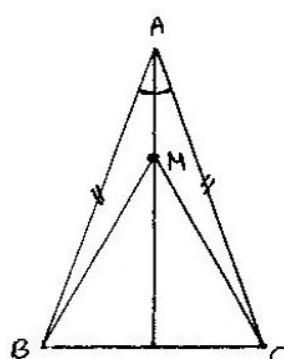
نحوی: شاعع داریه در نقطه تاکس برخط متساوی محور است.



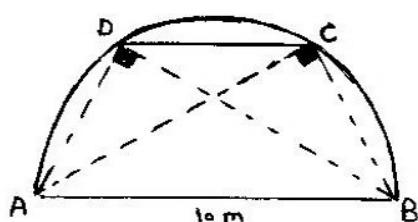
۶- در مثلث متساوی اضلاع ABC متساوی اضلاع NM و MN است و
نحوی متساوی طولی BC طوی آثار دارند که $BM=NC$
نحوی دو زایده AMN و MNC هم متساویاند.



۷- در مستطیل $ABCD$ ، AF و BE خطوطی های OF و OE متساویاند
نحوی رسم شده که دو زایده AF و BE برابرند. نسبت نسبت
 AF و BE متساویاند.



۸- نسبت دو زایده در هر مثلث متساوی اضلاع، فاصله هر نقطه دخواه
نحوی نسبت زایده رأس از دو سر قاعده، هماهنگ است:
 $MB = MC$



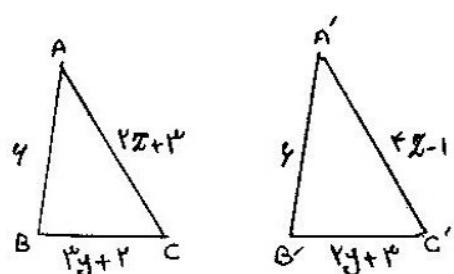
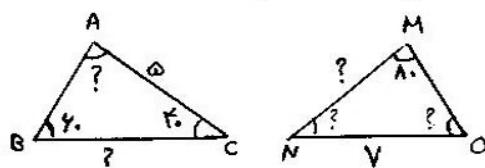
۹ - در شکل متساوی $BC = 9$ و $AB = 10$ هستند.

الف) نسبت زوایهای C و D در شکل مذکور چگونه است؟

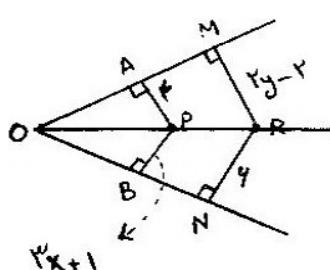
ب) طولهای AC و BD از قصبهای میناگورس محاسبه کنید و نسبت آنها را بدستور

ج) آنکه همچنان ممکن است $AC = BD$ باشد را بررسی کنید.

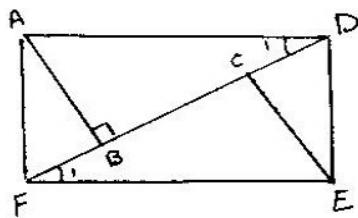
۱۰ - دو مثلث زیر باید هم نسبت داشته باشند. اندازهای محول را در آنها تحسین کنید.



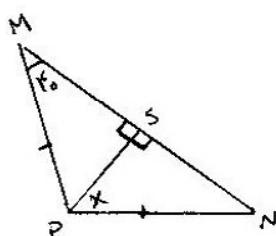
۱۱ - دو مثلث متساوی هم نسبت اند. ثابت کن $y = 2x$ جودی است.



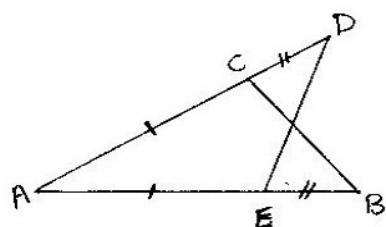
۱۲ - در شکل متساوی OZ ایست. معادله $2x+y = 2x+y+1$ را برای اثبات آوردید.



۱۴- در مثلث متساوی الساقین $ADEF$ مسکل است، BD برابر با کدام
خط است؟ ۹ جواز



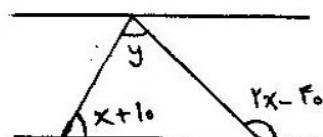
- (الف) 10° (ب) 80° (ج) 50° (د) 40°



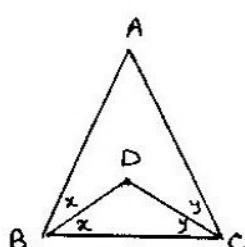
۱۵- دلیل هم‌هشته رویت $\triangle ABC$ و $\triangle ADE$ چیست؟

- (الف) (ضضض) (ب) (ضضض)
(ج) (رضض) (د) (وز)

۱۶- راونی مشخص شده در مثلث (y) چهار است با:



- (الف) 40° (ب) 80° (ج) $4x-40^\circ$ (د) $3x-40^\circ$

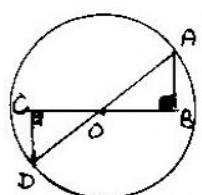


۱۷- در مثلث زیر انداره زاویه BDC چه زوایه است؟ ($\hat{A}=82^\circ$)

- ۱۸ (الف) ۱۲۰ (ب) ۷۹ (ج) ۷۹ (د) ۱۳۸

۱۸- دو زاویه A و B ممکن هستند زاویه A از سه بزرگتر زاویه B و 40° کمتر است. زاویه B چه زوایه است؟

- (الف) 50° (ب) 50° (ج) 50° (د) 50°



۱۹- اگر $\alpha=70^\circ$ باشد، γ را کدام نسبت را کمال نمایی کرft؟

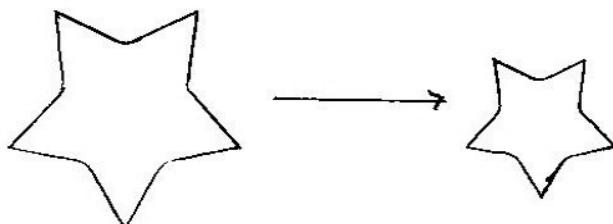
- (الف) $\gamma=\alpha$ (ب) $\gamma=\beta$ (ج) $\gamma=\alpha+\beta$



نکل های متّابه:

در هندسه بودن کل متّابه دوستم، هر کاه کام قسم های بُنکل بُنکل نسبت تغییر اندازه را هند بُنکل در همه جوی های بُنکل نسبت کوچک یا بزرگ شود.

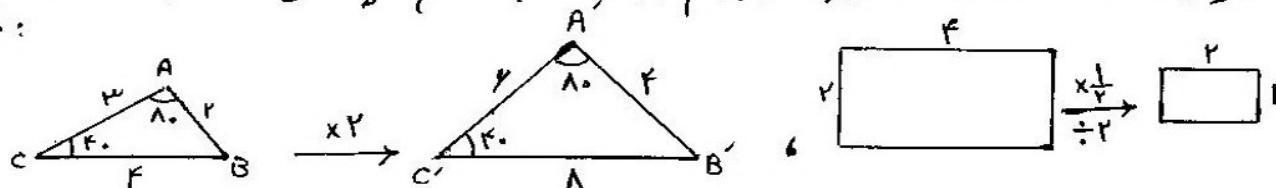
مثال



جزء صفحه های متّابه:

هر کاه در دو حین صفحه اصلیع بُنکل نسبت تغییر برده باشد (زبرتر یا بُونکل مر باید بُنکل تغییر باید باشد) و اندازه زاویه آنها تغییر نکرده باشد (زاویه های نظریه نظریه باهم باید باشند) آنرا دو حین صفحه ای متّابه هستند.

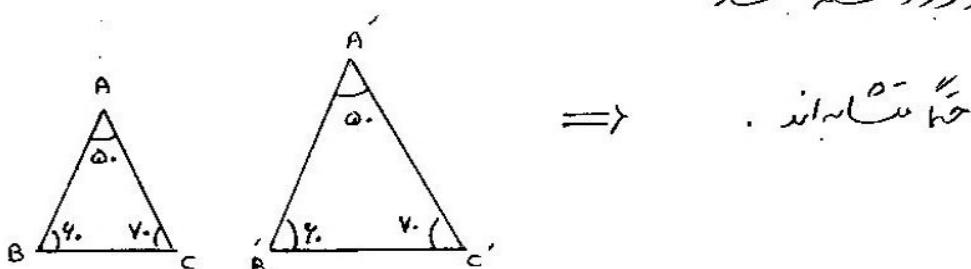
مثال:



مثلث های بُنکل های متّابه ای این زاویه های آنها باهم باید (نظریه نظریه) باهم باید باشند،
متّابه هستند. اما در دسارتکل کم (چهار صفحه کم، پنج صفحه کم و...) ممکن است زاویه های مساوی باشند اما شکل های متّابه نباشند. به عبارتی در دسارتکل های هادر و شرط نسبت به (نظریه نظریه زاویه کم و اعلیه صفحه کم) باید نسبت گرگ با کوچک شده باشد.
ماید و جو در داشته باشد.



مثال:



متّابه های متّابه دو حین صفحه کم
بُنکل نسبت تغییر نکرده اند.

تغییر بری: نهایان شرط نسبت به دو حین صفحه:
 -۱)
 -۲)

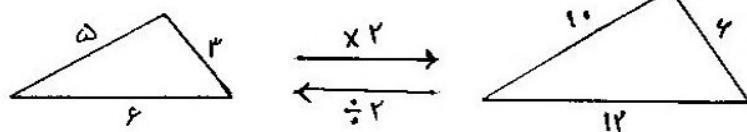


برنست دو صفحه متساوی در دو مثلث هست به نسبت تساوی همی کویند.

این دو مثلث هست به نسبت تساوی توافر به دو صورت زیر باز نگرد:

- ۱- نسبت مثلث برابر با ۲
- ۲- نسبت مثلث برابر با $\frac{1}{2}$

مثال



$$\frac{\text{مثلث برابر}}{\text{مثلث برابر}} = \frac{1}{2} = \text{نسبت تساوی}$$

$$2 = \frac{\text{مثلث برابر}}{\text{مثلث برابر}} = \text{نسبت تساوی}$$



■ شکل های تخت هر تراطی باهم تساوی هستند:

دو مربع دلخواه - دو دائرة - دو مثلث هست که ایلاضاع - دو چهارضلع منتظم دلخواه به شرط مبارابر بودن ۱۷ درآیند
دو مثلث قائم از زویه متساوی ایلاضاع.

■ در مثلث قائم از زویه اگر زویه حاده کیم مثلث با زویه حاده مغلق دیگر برابر باشد هر ۳ زویه برابر است
و مثلث هاست هستند.

■ دو مثلث متساوی ایلاضاع اگر دو زویه متساوی را متناسب (زاویه رأس) ، آنگاه هست هستند.

■ دو لوزی در صورتی که دارای کمین زویه متساوی باشند، هست هستند.

■ دو مثلث هم هست قطعاً هست هستند و نسبت تساوی همی باشد، و می دو مثلث هست هم هست نستند.

مساس:

درین رهگشید کرده جمیع مساحت را مساحت متساهم نمایند. مسحور از مساحات نسبت اندازه اضلاع را نامناسب با اضلاع واقعی روی زمین است.

$$\frac{\text{اندازه نقطه}}{\text{اندازه واقعی}} = \text{مساحت نقطه}$$

مثال: اگر مساحت نقطه‌ای $\frac{1}{1000000}$ باشد، هر انسان تر را نقطه معادل حینه کنید تا مساحت روی زمین است؟

$$\frac{\text{اندازه نقطه}}{\text{اندازه واقعی}} = \frac{1}{1000000} = \frac{1\text{ cm}}{x\text{ km}} \Rightarrow x = \frac{1 \times 1000000}{1} = 1000000\text{ cm}$$

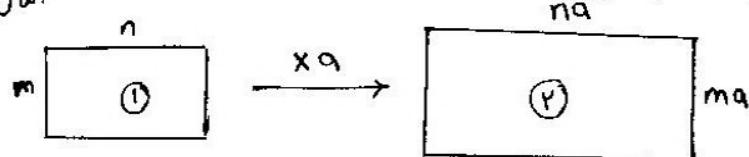
$$1\text{ km} = 1000\text{ m} = 100000\text{ cm} \Rightarrow \frac{1000000 \times 1}{100000} = 10\text{ km}$$

ترین و درین نقطه $\frac{1}{2000}$ اگر طول میل در واقعیت ۱۵۰۰۰ متر باشد، رورا نقطه محدود را کشود؟

(بررسی آنهاست)

نمایه و میله شکل‌ها:

نسبت میله‌های دو شکل است به نسبت تراکم اکتفا نمایند.



$$\textcircled{1} \text{ میله} = 2 \times (m+n)$$

$$\textcircled{2} \text{ میله} = 2(ma+na) = 2a(m+n)$$

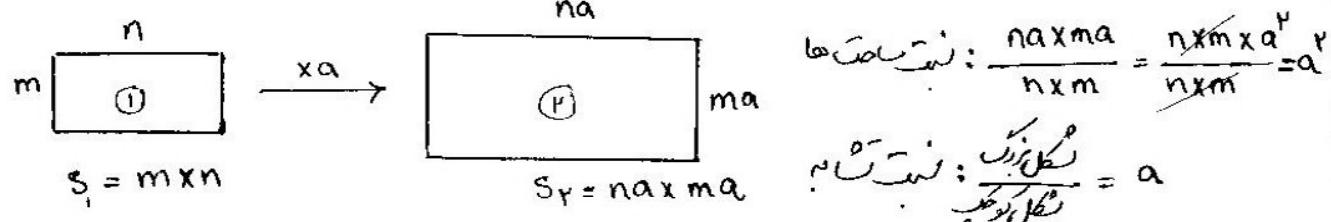
$$\frac{\textcircled{1} \text{ میله}}{\textcircled{2} \text{ میله}} = \frac{2a(m+n)}{2(m+n)} = a \quad \text{نسبت بزرگ شکل بزرگ} = \frac{\text{نکل بزرگ}}{\text{نکل کوچک}} = a$$

ترین: مثلث بر اضلاع ۵، ۴، ۳ باشی میله ۹۰ cm است به این ترتیب ترکیب صفحه مذکور دوم چهارم است؟



نسبت مساحت های دو مثلث است به با برای مربع نسبت نسبت های زیر هاست.

مثال:

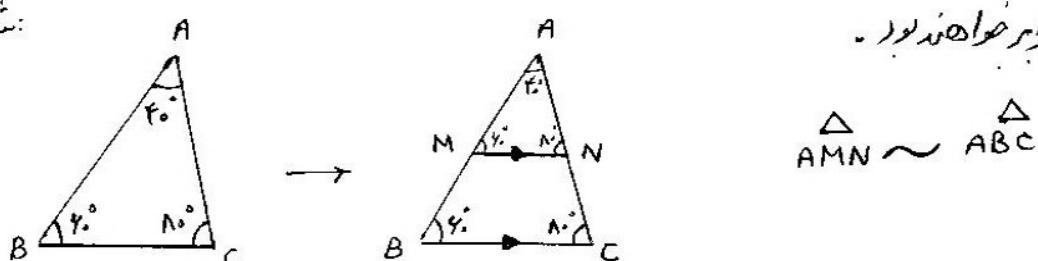


نحوی: نسبت دو مثلث صلبی $\frac{3}{5}$ است. اگر مساحت مثلث بزرگ 45 باشد مساحت مثلث کوچک را چند است؟

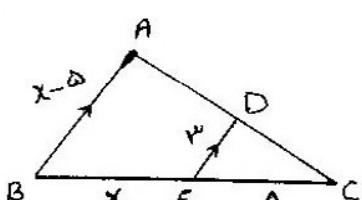
متوالی در صفحه های سطح در مثلث های متسابق:

اگر در دو مثلث خطی متوالی قاعده را کمین، مقدار کوچک ایجاد شده باشد نزدیک متسابق هستند.

مثلاً زوایه های آنها باز هم متوالی هستند.



متوالی در مثلث ABC متوالی DE می باشد. مقدار x کدام است؟



۱۴۱۸ (۱)

۱۴۱۸ (۲)

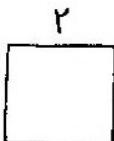
۱۱ (۱)

۱۱ (۲)

۱- شکل ABC می‌باشد (آنچه
ضلع‌های مُلت ها، از توکل بر بزرگ نوشته شده است) مقدار x را بدینه.

۲- در چنین مثلثی به رخواه طوری رسم کنید که نسبت آنها $\frac{1}{2}$ باشد.

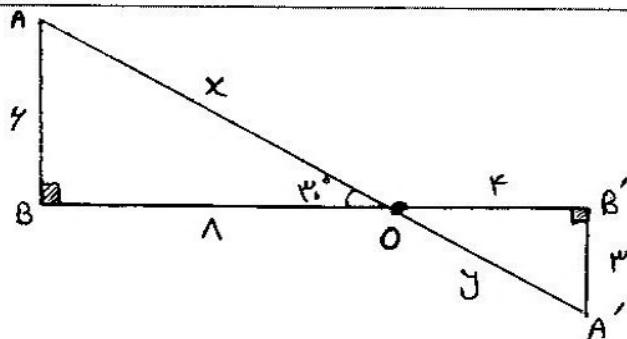
۳- با توجه به مربع زیر، مربع دیگری رسم کنید که نسبت آن به دو برابر $\frac{1}{2}$ باشد. این سوال خذلایخ
دارد؟ جواب



$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad ABC \text{ مُلت}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad A'B'C' \text{ مُلت}$$

طبل ضلع‌های دو مُلت اینگرید و آنها آنچه را رسی
کنند و در صورت مُلت آنها بودن، نسبت آنها را بدینه.



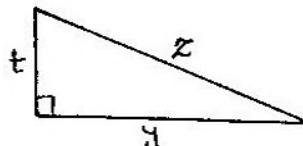
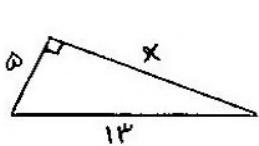
۵- در این مثلث زیر

الف) تقاریر α و β را باید (برخلاف قضیه نسبت نسبات) :

ب) اندازه زاویه های A و B چند درجه است؟

ج) آیا در مثلث ABO و ABC نسبت های متناظر باند؟

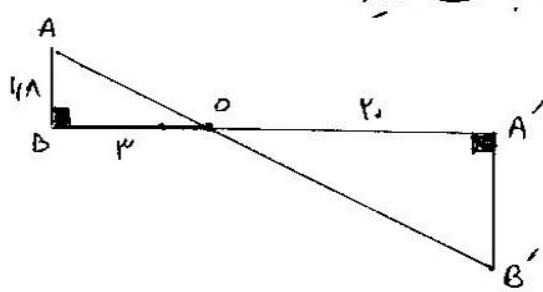
۶- در مثلث زیر می باشد و نسبت $\frac{AC}{BC}$ برابر $\frac{3}{2}$ است. تعداد t کدام زوایا را باید:



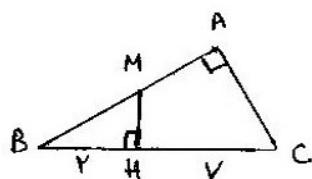
۷- توضیح دهید که در مثلث هم‌ضلعی با هم متناظر نسبت $\frac{AC}{BC}$ برابر $\frac{3}{2}$ عددی است؟

۸- نسبت ABC به صلوعهای α ، β و γ را متناظر با صلوعهای MNO تبریق نماییم $x = \alpha + \beta + \gamma$ باشد. مقدار x را پیدا کنید.

۹- چرا در مکث O ، $\triangle ABO \sim \triangle A'B'O$ انداده $B'A'$ را برایت آورید.



۱۰- در مثلث زیر نقطه M وسط ضلع AB و روی مکث MN باشد. انداده ضلع BM مقدار است؟



۱۱- در نصف ایم ناصله دور روتات ۴۰ سانتیترایت که تبعیس این نصف $\frac{1}{30000}$ باشد، ناصله را بقی این دور روتات چند تراز است؟

۱۲- اگر ناصله خزان زهران اندار ۱۶۰۰ متر باشد، در نصف ایم ناصله $\frac{1}{20000}$ ناصله خزان زهران اندار چند سانتیترایت می‌شود؟

۱۳- مسئلی که طول اضلاع آن ۳، ۴، ۵ است. یکدام مکث بطول اضلاع را به شده در کسر زیرهاست بیابان؟

(۱) $\frac{9}{4}$

(۲) ۸،۱۲،۶

(۳) ۴،۹،۱۲

(۴) ۹،۴،۶

۱۴- اگر لذت آن در مکث $\frac{3}{4}$ بارگذشت ساختهای کرام است؟

(۱) $\frac{9}{42}$

(۲) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{9}{17}$

(۴) $\frac{3}{4}$

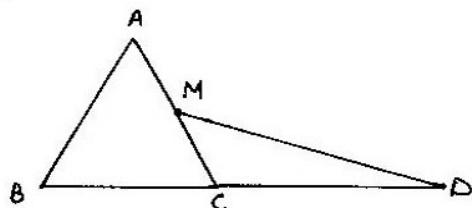
۱۵- طول اضلاع مُلُٹ ۱۲، ۱۸ و ۲۰ سانتی‌متر است. اگر اس مُلُٹ باعثیت بُری که محیط آن ۴۰ سانتی‌متر است، طول بزرگ‌ترین ضلع مُلُٹ (نمایم) است؟

- ۱۵) (۱) ۱۳ (۲) ۱۷ (۳) ۱۵ (۴) ۱۰

۱۶- اگر نسبت $\frac{AC}{AB}$ به روی مُلُٹ مُثاب است، آنگاه نسبت محیط‌های این دو مُلُٹ چهار است؟

- (۱) $\frac{K}{2}$ (۲) K (۳) K^2 (۴) K^3

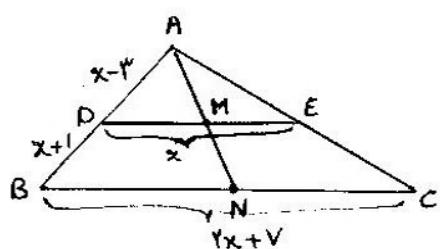
۱۷- در مثلث ABC ، مُلُٹ M دری اضلاع به ضلع BC است. نقطه M در طرف C و نقطه C در طرف BD است. ماحصلت مُلُٹ CMD چهار است؟ (غونه‌دلی ۹۴-۹۵)



- ۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- ۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

۱۸- در مثلث زیر $DE \parallel BC$ میانگین هستند و نقاط M ، N ، D بر ترتیب در سطح اضلاع DE و BC می‌باشند. از این DM می‌باشد؟ (غونه‌دلی ۹۲-۹۳)



- ۱) $\frac{x}{3}$ (۲) $\frac{4x}{3}$

- ۳) $\frac{7x}{3}$ (۴) x

۱۹- در نمودار $\frac{1}{\text{سانتی‌متر}} \times \text{ماحصله} \times \text{دینتی} = 3$ سانتی‌متر است. ماحصله این در نمودار در اندازه واقعی چقدر است؟

- ۱) ۶۰ متر (۲) ۴۰ متر (۳) ۶ متر (۴) ۰۶ متر

۲۰- علی AB در میانه CD و EF سانتی‌متر از بزرگ‌تر کرده است. (بعد از اینکه نسبت $\frac{AB}{BC}$ به بیم نمایم، اگر به عرض 12 سانتی‌متر اضافه شده باشد، سطح آن خوب سانتی‌متر اضافه شده است؟ (غونه‌دلی آذربایجان/ریاضی ۹۵)

- ۱) ۱۴ (۲) ۱۸ (۳) ۱۴ (۴) ۲۴

« تمرین‌های آخر مفصل ۳ »

۱- دو بطری آب، معدن از نیچال بروی می‌آوریم با استدال گذویم آب این دو بطری بهتر از اینه که خسته باشد؟

۲- خودش به حقوق گفت: « او روز حتماً باران می‌بارد ». حقوق را می‌گوید: « (طبقه) با این اطیاف حرف می‌زنی؟ ». خودش در این اورد که: « (جنون) هر وقت من مالکیت را به طور افسوس می‌برم همان روز باران می‌بارد ». آیا دلیلی که خودش آورده مقبر است؟ چرا؟

- ۳- می‌توان مدلول آب را شویندگی تووان مدلول آب و نک داریم.
- الف) آیا با حسن بیانی می‌توان آنها را از تکمیل گیرت چنین دارد؟
- ب) آیا با حسن بیانی می‌توان آنها را از تکمیل گیرت چنین دارد؟
- ج) آیا با حسن بیانی می‌توان آنها را از تکمیل گیرت چنین دارد؟
- د) آیا با حسن بیانی می‌توان آنها را از تکمیل گیرت چنین دارد؟

۴- با استدال بیان کنید چرا « بزم » دو صدر اول هدیه برای بیک می‌باشد؟

۵- برای مسئله نظرخواص و حکم راستخواص کنید. (با بسم فعل)

« روخط موثری باکی خط، باهم موثری آند ». .

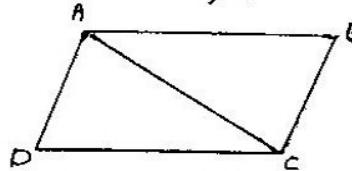
۶- برای مسئله معامل نظرخواص و حکم راستخواص را بیان نمایید.

الف) در تصویری الاصناع « اوبیهای دور را برای نمایند ». .

ب) « در مربع قطرها باهم برایند ». .



۷- برای مسئله «نسبت نهاد اگر هر قطر موازی الاصل اع را درست نمایم، به دنبال هم نهشت آنها بود») نظر و حکم را تحقیق نماید.



$$\left\{ \begin{array}{l} \dots = \dots \\ \dots = \dots \\ \dots = \dots \end{array} \right. \Rightarrow \text{حکم} \rightarrow \dots$$

ب) آنرا استدلال را برای انواع دیگر موازی الاصل (مستطیل، لوزی، مربع) هم کجاوان تعمیم داد؟ جوا?

ج) آنرا استدلال را برای دو زنجه نیز کجاوان تعمیم داد؟ جوا?

۸- من هم از من نهاد بیشتر است. من نهاد از من پیشتر است. همه رابطه‌ای بین من نهاد و پیشتر دارد؟

۹- برای مسئله نزدیکی و حکم را درست نماید، پس استدلال درست نداشته باشد (اندازه‌گیری نهاد و پیشتر حیثیت نمایید).

ا) «حاصل جمع هر دو عدد طبیعی نوج، عددی نوج است».

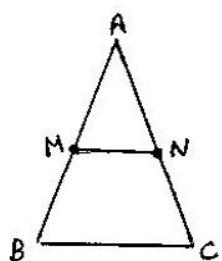
ب) «حاصل جمع هر دو عدد طبیعی نزد، عددی نزد است».

۱۰- آنرا استدلال نزدیک است؟ جوا?

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{در هر مستطیل دو مطر برابرند} \\ \text{در هر رباعی ABCD دو قطر برابرند} \end{array} \right. \Leftrightarrow \text{ABCD مستطیل است.}$$

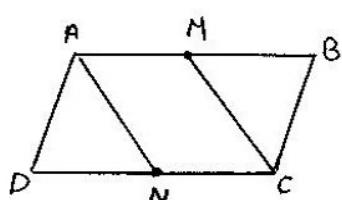
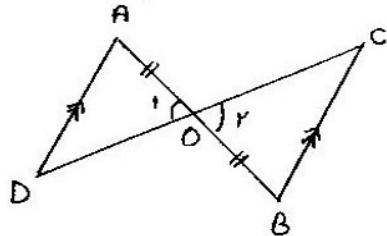
۱۱- آن استدلال نباید است؟ جواب؟ (خرداد ۹۸ بعد از ظهر) + (خرداد ۹۷ بعد از ظهر)

در هر مربع، ضلع های اهم برابرند.
 همه ضلع های چهارضلعی $ABCD$ ، باهم برابر نیستند.

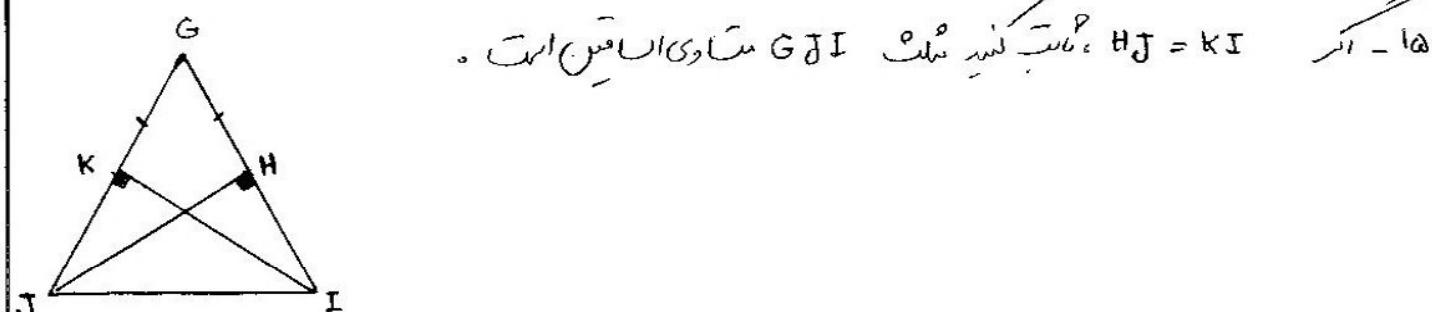


۱۲- مُلت ABC متساوی الاضلاع است و M و N وسط ساق های مُلت
 قرار دارند. تا $\overline{AM} = \overline{AN}$ صدق نمایند.

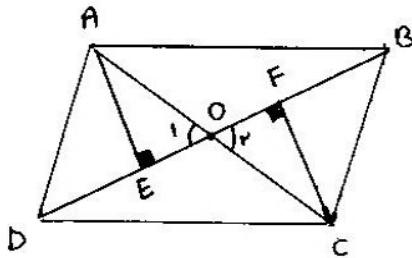
۱۳- در مثلث زیر، پاره خط AB ، دو خط مجازی BC و AD را قطع کنند. چهار مُلت BCO ، ADO هستند؟



۱۴- M و N وسط اضلاع تکراری ااضلاع هستند. تا $MC = AN$ صدق نمایند.



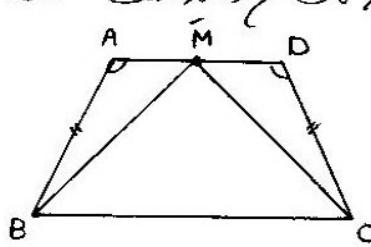
۱۵- اگر GJI متساوی الاضلاع مُلت باشد، $HJ = KI$ صدق نمایند.



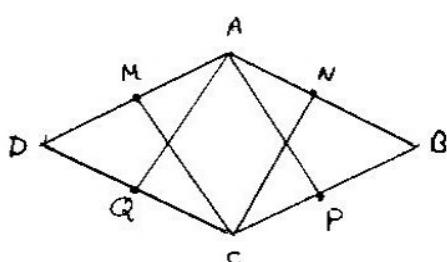
۱۶ - در تصویری اலاصق امع روبرو مثبت نماین . $\overline{EO} = \overline{OF}$

۱۷ - ثابت کنید در تری زو زو ساده ای این ، زاویه های متنی ساق ها باهم مبارزند .

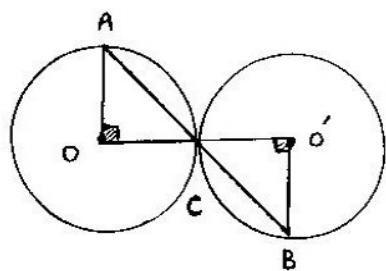
۱۸ - مکمل نری زو زو ساده ای این است که اخطه AD مارزفته ، نزدیک دهد ملت M برط MBC است .



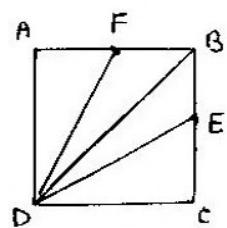
۱۹ - در مکل نری ، Q , P , M , N و خط اتصال لوزی هستند ، ثابت کنید جمله صلبی AKCT نزدیک است .



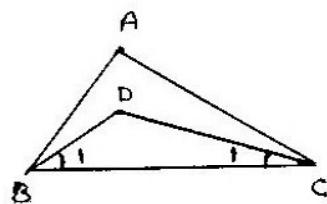
۲۰ - ثابت کنید « از هر نقطه بین دو زویه میتوان فقط و فقط دو مس برداره رسم کرد و طول این دو مس همراه باهم را میند »



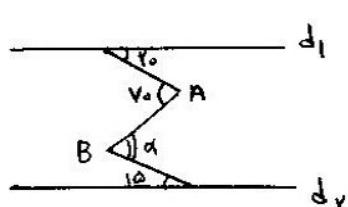
۲۱- مساع دو دایره رو رو باهم برابر است. \angle نسبت نهاد نظره کام دو دایره (c) وسط پاره خط AB است.



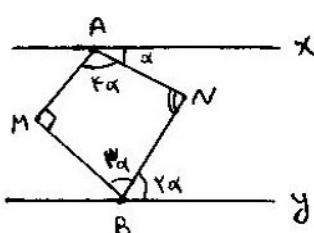
۲۲- طبق \overline{BC} , \overline{AB} , E, F وسط های اضلاع $\triangle DBF$ ، $\triangle DBE$ هستند.
نسبت نهاد در مثلث $\triangle ABC$ (جهات ضلعی $\triangle ABC$ مربع است)



۲۳- \overline{DC} ، \overline{DB} هستند.
 $\hat{D} = 90 + \frac{\hat{A}}{r}$ نسبت نهاد:

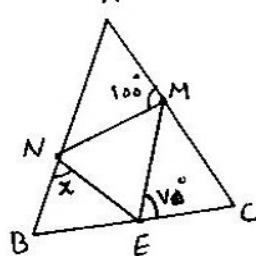


۲۴- نکل نهاد در خط d_1 و d_2 معادل هستند. از این مطلب زویه α محدود بمحور آن زویه است؟

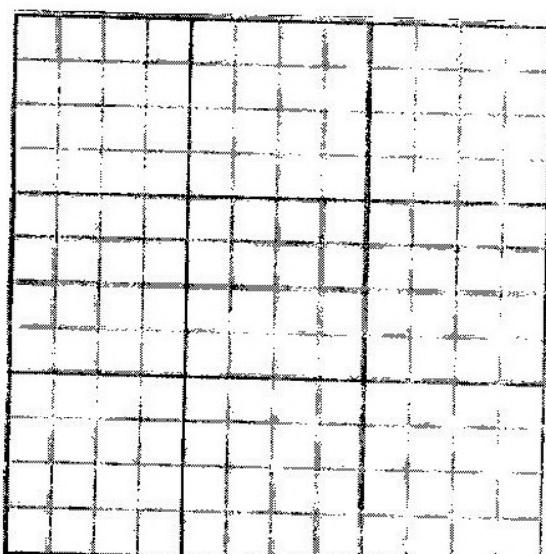
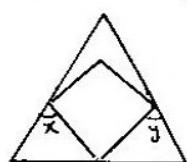


۲۵- مطابق نکل $\hat{P} = 90^\circ$ ، $AX \parallel BY$ محدود است؟

۲۶ - در مثلث متساوی الاضلاع $\triangle ABC$ دو مثلث MNE متساوی الاضلاع است. زاویه x کدام است؟



۲۷ - مثلث متساوی مرتعی را در مثلث متساوی الاضلاع $\triangle ABC$ می رهد. مجموع $x+y$ چقدر است؟



۲۸ - اگر در مجموعه متساوی طرزی را شخص کنید دو مثلث هارا سیم کنید.

$$\triangle ABC \text{ دو مثلث } A = [0^\circ], B = [2^\circ], C = [2^\circ]$$

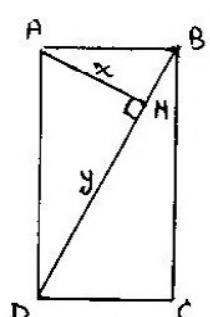
$$\triangle ABC \text{ دو مثلث } A = [0^\circ], B = [2^\circ], C = [2^\circ]$$

الف) طول ضلع های دو مثلث را بزرگیه.

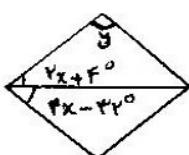
ب) نسبت تیکاب را بده آنها.

و) تئیین دو مثلث را بررسی کنید.

۲۹ - اضلاع چهارضلعی $ABCD$ به اندازه های $5, 3, 7, 15$ و 15 بترتیب با اضلاع چهارضلعی $MNPQ$ به اندازه های $3x+2, 2y+4, 9, x-1$ و $3z$ متساوی هستند. اگر دو مثلث هستند باشد، مقدارهاي x, y و z را بده آورید.

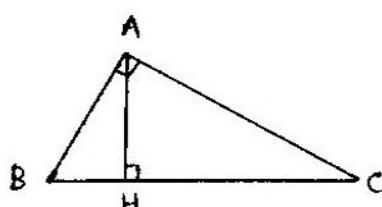


۳۰ - در مثلث متساوی دو مثلث $\triangle DCB$ و $\triangle AMD$ متساویاند. مقدار x و y را بده آورید.



۳۱ - در لوزی ممکن حاصل $x = 5 - y$ را ببرایم.

۳۲ - در نیم‌لیسه متساوی 300000 : ۱ میلیون، ممکن دو سُوره روی نقطه ۵، ۵ متر از هم باشند. این دو سُوره در اندازه واقعی چقدر اند؟

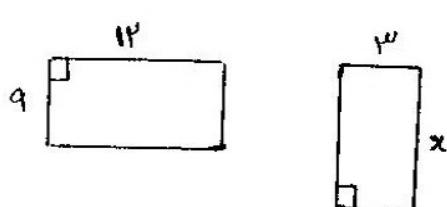


۳۳ - ممکن تأمین از زادیر $\triangle ABC$ باشد تأمین از زادیر $\triangle AHC$ باشید.

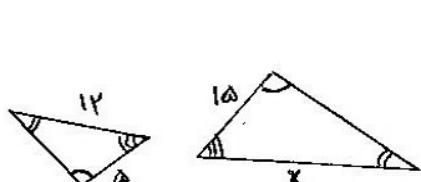
الف) تواریخ از دیگر متناظر را به درست آورید.

ب) شاید اضلاع متناظر را به درست آورید.

ج) اضلاع ممکن $\triangle AHC$ را به درست آورید.

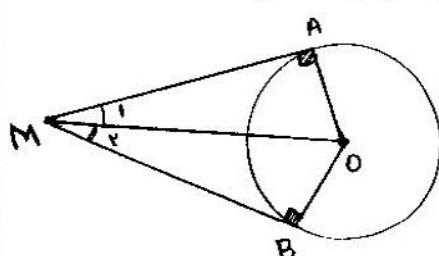


۳۴ - دو مستطیل بوروباهم متساهمند، تعداد x را بدستگیریم. (آخر از ۹۸ صفحه)



۳۵ - دو مثلث بزرگ‌تر متساهمند، تعداد x را بدستگیریم. (آخر از ۹۷ صفحه)

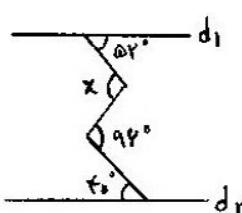
۳۶ - با توجه به رُكْل زیر دلیل هم‌شتی دو مثلث $\triangle MOB$ و $\triangle MOA$ را بنویسید. سه نظر (نهاد):
(۵ مرکز دایره می‌باشد.)



۳۷ - دو شرط اساسی تساهم را بنویسید.

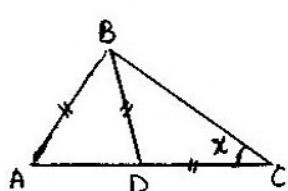
« تست‌های آخر مصل ۳ »

- ۱- برای کدامیک از موارد زیر نسبت برابر می‌باشد؟
- (ب) در هر توزیع الاضلاع، قطرها باهم برابر هستند.
 - (الف) در هر مستطیل هر قطر، نیازی نداشته باشد.
 - (د) در هر ملت متادی الاضلاع، هر یکی نیازی نداشته است.
 - (ج) حمل بجزء بخوبی منصف های هر ملت هشت در یک ملت ترارداد.



- ۲- با توجه به شکل که در آن دو خط d_1 و d_2 موازی هستند: زاویه x حیند است؟

- (۱) ۱۵۵ (۲) ۹۲ (۳) ۱۴۲ (۴) ۱۰۸ (۵)



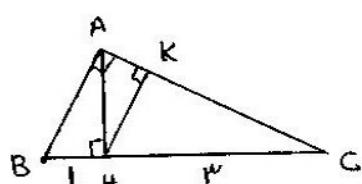
- ۳- با توجه به شکل مقابل، اندازه زاویه x حیند است؟ (BD نیمساز است).

- (۱) ۱۸ (۲) ۴۶ (۳) ۳۶ (۴) ۲۴ (۵) ۱۰

- ۴- اگر سه ارتفاع مثلث باهم برابر باشد، آنگاه:

- (ب) آنچه ملت قائم از زوایه است.
- (الف) آنچه ملت قائم از زوایه است.
- (د) آنچه ملت متادی ایمن قائم از زوایه است.
- (ج) آنچه ملت متادی ایمن است.

- ۵- در شکل زیر اگر $\hat{A} = \hat{H} = \hat{K} = 90^\circ$ آنگاه نسبت $\frac{HK}{KC}$ برابر است؟ (از زوایه ایم)



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

- ۶- نسبت بیانویزی $\frac{۲}{۳}$ و طول قطرهای لرزی کوچکتر ۱۰ و ۲۰۰ می‌باشد. نسبت مساحت لوزی نسبت به محیط آن حیند است؟ (نموده رولن فارس)

- (۱) $\frac{۲۵\sqrt{۳}}{۳۵}$ (۲) $\frac{۲۰۰\sqrt{۳}}{۳}$ (۳) $\frac{۲۵\sqrt{۳}}{۱۴}$ (۴) $\frac{۱۰۰\sqrt{۳}}{۳}$

« جای خالی های محض فصل ۳ »

- ۱) به استدلالی که موصوع سوره نظر را به درستی نتیجه ببرد می‌گویند.
- ۲) اگر در مطلب همه زاویه‌ها تند باشد، ارتفاع هادر بلده بر راقطع می‌گذارد.
- ۳) اگر مطلب های کمتر زاویه قائم داشته باشد، ارتفاع ها روی بلده بر راقطع می‌گذارد.
- ۴) اگر مطلب های کمتر زاویه باز داشته باشد، محدود منصف هادر بلده بر راقطع می‌گذارد.
- ۵) جای استدلال کردن راه‌های مختلف وجود دارد که آن‌ها می‌توانند نکل نباشد.
- ۶) اگر طبق و مطابق باشد، آنگاه.
- ۷) اگر خطی را کمی از دو خط محدود باشد بودگری نزد محدود است.
- ۸) اولین اندیشه برای اثبات که مثلث افراطی می‌ریتم تضییق و مطالعت.
- ۹) اطلاعات مثله حقایق داده‌ای که درستی آن‌ها لزبی برای ماسلم شده است نام دارد و خواسته مطالعه نام دارد.
- ۱۰) اگر تمام ورقی‌های استدلالی که برای اثبات که مخصوص مجموعه به طور مردی درس از اعضا مجموعه باشد می‌توان آن نتیجه را به مبار اعضا داد.
- ۱۱) مقطوهای توزیعی الاصلاح بلده بر را می‌گذارد.
- ۱۲) در هر توزیعی الاصلاح و مقابل باهم باشند.
- ۱۳) اگر در مثلث کاملاً بلده بر را بتوانند می‌گویند باهم محتده.
- ۱۴) به حالت هم‌نهضتی در مطلب ها و و و ایست.
- ۱۵) در هر مطلب میانه، ارتفاع، نیاز و محدود منصف وارد بر قاعده برهم مطبق آنده.
- ۱۶) حالت خاص هم‌نهضتی مطلب های تأمی از اراده و و ایست.
- ۱۷) برای رسیدن از فرض به حکم باید که می‌گذاشتم.
- ۱۸) برای حل مطالعه و راستا خانه درین حدود می‌نویسم.
- ۱۹) به نسبت ضلع‌های متعاظم (دو مثلث متسابه) می‌گویند.
- ۲۰) اگر اصلاح دو مستطیل رو به رو نسبت باشند دو مستطیل هستند.
- ۲۱) هر دو مثلث هم‌نهضت باهم هستند و نسبت آن‌ها ایست.
- ۲۲) به نسبت آن‌ها من مثلث واقعی و نقش آن می‌گویند.
- ۲۳) در میان ضلعی با آن بعد اصلاح برای هم‌توانی هستند.
- ۲۴) دو لوزی زمانی متسابه هستند که حداقل باهم برای باشد.
- ۲۵) درین توزیعی الاصلاح ها، می‌توانیم خواص و رابطه مربع احصاء را بهم.

« توان در شیوه »

فصل ۴

توان صفعی:

هر کاه حینه عدد مداری، چند بار در خودش ضرب شد، برای حل اصولی ضرب های تکراری می توانیم آنرا عبارت را به صورت عدد توان دار نویسیم. برای اینکه عدد را نوشتند و تعداد دفعاتی که آن عدد در خودش ضرب شده است را بالای نمایت داشت آن عدد می نویسیم. (اعداد را پایه و تعداد اعداد ضرب شده را توان می نویسیم).

$$\text{توان} \rightarrow 4 \quad 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 \rightarrow \text{پایه} \quad , \underbrace{axaxax\dots x a}_{n \text{ مرتبه}} = a^n$$

باید این نکات هم اعداد تواندار:

- هر عددی (بجز صفر) به توان صفر برد، برابر با ۱ است. مانند: $1^5 = 1$. $1^{-25} = 1$

- صفر به توان صفر در ریاضی، تعریف نشده است.

- هر عددی به توان مثبت برد، برابر با خود عدد است. $5^0 = 5$ ، $(-3)^1 = -3$ ، $(-3)^{-1} = -\frac{1}{3}$

- عدد مثبت به توانی برد، برابر با خود نگیر است.

- هر کاه حینه کسر مساوی در تکرار ضرب باشند، برای آنکه آنرا عبارت را به صورت عدد توانی نوشتند می باید حینه آن را درون پرانتز خوار دهم.

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)^4$$

- اگر کسر توان دار درون پرانتز نباشد، توان فقط برای صورت (با غیرج) حساب می شود. مانند:

$$\frac{\omega}{\frac{\omega}{4}} = \frac{\omega}{4 \times 4 \times 4} \quad , \quad \frac{2^4}{7} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{7}$$

- اگر اعداد صورت و غیرج تکی کسر، توان های مساوی را نشانند، می توانیم کسر را درون پرانتز و توانی نمایند و پرانتز نبینیم.

$$\frac{2^3}{2^4} = \frac{2}{2^4} \quad , \quad \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}$$

اگر عدد توانی دار، درون آن را نشاند، علامت حاصل آن با علامت اولیه برابر است (علامت تغییر نمود).

$$+^3 = +9, \quad -^3 = -27, \quad +^2 = +16, \quad -^2 = -81$$

اگر در صورت تغییر کرد، عدد داشت و فرعی آن عدد توانی دار بود، می توانیم توانی فرعی را برای کل کرد
فرض نمیم. همانند:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{3}}$$

اگر عدد توانی دار درون آن را نشاند و توانی آن را بروی پرانتز بارگیر، مثنا نمایه توان عدی زوج بود، حاصل همیشه مثبت است و می اگر توانی مرد بود، علامت تغییر نماید.

$$(-2)^2 = +4, \quad (-3)^3 = -27, \quad (+2)^4 = +16, \quad (-5)^3 = -125$$

اگر عدی بین صفر و سه توارد استه باشد، هرچه بتوان ترک تری برداش، حاصل کوچکتر می شود.

$$(0.12)^3 = 0.008, \quad (0.12)^0 = 0.00032 \Rightarrow (0.12) > (0.12)^3$$

محاسبه عبارت های توان دار:

رای محاسبه عبارت هایی که درون آن ها اعداد توانی دار و جود دارد، ابتدا بازدید اعداد توانی دار را محاسبه کنیم و سپس باز محاسبت اولویت های ریاضی (۱- پرانتز ۲- توان ۳- ضرب و قسم از جمله برآمده است ۴- جمع و تفریق از جمله برآمده است) محاسب عبارت را به ترتیب می آوریم.

$$\begin{array}{c} \text{محاسبه تعداد اعداد توانی} \\ \overbrace{2 \times 1^0 + 18 - 2 \times (-24 - 3 \times 2^3)}^{2 \times 1^0 + 18 - 2 \times (-24 - 3 \times 8)} - 2^2 \rightarrow 2 \times 1 + 18 - 2 \times (-48) - 16 \\ \text{مشابه} \\ \text{محاسبه ضرب و قسم} \end{array}$$

$$\overbrace{2 \times 1 + 18 - \underbrace{2 \times (-48)}_{-96}}_{2} - 16 = 2 + 18 + 96 - 16 = 100$$

محاسب ضرب اعداد توانی دار:

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \rightarrow a^4 \times a^3 = a^{4+3} = a^7$$

$$a^m \times b^m = (a \times b)^m = (ab)^m \rightarrow \overbrace{(-4)^4 \times (\frac{1}{8})^4}^{\text{مشابه}} = \left(-\frac{1}{8}\right)^4$$

تمرین: حاصل عبارت‌های زیر را به صورت امرید.

$$(1) \quad 5^8 \times 4^{12} \times 5^4 \times 2^0 =$$

$$(2) \quad \frac{2^0}{5^0} \times 2^4 \times 2^4 \times 3^0 =$$

نقسم اعداد توان دار:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{(m-n)} \rightarrow \frac{5^6}{5^3} = 5^{(6-3)} = 5^3$$

- اگر توان هما ماند باشد:

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \rightarrow \frac{3^6}{4^3} = \left(\frac{3^6}{4^3}\right)^1 = 5^3$$

- اگر توان های نویسی در صورت کسر عدد کم باشد:

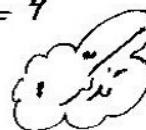
اگر توان عدد های مخرج کر برش تراز صورت کرد باشد ($\frac{2^4}{2^{18}}$) ، در پایه میان از آنچه توان ۴ است
باشند مخرج می نویسیم در صورت کسر عدد کم افراد رهم:

$$\frac{2^4}{2^{18}} = \frac{1}{2^{14}}$$



تران در توان:

$$(a^m)^n = a^{mn} \rightarrow (4^2)^4 = 4^8 = 4^{\frac{8}{2+2+2+2}} = 4^{\frac{8}{8}} = 4^1 = 4$$



تاوان معنی توانست کسر عدد صورت توانست کسر (اعداد تواندار اولی داخل پرانتز هست).

$$4^{\frac{3}{2+2+2}} = 4^{\frac{3}{6}} = 4^{\frac{3}{4 \times 2 \times 2}} = 4^{\frac{3}{8}} = 4^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} = 4^1 = 4$$

تفصیل اعداد به کمتر نمایی:

در بحثی از مسئله های ضرب و تقسیم اعداد توان دار، نه باید هاونه توان های اعداد را بر فرض نمود، بلکه با استفاده از تجزیه باید کسر عددی کمتر است، همان‌طور باید هاونه توان های اسادی کرد و از توان های ضرب و تقسیم اعداد (تاواندار استفاده کرد). $5^3 \div 5^2 = 5^1 = 5^1 \div 5^1 = 5^0 = 1$



تمرین: حاصل عبارت‌های راده شده را به صورت آورید.

$$\frac{32^{12}}{(8^4 \times 16^4)} =$$

$$2) \frac{-3^7 \times 2^2 \times 15^9}{(-25)^8 \times 25^2 \times 2^1} =$$

اگر در تجزیه بسیار پایه، دو با این عدد ظاهر شد، توانز بروی ریاضی، در توانز همه آنچه حاضر می‌گوید.

$$(a^n \times b^m)^c = a^{n \times c} \times b^{m \times c}$$

$$36^{\text{شال}} : \xrightarrow{\text{تجزیه پایه}} (9 \times 4)^{\text{شال}} = (3^2 \times 2^2)^{\text{شال}} = 3^{2 \times \text{شال}} \times 2^{2 \times \text{شال}} = 3^{\text{شال}} \times 2^{\text{شال}} = 4^{\text{شال}}$$

$$9^{\text{شال}} \xrightarrow{\text{تجزیه پایه}} (3^2 \times 3 \times 1)^{\text{شال}} = 3^{2 \times \text{شال}} \times 3^{\text{شال}} \times 1^{\text{شال}} = 3^{\text{شال}} \times 3^{\text{شال}} \times 1$$

توان منفی:

→ راجع به نسبت فعایت صفحه ۹۰

هر کاه غایب معلوم کرد در این نوشتم، توان این را تعریف می‌کنیم.

$$5^{-1} \xrightarrow{\text{معلوم}} \frac{1}{5} \quad , \quad 5^{-7} \xrightarrow{\text{معلوم}} \frac{1}{5^7} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{5^7}$$

$$(-20)^4 \xrightarrow{\text{معلوم}} (-20)^{-4} = \frac{1}{(-20)^4}$$

بطرکی: اگر a عدد غیر صفر باشد ($a \neq 0$) و n عدد طبیوراند، آنگاه:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n \quad a \neq 0, n \in \mathbb{N}$$

تمرین: حاصل عبارت‌های زیر را به صورت کسر عدد کوان دار باشان طبیور (ست) نمایید?

$$\text{ا) } 5^{-2} =$$

$$\text{ب) } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} =$$

$$\text{ج) } (-4)^{-3} =$$

$$\text{د) } \left(-\frac{2}{7}\right)^{-4} =$$

$$\text{ه) } 2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1} =$$

$$\text{و) } -\frac{1}{2^{-3}} =$$

$$\text{ز) } \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 =$$

$$\text{ح) } 1 - 5^{-2} =$$

آنرا نزدیکی متفق باشد یا مغلوب کردن پایین آن نزدیکی عدد، لذا نسبت می‌گردد.

شیوه بری:

$$\text{اف) } \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\text{ب) } 2^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

برای انجام محاسبه در عبارت هایی که اعداد با اول منفی دارند، ناید حتماً اعداد با اول منفی را ابتدا به عدد با اول منفی تبدیل کرده و پس تعداد آنها را متعادل سینم با بتداشی حاصل عبارت را به دست آورید.

در محاسبه اعداد اعماقی آنرا نزدیکی، بھرایت آنها را بکسر تبدیل کنیم.

مثال:

حاصل عبارت های زیر را بدست آورید؟

$$\text{ا) } \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{4}{3}\right)^3 =$$

$$\text{ب) } -(-2)^3 + (-3)^5 =$$

$$\text{ج) } 1 - \frac{1}{3^3} =$$

$$\text{د) } (2^4)^{-2} - (-3)^4 =$$

$$\text{ه) } \frac{(2^3)^0}{2^9 + 2^9} =$$



برای جمع و تفرق اعداد توان از قاعده کلی و جو ندارد، باید هر دام را حذف کنیم و باشد.



$$\text{مثال: } 3^3 - 2^3 \times 1^0 = 27 - 8 \times 1 = 19 \quad \text{نمایندگی:}$$

$$5^{-4} + 5^{-4} + 5^{-4} + 5^{-4} + 5^{-4} = 5^0 \times 5^{-4} = 5^{0+(-4)} = 5^{-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^4$$

$$\text{اول: } \frac{2^4 - 2^4 \div (-3^3)}{10^2 - 4^2} = \quad \text{آخر: } \frac{2^4 - 2^4 \div (-3^3)}{10^2 - 4^2} =$$

$$\frac{1}{5 - (-2)^3 - 100} =$$

تمامی اعداد توان ندارند:

در مقادیر تواندار باید با پایه کمتر از واحد باشند با توانها. (۰ را باید در نظر نداشتم)

اگر:

• توانهای مثبت:

(راهنمایی همچوینی) (۱) برگرایش آن عدد زیر را مردمی باشد.
 $3^3 < 3^4$ ، $17^0 < 17^1$ ، $15^0 < 15^1$ ، $2^2 < 3^2$ نشان

• پایه های مثبت:

(۱) a^0 : هرچهار توان زیر را آن عدد زیر ترمی شود. $7^{-20} < 7^{-12}$ ، $7^{-12} < 7^{-8}$

(۲) $a^0 < a^1$: هرچهار توان کوچکتر، عدد زیر را ترمی شود. $\left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^4$



بررسی حالت ۵

● توانی های برابر:

۱) توانی های برابر: در این حالت هرچه $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد عدد نظری بزرگتر می شود.

$$\frac{3}{5} < \frac{4}{5} < \frac{7}{5} < \frac{14}{5} \quad \text{مثال}$$

۲) توانی های زوج: هرچه $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ باشد عدد نظری بزرگتر می شود.

$$\frac{4}{5} < \frac{14}{5} < \frac{2}{5} < \frac{4}{2} \quad \text{مثال}$$

● پایه های برابر:

همه توانی های برابر \Rightarrow توانی بزرگتر عددی کوچکتر است.

$$\frac{7}{5} < \frac{5}{5} < \frac{5}{4} < \frac{10}{5} \quad \text{ا) } a < -1$$

همه توانی های زوج باشند \Rightarrow هرچه توانی بزرگتر عدد بزرگتر است.

کلی از توانی های زوج دوگانی فرد باشند \Rightarrow عدد با توانی زوج بزرگتر است.

$$\frac{13}{5} < \frac{5}{5} < \frac{4}{5} < \frac{1}{5} \quad \text{ب) } a < -1$$

همه توانی های فرد \Rightarrow هرچه توانی بزرگتر عدد بزرگتر است.

$$\frac{1}{3} < \frac{1}{2} < \frac{1}{1} < \frac{1}{\frac{1}{2}} \quad \text{ا) } a < -1$$

همه توانی های زوج \Rightarrow هرچه توانی بزرگتر عدد کوچکتر می شود.

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{\frac{1}{2}} < \frac{1}{\frac{1}{3}} < \frac{1}{\frac{1}{4}} \quad \text{ب) } a < -1$$

کلی از توانی های زوج دوگانی فرد باشند \Rightarrow عدد با توانی زوج بزرگتر است.

$$\frac{1}{\frac{1}{5}} < \frac{1}{\frac{1}{4}} < \frac{1}{\frac{1}{3}} < \frac{1}{\frac{1}{2}} \quad \text{ب) } a < -1$$

معارلات توانی:

معارلت که در توان اعداد، مجهول ($\dots x$) وجود دارد برای حل این مدل معارلات باید در دو طرف معادله پایه های اتمام گشته و اگر میل نباشد با روش تجزیه یا فاکتور کری انتبه آنکه من نشوند، میں به حل پردازم.

$$\begin{aligned}
 2^{3x+1} &= 14^{2x-1} \\
 \Downarrow \text{درین پایه} &\Downarrow \text{درین پایه} \\
 2^{3x+1} &= (2^2)^{2x-1} \\
 \Rightarrow 2^{3x+1} &= 2^{8x-4} \\
 \Rightarrow 3x+1 &= 8x-4 \\
 \Rightarrow 3x-8x &= -4-1 \\
 \Rightarrow -5x &= -5 \\
 \Rightarrow x &= 1
 \end{aligned}$$

هر آن خط بازم

$\gamma^0 = 1$	$\gamma^1 = 1$	$\gamma^2 = 1$	$\gamma^3 = 1$	$\gamma^4 = 1$
$\gamma^5 = 2$	$\gamma^6 = 3$	$\gamma^7 = 5$	$\gamma^8 = 4$	$\gamma^9 = 7$
$\gamma^{10} = 4$	$\gamma^{11} = 9$	$\gamma^{12} = 20$	$\gamma^{13} = 34$	$\gamma^{14} = 59$
$\gamma^{15} = 8$	$\gamma^{16} = 27$	$\gamma^{17} = 110$	$\gamma^{18} = 214$	$\gamma^{19} = 343$
$\gamma^{20} = 16$	$\gamma^{21} = 81$	$\gamma^{22} = 410$	$\gamma^{23} = 1994$	
$\gamma^{24} = 39$	$\gamma^{25} = 243$			
$\gamma^{26} = 64$				
$\gamma^{27} = 128$				
$\gamma^{28} = 256$				
$\gamma^{29} = 512$				
$\gamma^{30} = 1024$				

تمام:

۱- حاصل هر کسی از عبارت های زیر را به صورت تجزیه کنید.

(الف) $\gamma^{-2} =$

(ب) $(-\omega)^{-3} =$

(ج) $-(-v)^4 =$

(د) $(-\gamma)^{-2} =$

(ه) $\omega^{-1} =$

(ز) $\gamma^0 - \gamma^1 =$

(و) $(\frac{\omega}{\gamma})^{-1} + (\frac{\gamma}{\omega})^4 =$

(ب) $-(-\omega)^{-4} =$

(ج) $-(-\omega)^3 =$

(د) $(-\gamma)^{-1} =$

(ه) $(-\gamma)^{-1} =$

(ز) $-\frac{1}{\gamma^{-1}} + \frac{\gamma}{\omega^{-1}} =$

(و) $-(-1)^{-12} =$

۲ - حاصل هر کدام از عبارت های زیر را به صورت کسر عدد توان را در با توان طبیعی نویسید.

$$\text{الف) } 4^{-2} =$$

$$\text{ب) } (-\frac{2}{3})^{-3} =$$

$$\text{ج) } (\frac{1}{3})^{-2} =$$

$$\text{د) } (\frac{1}{6})^{-3} =$$

$$\text{ه) } (\frac{y}{x})^{-3} =$$

$$\text{و) } (-5)^{-3} =$$

۳ - حاصل هر کدام از عبارت های زیر را به صورت کسر عدد توان را در توان طبیعی نویسید.

$$\text{الف) } 7^{-5} \times 7^v =$$

$$\text{ب) } (\frac{1}{3})^{\alpha} \times (\frac{1}{2})^{\beta} =$$

$$\text{د) } a^{-3} \times a^{-4} =$$

$$\text{ه) } (-3)^{-8} \times (-3)^{-1} =$$

$$\text{و) } (\frac{x}{y})^{-8} \times (\frac{x}{y})^{10} =$$

$$\text{ج) } (-\frac{2}{5})^{\alpha} \times (-\frac{2}{5})^{-9} =$$

۴ - کدام می از شاخه های زیر درست و کدام نادرست است؟

$$\text{الف) } 3^{-2} = -9$$

$$\text{ب) } (\frac{2}{3})^0 = (-\frac{1}{2})^0$$

$$\text{د) } x^r \times x^s = x^{r+s}$$

$$\text{ه) } (-5)^0 = 1^{99}$$

$$\text{و) } (-2)^8 = -2^8$$

$$\text{ج) } (-2)^4 = -2^4$$

$$\text{ز) } x^r \times x^s = x^{r+s}$$

$$\text{خ) } (\frac{1}{a})^r = (\frac{1}{a})^s$$

$$\text{د) } (a^r)^s = (a^s)^r = 1$$

- در مجموع علاوه بر \leq \geq $=$

$$\text{الف) } (-5)^{-1} \square 0$$

$$\text{ب) } -2^{-2} \square (\frac{1}{2})^{-2}$$

$$\text{د) } a^{-1} \square a^{-2}$$

$$\text{ه) } (\frac{1}{3})^{-2} \square (\frac{1}{2})^{-3}$$

$$\text{و) } 4^{-2} \square 4^{-3}$$

$$\text{ج) } 6^0 \square 6^{-2}$$

$$\text{ز) } (\frac{1}{3})^{-2} \square (\frac{1}{2})^{-3}$$

$$\text{خ) } 0 \square v^{-1}$$

$$\text{د) } (\frac{-2}{14})^0 \square 1$$

$$\text{ز) } -8^{-2} \square (-8)^{-2}$$

$$\text{ه) } (0.204)^{12} \square 12^0$$

$$\text{د) } (\frac{2}{3})^4 \square (\frac{2}{10})^4$$

۴- حاصل عبارت های زیر را برای کدام آورید؟

$$\frac{15^{-4} \times 24^{-5}}{40^{-9} \times 3^{-11}} = \text{(الف)}$$

$$\rightarrow) \frac{4^{-11} \times 8^6}{(0/24)^8 \times 8^{10}} =$$

$$\rightarrow) \frac{\alpha^{\frac{1}{2}} + \alpha^{\frac{-1}{2}}}{\alpha^{\frac{1}{4}} - \alpha^{\frac{-1}{4}}} =$$

$$\rightarrow) \frac{2^3 \times 3^{-2} \times 6^5}{1^{-\infty} \times 3^2 \times 8^3} =$$

۵- درجه از عبارت های زیر را مطابق عبارت اینست:

$$\text{(الف)} (1/2)^x \times (1/2)^{-3} = (1/2)^9$$

$$\rightarrow) 14^\alpha \times x^\alpha = 1^\alpha$$

$$\rightarrow) 4^{\alpha} \times 4^{\beta} = 4^{-\gamma}$$

$$\rightarrow) \frac{4^x \times 4^y}{4^z} = 4^{-\gamma}$$

$$\rightarrow) \frac{\alpha^r \times \alpha^s}{\alpha^t \times \alpha^v} = \alpha^{12}$$

$$\rightarrow) \alpha^r \times \alpha^s \times \alpha^t \times \alpha^v = \alpha^{-1}$$

۶- اعداد داره شده را از نظر مبنای دو و از جهت برایست مرتب نمای.

$$3^{-2}, 2^{-3}, (-\frac{1}{8})^0, 5^2, (-\frac{1}{2})^{-4}, (-5)^{-2}, (-1)^{40}$$

۹- برای هر عدد دو نامنح ام الگو شده است. نامنح درست را با ذکر دلیل مشخص نمایند.

$$\text{الف } (-5)^3 < 0$$

$$\Rightarrow 1 (-4)^3 < -4^3$$

$$\Rightarrow 1 2^{-1} + 3^{-1} < 5^{-1}$$

$$\Rightarrow 1 \alpha^{-1} \times 4^{-1} < 20^{-1}$$

۱۰- درست و بی ۲۵ متر x را حساب نماید؟

$$\frac{2^{(x+1)} + 2^{(x+2)}}{4^x} \text{ را به صورت آزادیرید؟}$$

۱۱- جم مقدار زیر که $9/1 \times 10^{-20}$ کرم و جم مقدار زیر که $18/2$ کلمون است. جم این جم چند برابر باشد؟

$$\text{الف } 4^9 : 4^{\square} = 4^{12}$$

$$\text{ب) } \square^8 : 4^{\square} = 3^8$$

$$13- درجهای خالی عددی نسب موارد را درید.$$

$$\text{ب) } 5^3 : 5^{\square} = 5^4$$

$$\text{ب) } V^0 : V^{\square} = 1$$

۱۴- معادله های توانی زیر اصل نباید.

$$\omega^{4x-1} = \omega^v \quad (\text{الف})$$

$$1 - \omega^{9x-18} = 1$$

$$\omega \cdot (2^{x+3})^v = 2^{x-11}$$

$$\therefore (2^{12})^{4-x} = 2^{x-11}$$

۱۵- اگر تعداد زیر مجموعه های مجموعه $n+3$ عضوی ۳۲ برابر تعداد زیر مجموعه های مجموعه هفت عضوی باشد، n را پیدا کنید؟

۱۶- تعداد زیر مجموعه های مجموعه $k+3$ عضوی ۱۱۲ واحد از تعداد زیر مجموعه های مجموعه k عضوی بیشتر است، k را بایابد؟

۱۷- اگر $a = \omega^n$, $b = \omega^{n+2}$ باشد، حیث ربطی ای بین a , b برقرار است؟

۱۸- مداخله های زیر را بر اساس درست مذکور تبلیغ کنید.

$$(\text{الف}) \quad \left[3 \times \left(\frac{1}{2} \right)^2 \right]^4 =$$

$$\therefore 1 - \frac{11 \times 9^{-\omega} - 8 \times 9^{-\omega}}{4 \times 9^{-\omega} + \omega \times 9^{-\omega}} =$$

لست 12^{-1} عدد $(\frac{1}{12})$ را به صورت $a^m \times b^n$ نویسید این کدام است؟

(A) ۷۲

(B) ۴۸

(C) ۱۸

(D) ۱۸

۳ - حاصل $\frac{9}{17} \times 3^{-4} \times 4^8 \times (0.01)^3$ کدام است؟

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{9}$

۴ - تقدیر عددی عبارت $(\frac{15}{12})^{-4} \times (\frac{45}{28})^4$ کدام نزدیک است؟

(A) $\frac{3}{2}$

(B) صفر

(C) $\frac{14}{11}$ (D) $\frac{11}{14}$

۵ - کدام عبارت درست است؟

الف) $(a^m)^n = (a^n)^m$ (ب) $(a^m)^n = a^{mn}$ (ج) $(a^m)^n = a^{m+n}$ (د) الفوج

۶ - عدد 4^4 خوبی 2^3 است؟

(A) ۱۶ برابر

(B) ۲۵۶ برابر

(C) ۸ برابر

(D) ۴ برابر

۷ - تاوانی $x^27 = (14 \times 9)^x$ به ای ای حق تعداد \times صحیح است؟ (نموداری ۹۷، آزادی ۲۷، شرقی)

(A) بیش از ۱۳ تا عدد

(B) ۲

(C) ۱

(D) صفر

۸ - حاصل عبارت A کدام است؟ (نموداری ۹۷، آزادی ۰)

$$A = (2^{-18} + 2^{18} \times \Sigma^{-10} \div 12^3 + 4^0) \div \frac{1}{2^{-14}-1} =$$

(A) $\frac{2^{-18}-1}{2^{-14}-1}$ (B) $\frac{2^{-14}+1}{2^{-14}-1}$ (C) $\frac{1}{2^{12}}$ (D) $\frac{1-2^{-12}}{2^{12}}$



۸- حاصل عبارت $\frac{1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^9}{1 + 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{97} + 10^{98}}$ باز برای ادامه زیرا است؟ (خونه دولتی ۹۷)

(۱) 100000000

(ج) 10^7

(ب) 10^4

(الف) 100000

۹- نسبت عدد 3^{-17} برایست با: (خونه دولتی ۹۷ بجز ۱۰۰۰۰۰)

(۱) $(-3)^{-17}$

(ج) -3^{-18}

(ب) $(-3)^{16}$

(الف) $(-3)^{18}$

۱۰- اگر $1 = 7^{4\alpha-4}$ باشد، حاصل عبارت $3(\alpha^{-1} - 2\alpha^{-2})$ کدام است؟ ($\alpha \neq 0$) (خونه دولتی ۹۷ بجز ۱۰۰۰۰۰)

(۱) 3

(ج) $\frac{3}{4}$

(ب) 1

(الف) $\frac{1}{3}$

۱۱- حاصل عبارت $\left(\frac{9^{-\alpha} + 9^{-4} + 9^{-7}}{9^{-\alpha}} \right) \times 81$ کدام است؟ (خونه دولتی ۹۷، خواندنی ۱۰۰۰۰۰)

(۱) 901

(ج) 991

(ب) 191

(الف) 900

۱۲- مقدار x باشد، تعداد x بار با کدام زیرا است؟ $4^{2x+1} = 32^{1-x}$

(۱) 4

(ج) $\frac{1}{4}$

(ب) $-\frac{1}{4}$

(الف) $\frac{3}{4}$

۱۳- حاصل عبارت $2^{4020} \times 3^{1010} \times 5^{4030}$ کدام است؟ (ترھوئ)

(۱) 4^{4020}

(ج) 10^{4000}

(ب) 7^{4020}

(الف) 3^{4040}

۱۴- حاصل عبارت $A = 9^{FF} \times 1^{AA} \times 4^{14} \times 14^{44}$ عدد توانی دارد کدام است؟ (از ۰ تا ۴)

(۱) 44^{44}

(ج) $4F^{FA}$

(ب) 44^{44}

(الف) $4F^{44}$

لست $\frac{1}{4}$ اندام است؟

(۷۲)

(۴۶)

(۱۸)

(الف) ۱۸

۳- حاصل $\frac{9}{17} \times 3^{-4} \times 4^6 \times (0.15)^4$ اندام است؟

(۵)

(۹)

(۲)

(الف) $\frac{2}{9}$

۴- تقدیر عددی عبارت $(\frac{15}{12})^{-4} \times (\frac{45}{28})^4$ اندام نزدیک است؟

(۴)

(۰) صفر

(۱۶)

(الف) $\frac{8}{14}$

۵- اندام عبارت درست است؟

(الف) $(a^m)^n = (a^n)^m$ (ب) $(a^m)^n = a^{mn}$ (ج) $a^m + n = a^{m+n}$ (د) افوج

۶- عدد 2^5 برابر با 2^{-3} است؟

(۱۶) برابر

(۷) ۲۵۶ برابر

(۰) ۸ برابر

(الف) ۴ برابر

۷- توانی $27^x = (14 \times 9)^x$ به اینجا حق تعداد x صحیح است؟ (نموداری ۹۷، کادر ۲۶/ شرمی)

(۰) بیش از ۳۰ عدد

(۵) ۲

(۱)

(الف) صفر

۸- حاصل عبارت A اندام است؟ (نموداری ۹۷، تمرین)

$$A = (2^{-18} + 2^{18} \times 2^{-10} \div 14^4 + 2^0) \div \frac{1}{2^{-14}-1} =$$

$$\frac{2^{-18}-1}{2^{-14}-1} \quad (۰)$$

$$\frac{2^{-14}+1}{2^{-14}-1} \quad (۰)$$

$$\frac{1}{2^{32}} \quad (۱)$$

$$\frac{1-2^{32}}{2^{32}} \quad (الف)$$



۸- حاصل عبارت $\frac{1^{100} + 1^{99} + 1^{98} + \dots + 1^4 + 1^3}{1 + 1^0 + 1^{9^2} + 1^{9^3} + \dots + 1^{9^7} + 1^{9^8}}$ باشد (نموداری نیاز ندارد) (۹۷)

(۱)

(ج)

(ب)

(الف)

۹- مقدار عدد ${}_{-3}^{-17}$ را براحتی بایزد: (نموداری نیاز ندارد) (۹۷)

(۱)

(ج)

(ب)

(الف)

۱۰- اگر $1 = a^{-x} + b^{-y} + c^{-z}$ باشد، حاصل عبارت $(a^{-1} - b^{-1})^3$ کدام است؟ ($a \neq 0$) (نموداری نیاز ندارد) (۹۷)

(۱)

(ج)

(ب)

(الف)

۱۱- حاصل عبارت $\left(\frac{a^{-2} + a^{-4} + a^{-8}}{a^{-16}} \right) \times 81$ کدام است؟ (نموداری نیاز ندارد) (۹۷)

(۱)

(ج)

(ب)

(الف)

۱۲- مقدار x را براحتی بایزد، مقدار x را براحتی بایزد: ${}^{2x+1} = {}^{2x-12}$

(۱)

(ج)

(ب)

(الف)

۱۳- حاصل عبارت ${}^{4040} \times {}^{1010} \times {}^{1010} \times {}^{4040}$ کدام است؟ (ترهیت)

(۱)

(ج)

(ب)

(الف)

۱۴- حاصل عبارت $A = {}^{44} \times {}^{14} \times {}^{44} \times {}^{14} \times {}^{44}$ کدام است؟ (ترهیت)

(۱)

(ج)

(ب)

(الف)

۱۵ - مطصل کدام است؟ $1398 - 2^{1398}$

 1398 1397 2 1397

۱۶ - مطصل کدام است؟ $\frac{2+2^2+2^3+\dots+2^{10}}{2^{-1}+2^{-2}+2^{-3}+\dots+2^{-10}}$

 4096 1024 4098 512

۱۷ - کدام کسری عدد بزرگتر است؟ ($\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$)

 $\frac{1}{34}$ $\frac{1}{333}$ $\frac{1}{33}$ $\frac{1}{3}$

۱۸ - کدام عدد بزرگترین است؟ ($\sqrt{a}, -\sqrt{a}, a$)

 a^{100} a^4 a^9 a^3

۱۹ - نصف عدد کدام است؟ $\sqrt[3]{a^{18} + a^{19} + 2a^9 + 12a^4}$

 a^{10} a^9 a^{19} a^5

۲۰ - کدام مجموع نادرست است؟

 $2^{1385} - 2^{1382} \neq 2^{1382}$ $1^4 + 2^3 + 3^3 = (1+2+3)^3$ $2^8 \neq 4^{10}$ $(2^4 \times 4)^8 = 2^{16} \times 4^8$



کار علمی :

نادر علمی که برآن حالت استاندارد نزدیک نویند، می‌از روش‌های رایج در روحی علوم مثل ریاضیات، فیزیک و شیمی رای نهاد اعداد بسیار بزرگ یا بسیار کوچک می‌باشد. اینکه نوین نهاد بزرگ سارکی را نوشت، محاسبات را آسان تر می‌کند و در ضمن نوعی نظم و هماهنگی در نهاد اعداد بزرگ یا کوچک ایجاد می‌کند.

در این روش هر عدد باشد به صورت ضرب در عدد حقیقی بین ۱ تا ۱۰ در برابر ۱۰ نزدیک شود.

تئیه دری :

به طور کلی نادر علمی هر عدد ایشان ریست به صورت $a \times 10^n$ است که در آن $1 \leq a < 10$ و $n \in \mathbb{Z}$ عددی صحیح است.

مثال: حاصل اعداد زیر را به صورت نادر علمی نویسید

چون عدد را کوچکتر کردیم باید عدد صفر 10^{n-1} اضافه کنیم \rightarrow

چون عدد بزرگ می‌شود باید عدد صفر 10^{n+1} اضافه کنیم \rightarrow



برای ساختن نادر علمی باید صفر را اضافه کنیم. شدّا برای ساختن نادر علمی عدد $6428/47$ ، صفر را اضافه کنیم.

$6428/47 = 6,42847 \times 10^4$

چون ناچابه طایی صفر را اضافه کردیم، عدد کوچک شد و برای جبران اینکه کار به تعداد ارقام ناچابه طایی شده عدد را در ۱۰ برابر نسبت ضرب می‌کنیم.

$6,42847 \times 10^4 = 4,802 \times 10^5$

(رشل ۲) صفر 4 را اضافه کردیم و عدد بزرگ تر می‌شود بنابراین برای جبران به تعداد ارقام ناچابه طایی ارقام عدد حاصله را در ۱۰ برابر نهاد ضرب می‌کنیم.

تمرین:

۱- اعداد زیر را به صورت نام علمی نویسید.

(الف) $0.24 =$

(ب) $10.52 =$

(ج) $0.0013 =$

(د) $0.0008 =$

(ه) $0.00001789 =$

(ز) $0.0000070 =$

(ز) $18 =$

(ح) $2523 =$

(س) $7800000 =$

(ص) $14800000 =$

۲- نوشی اعشاری اعداد زیر را نویسید.

(الف) $0.12 \times 10^{-4} =$

(ب) $6.02 \times 10^{-4} =$

(س) $2.28 \times 10^8 =$

(د) $7.304 \times 10^{-8} =$

(ه) $9.4412 \times 10^9 =$

(ج) $1.11 \times 10^4 =$

(ع) $4.18 \times 10^5 =$

(ح) $0.9 \times 10^{-2} =$

(ز) $7.029 \times 10^8 =$

(س) $2.388 \times 10^8 =$

(ص) $0.0013 \times 10^7 =$

۳- حاصل عبارت های زیر را به صورت آ درید:

(الف) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 40}{4^{-4} \times 10^{-4}} =$

(س) $\frac{1^{-1} \times 2^2}{2^{-4} \times \frac{1}{8}} =$

(ج) $3180 \times 10^8 \times 100 \times 10^{-4} =$



$$x) \frac{9^{-2} \times 4^3}{4^{-2} \times \frac{1}{9}} =$$

$$o) \frac{4^2 \times 10^{-4} \times 125}{4^{-2} \times 25^{-4}} =$$

$$z) \frac{4/2 \times 10^{-3}}{4/1 \times 10^{-8}} =$$

$$\text{۲- نام کس از توانهای زیر را در نظر بگیر و نتیجه می باشد؟} \\ ۰) ۱/۰۲ \times 10^{-8} = ۰/۰۰۰۰۱۰۲ \text{ (الف)}$$

$$\rightarrow ۱/۰۲ \times 10^{-8} = ۰/۰۰۰۰۱۰۲$$

$$\rightarrow ۱/۰۲ \times 10^{-8} = ۰/۰۰۰۰۱۰۲$$

$$\rightarrow ۴/۰۳ \times 10^{-4} = ۴۰۳۰$$

$$\rightarrow ۴/۰۳ \times 10^{-4} = ۴۰۳۰$$

$$\rightarrow ۱/۰۴ \times 10^{-2} = ۰/۰۰۱۰۴$$

$$\rightarrow ۱/۰۴ \times 10^{-2} = ۰/۰۰۱۰۴$$

۳- عددی که توان را از توان بزرگتر نسبه
 $۳/۰ \times 10^{-2}$, $۴/۰ \times 10^{-1}$, $۱/۰ \times 10^{-2}$, $۳/۰ \times 10^{-1}$ (ان)

$$\rightarrow ۱/۰۴ \times 10^{-2}, ۱/۰ \times 10^{-1}, ۴/۰ \times 10^{-3}, ۱/۰ \times 10^{-2}$$

۴- مقدار عبارت های زیر را به صورت آزاده و به صورت نادری علمی خالی (صفید).

$$\text{الف) } ۷ \times 10^9 \times ۴ \times 10^{-4}$$

$$\rightarrow \frac{۱/۰ \times 10^{-4}}{۴ \times 10^{-12}} =$$

$$\rightarrow ۰ \times 10^{-9} \times ۴ \times 10^{-12} =$$

۷ - در طبقه‌ای خانی حداقل 3 عدد صحیح مختلف آوارده‌های مالکیت از بین $۲,۱,۸ \times 10^{۱۵}$ (الف)

(ب) $۰/۵۴۳ \times 10^{۱۰} < ۵,۱,۸ \times 10^{۱۵}$

(پ) $۰/۱۸ \times 10^{۱۰} < ۱,۱,۸ \times 10^{۱۵}$

(س) $۱۲۸/۲ \times 10^{۱۰} < ۱۲,۱,۸ \times 10^{۱۵}$

۸ - خاصیت سیاره پلتوون از خواص π تعریف شده است. این عدد را با نادر علیم‌خان (رهبر)

۹ - قطر زمین π تعریف شده است. این عدد را با قطر زمین $۱۳,۰۰۰,۰۰,۰۰۰$ (یادداشت) مطابق نظریه کنام است؟

تعریف π مطابق با قطر زمین است؟

۱۰ - ضمایر $۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹,۰$ صفتی هستند. ضمایر هر کدام از آنها بر حسب مترادف مطابق با محدودت اعشاری در نظر علیم‌خان مذکور شده است.

جست:

۱ - مخلص $۸,۰۰۰ \times ۱,۰۰۲$ به محدودت نادر علیم‌خان کدام است؟

(الف) $۱,۱,۶ \times 10^3$

(ب) $۱,۱,۶ \times 10^2$

(ج) $۱,۱,۶ \times 10^1$

(د) $۱,۱,۶$

۲ - کدام عدد نادر علیم $(1,۱,۶ \times 10^2)(0,۱,۰۳ \times 10^9)(1,۲ \times 10^2)(0,۱,۰۳ \times 10^9)$ است؟

(الف) $۳,۶ \times 10^4$

(ب) $۰,۱,۰۳ \times 10^7$

(ج) $۰,۱,۰۳ \times 10^8$

(د) $۳,۶ \times 10^5$

(ه) $۳,۶ \times 10^6$

۳- کدام عدد از زیر نویسی های زیر می باشد؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(د) 88×10^{-7}

(ج) 8×10^{-7}

(ب) $0.8 \times 10^{-1-n}$

(الف) 188×10^{-7}

۴- حاصل عبارت $\frac{13 \times 10^{-5}}{44 \times 10^{-4}}$ به صورت نادر علمی نویسید?

(د) 0.5×10^8

(ج) 50×10^4

(ب) 5×10^8

(الف) 5×10^7

۵- نویسی علمی عدد ۱۱۴۳۴۶ کدام نویسی است?

(د) 114346×10^{-1} (ج) 114346×10^1 (ب) 114346×10^{-2} (الف) 114346×10^2

۶- نویسی علمی حاصل عبارت $2124 \times 10^{-2} \times 35 \times 10^{-3}$ در کدام نویسی آمده است?

(د) 7.91×10^4 (ج) 7.91×10^{-4} (ب) 7.91×10^{-5} (الف) 7.91×10^5

۷- اگر $a = 9.2 \times 10^{-93}$ باشد، کدام عدد از زیر را حاصل عبارت? (ترمومتر)

(د) $-\frac{1}{a}$

(ج) $\frac{1}{a}$

(ب) $-a$

(الف) a

۸- اگر $M = 10^{100}$ باشد، زیر که عدد M^M بحیره نویسید? (ترمومتر)

(د) $10^{100} + 1$

(ج) 10^{100}

(ب) $1 + 10^{100}$

(الف) 10^{100}

۹- حینما از عدهای زیر می بینید کدام عدد نویسی نزدیک تر است؟ (ترمومتر)

$(\frac{1}{\pi})^{-1} \times 10^{15}$, $5/3 \times 10^{16}$, $\sqrt{V} \times 10^{-20}$

(د) ۰

(ج) ۲

(ب) ۱

(الف) صفر

۱۰- حاصل عبارت $198 \times 10^{-9} + 11033 \times 10^{-4}$ کدام است؟ (ترمومتر)

(د) 21128×10^{-8}

(ج) 11228×10^{-4}

(ب) 11228×10^{-8}

(الف) 21128×10^{-4}



رشته لری:

پرسوهای از مردم نهادند.

$$2^3 = 8$$

$$(-3)^2 = 9$$

$$(-2)^3 = -8$$

عدد ۲ به توان ۳، برابر با محض عددی است؟ ۱

عدد (-3) به توان ۲، برابر با محض عددی است؟ ۹

عدد (-2) به توان ۵، برابر با محض عددی است؟ -۳۲ ۲

حالا پرسوهای از مردم می‌بریم.

محض عددی به توان ۳ برآید، حاصل ۸ می‌گردد؟ ۲؛ نیز ۸

محض عددی به توان ۲ برآید، حاصل ۹ می‌شود؟ ۳ ±؛ نیز ۹

محض عددی به توان ۵ برآید، حاصل ۳۲ - می‌گردد؟ ۲ -؛ نیز ۳۲

اما، این مدل‌ها را در راستی به صورت زیر بیان می‌لند.

«رشته سوم عدد ۲، محض عددی است؟» به بحثی «محض عددی به توان ۳ برآید، حاصل ۸ می‌گردد؟»

«رشته های دوم عدد ۹، محض عددی هستند؟» به بحثی «محض عددی به توان ۲ برآید حاصل ۹ می‌گردد؟»

و روشی دیگر محض عدد ۳ - محض عددی است؟» به بحثی «محض عددی به توان ۵ برآید، حاصل ۳۲ - می‌گردد؟»

رشته را باز نماییم که ناشی می‌رند. سکل‌های رارکیال \sqrt{a} به فرم وسایل روش آنهم در عبارت $a = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$ باشد.

رشته دوم:

رشته‌های دوم که عدد سنت شل اعدادی هستند اگر به توان ۲ برآیند باید خواهد شد.

و این دو روشی عبارتند از \sqrt{a} و $-\sqrt{a}$. بین

محبوب، مرجع با توان دوم اعداد (\sqrt{a})

آنچه برای کسی رارکیال، شماره رشته (فرضی) نوشته شود، نظور رشته دوم می‌باشد.

۴۹ ، ۴۹

$$\begin{array}{ccc} +\sqrt{49} & = & +7 \\ 49 & \swarrow & \searrow \\ -\sqrt{49} & = & -7 \end{array}$$

مثال: رشته‌های دوم اعداد زیر را بتوانید؟

$$\begin{array}{ccc} +\sqrt{49} & = & +7 \\ 49 & \swarrow & \searrow \\ -\sqrt{49} & = & -7 \end{array}$$

 بر شیوه دوم میبایست عدد سه بسته خذیر آنرا عدد میگویند. شدتاً در حالت رشته های دو م عدد ۴۵ برای ما ۵+۵ دارد.

است آما فقط رشته دوم سه بسته ای با معنی $5 \times 5 = 25$ را خذیر میگوییم.

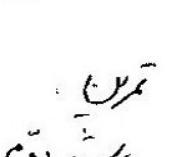
 • رشته دوم و خذیر عدد صفر را برای صفر ایمت.

• اعداد حقیقی رشته دوم ندارند. زیرا هیچ عددی وجود ندارد که به توان ۲ بزرگ و حاصل عددي حقیقی نشود.

$$\sqrt{36} = +6$$

$$- \sqrt{49} = -7$$

$$\sqrt{729} = 27 \quad (ج)$$

 : رشته دوم

تمام

رشته دوم اعداد زیر را به داشت آورید؟

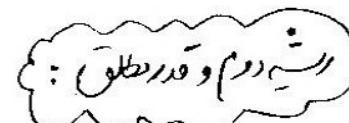
۸۱ رشته دوم

$$\sqrt{100} =$$

$$\sqrt{24} =$$

 توان دوم اعداد بین صفر و کمتر از خود آنرا اعداد کوچکتر میگویند. بنابراین اگر عددی بین صفر و کمتر از توان داشته باشد خذیر آنرا از خودش بزرگتر میگوییم.

$$\sqrt{125} = 125^{\frac{1}{2}} \rightarrow$$

 رشته دوم و قدر طبق:

می‌راییم که وقتی میکنیم عدد سه بسته به توان ۲ می‌رسد، خذیرش با خودش برابر است ($4 = \sqrt{16}$). آما وقتی میکنیم عدد متفقی به توان ۲ می‌رسد، خذیرش با توانی عدد برابر است ($4 = \sqrt{-16}$). با $4 = (-4)$

لذا کسی وقت توجهی می‌کوئیم که تعریف قدر طبق هم به هم صدیق بودا $\left\{ \begin{array}{l} a \\ -a \end{array} \right\} = |a|$ پس میتوان لفت:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$



مرين:

۱- محاصل هر عبارت را به صورت آورده.

$$\text{ج) } \sqrt{(-4)^2} =$$

$$\text{الف) } \sqrt{81} =$$

$$\text{ب) } \sqrt{4^2} =$$

$$\text{د) } \sqrt{5/50000} =$$

$$\text{ه) } \sqrt{(2-9)^2} =$$

$$\text{او) } \sqrt{\left(1 - \frac{1}{3}\right)^2} =$$

$$\text{ز) } \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} =$$

$$\text{اح) } \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} =$$

$$\text{ات) } \sqrt{(-4)^2} =$$

۲- روش هامی دوم اعداد را برای نزدیکی دارید.

$$\text{الف) } 15 =$$

$$\text{ب) } 400 =$$

$$\text{پ) } 9^2 =$$

$$\text{س) } \frac{44}{20} =$$

$$\text{ش) } \frac{1}{121} =$$

$$\text{ج) } 779 =$$

$$\text{ه) } 19 =$$

$$\text{ز) } \frac{574}{420} =$$

$$\text{خ) } 44 =$$

$$\text{د) } 0/20 =$$

$$\text{ذ) } \frac{9}{100} =$$

$$\text{ر) } 10000 =$$

$$\text{ز) } 0/01 =$$

$$\text{نم) } 14 =$$

۳- ناتوجه به رابطه محاصل هر سه عبارت های زیر را به صورت آورده.

$$\text{الف) } \sqrt{(\sqrt{2})^2} =$$

$$\text{ج) } \sqrt{V^2} =$$

$$\text{ب) } \sqrt{(-5)^2} =$$

$$\text{ز) } \sqrt{(\sqrt{0}-\sqrt{4})^2} =$$

$$\text{د) } \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} =$$

$$\text{ح) } \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$$

$$\text{س) } \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} =$$

$$\text{ط) } \sqrt{\frac{144}{49}} =$$

$$\text{ش) } \sqrt{\left(1-\frac{1}{8}\right)^2} =$$

$$\text{ذ) } \sqrt{\left(1-\frac{1}{9}\right)^2} =$$

۴- حاصل عبارت $\sqrt{y^2 + x^2}$ از حالت‌های زیر بررسی نماید.

$$\text{الف) } 0 < x < 0 \quad y > 0$$

$$\text{ب) } 0 < y < 0 \quad x > 0$$

$$\text{ج) } 0 < x < 0 \quad y > 0$$

$$\text{د) } x > 0 \quad y > 0$$

۵- توجه به اطلاعات داره شده، هر عبارت را به صورت نویسید.

$$\rightarrow (0 < y < x) : \sqrt{(x+y)^2} - \sqrt{(x-y)^2} =$$

$$\rightarrow (0 < y < x < 1) : \sqrt{(x^2-y^2)} - \sqrt{x^2} =$$

$$\text{ج) } (x < 3) : \frac{\sqrt{(x-4)^2}}{\sqrt{(4-x)^2}} =$$

۶- حاصل رادیکال زیر را به صورت نویسید و درود قدر و مطلق نویسید.

$$\text{الف) } \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} = \quad (a > 0, b < 0)$$

$$\rightarrow (b) \sqrt{(x-y)^2} - \sqrt{x^2} = \quad (x > 0, y < 0)$$

$$\text{ج) } \sqrt{(x+3)^2} - \sqrt{(x-4)^2} = \quad (x > 3)$$

برای مثالیه ریشه دوم اعداد بزرگ طبیعی است آن ها را تحریر نمی کنیم و توان های زوج عوامل آن را نصف کنیم.



مثال: ریشه دوم اعداد ۱۰۲۴، ۲۵۶، ۷۸۴، ۷۲۹ را به صورت آورید.

$$\sqrt{1024} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \sqrt{2^{10}} = 2^{\frac{10}{2}} = 2^5 = 32$$

$$\sqrt{729} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \sqrt{3^6} = 3^{\frac{6}{2}} = 3^3 = 27$$

$$\sqrt{784} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \sqrt{2^4 \times 7^2} = 2^{\frac{4}{2}} \times 7^{\frac{2}{2}} = 2^2 \times 7 = 28$$

$$\sqrt{256} \xrightarrow{\text{تجزیه}}$$



ریشه سوم هر عدد را ملکب آن عدد هم می کویند و آن را با خار (« عدد $\sqrt[3]{\cdot}$ ») نامی می دهد. (برای هر عدد حقیقی)

$$\text{مثال: } 2^3 = 8, (-2)^3 = -8, \sqrt[3]{8} = 2, \sqrt[3]{-8} = -2$$

• هر عدد صحیح فقط یک ریشه سوم دارد. شاید $\sqrt[3]{27}$ فقط برابر با ۳ است.



• اعداد منفی، را برای ریشه سوم هستند. شاید $\sqrt[3]{-8}$ برابر با -۲ است.

• اگر عدد صفر باشد، ریشه سوم آن است و اگر عدد منفی باشد، ریشه سوم آن منفی است.

$$\sqrt[3]{125} = 5, \sqrt[3]{-125} = -5$$

• ریشه سوم اعداد بین صفر و ۱ از خود عدد بزرگ تر است.

$$\sqrt[3]{0.001} = 0.1, \sqrt[3]{0.01} = 0.1, \sqrt[3]{0.1} = 0.1$$

$$\sqrt[3]{0.27} = 0.3, \sqrt[3]{0.027} = 0.03$$

• برای مثالیه ریشه سوم عوامل های بزرگ کافی است، عدد را تحریر کرده و توان مضارب ۳ عامل آن را بر ۳ تقسیم کنیم.

$$\text{مثال: } \sqrt[3]{729} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \sqrt[3]{3^6} = 3^{\frac{6}{3}} = 3^2 = 9$$

$$\sqrt[3]{216} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \sqrt[3]{2^3 \times 3^3} = 2^{\frac{3}{3}} \times 3^{\frac{3}{3}} = 2^1 \times 3^1 = 6$$

$$\text{ا) } \sqrt[3]{216} =$$

$$\text{ب) } \sqrt[3]{-8} =$$

تمام: ۱- روش سوم عددهای زیر را به رسم آورید:

$$\text{پ) } -5 =$$

$$\text{ت) } -\frac{1}{216} =$$

$$\text{ث) } 15 =$$

$$\text{ج) } -1 =$$

$$\text{ح) } \sqrt{-1} =$$

$$-27 =$$

$$\text{خ) } 1074 =$$

$$\text{د) } -\frac{1}{1074} =$$

$$-0.0125 =$$

هر اس سه خط
ماشین

$$\begin{aligned} 1^3 &= 1 \xrightarrow{\text{ریشه سوم}} \sqrt[3]{1} = 1 \\ 2^3 &= 8 \longrightarrow \sqrt[3]{8} = 2 \\ 3^3 &= 27 \longrightarrow \sqrt[3]{27} = 3 \\ 4^3 &= 64 \longrightarrow \sqrt[3]{64} = 4 \\ 5^3 &= 125 \longrightarrow \sqrt[3]{125} = 5 \\ 6^3 &= 216 \longrightarrow \sqrt[3]{216} = 6 \\ 7^3 &= 343 \longrightarrow \sqrt[3]{343} = 7 \\ 8^3 &= 512 \longrightarrow \sqrt[3]{512} = 8 \\ 9^3 &= 729 \longrightarrow \sqrt[3]{729} = 9 \\ 10^3 &= 1000 \longrightarrow \sqrt[3]{1000} = 10 \end{aligned}$$

دست من اگر هم توانی حفظ کنی
اشكال زیره را بخوبی کردن عدد زیر را بکمال
و تقسیم کن این عامل های تکمیل دهنده بر ۳
به راحتی می توانی روش سوم را بخوبی.

ضرب و تقسیم را بکمال ها:

اگر نوجوان را بکمال ها با هم را بخوبی می توان آن را در نظر گرفت ضرب با هم قسم کرد. سه جمله:

$$\bullet \quad \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \sqrt{a} \div \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{a \div b} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad b \neq 0, a, b \geq 0$$

$$\bullet \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}, \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad b \neq 0, a, b \geq 0$$

$$\bullet \quad \sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}, \quad \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} \quad b \neq 0$$

نکته: در ضرب و تقسیم رادیکال های با درجه ممادی کاهی با اعدادی در درجه سوم، حذف صفح ندارند (مثل $\sqrt[3]{\sqrt{12}} \times \sqrt[3]{\sqrt{14}}$)

در این صورت نه توانیم حد این را حذف کنیم، بنابراین بخواهیم آن را از زیر رادیکال بفرمود.

برایم و معلم ضرب و تقسیم (ساده کردن) را اعلام دیم. با این روش برایم بجهاب می‌یم.

$$\text{مثال: } \sqrt{9} \times \sqrt{14} = 3 \times 4 = 12 \quad , \quad \sqrt{9 \times 14} = \sqrt{144} = 12$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{120} \times \sqrt[3]{8} = 10 \times 2 = 10 \quad , \quad \sqrt[3]{120 \times 8} = \sqrt[3]{1000} = 10$$

$$\text{ج) } \frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{34}} = \frac{12}{4} = 3 \quad , \quad \sqrt[3]{\frac{128}{34}} = \sqrt[3]{4} = 2 \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{34}} = \sqrt[3]{\frac{128}{34}}$$

$$\text{د) } \frac{\sqrt[3]{512}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{8}{2} = 4 \quad , \quad \sqrt[3]{\frac{512}{8}} = \sqrt[3]{64} = 4 \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{512}}{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{\frac{512}{8}}$$

$$\text{ه) } \sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6 \quad , \quad \sqrt[3]{80} \times \sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{80 \times 40} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \sqrt[3]{8 \times 10 \times 3 \times 10} \\ = \sqrt[3]{8 \times 10^2} = 2 \times 10 = 20$$

$$\text{و) } \frac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{\frac{40}{8}} = \sqrt[3]{5} = 3$$

$$\text{ز) } \frac{\sqrt[3]{512a^4}}{\sqrt[3]{-2a}} = \sqrt[3]{\frac{512a^4}{-2a}} = \sqrt[3]{-256a^3} \xrightarrow{\text{تجزیه}} \sqrt[3]{-3^3 \times a^3} = -3a$$

• هنوز دو رادیکال با درجه های ناساری را نتوانیم زیر رادیکال بفرمود.

• نکار $\sqrt[3]{\dots}$ و $\sqrt[n]{\dots}$ را رشته های سوم، چهارم، ... و n ام اعداد مقول است. برای خواندن

۳۲ به جای انتشاره از درجه ۳ رادیکال، آن را رشته سوم ۲ می خوانیم.

• فرم بھت راحت نیز نباشد، آنکه: $\sqrt[3]{100} = 10$ باشد عدد نفعی باشد.

• اگر ذرجه نوج باشد، آنکه: **الف)** حاصل رادیکال هماره نافع است (≈ 10)

ب) عدد زیر رادیکال هماره نافع است (≈ 10)

ساده کردن رادیکال‌ها :

- عبارتی که در آن عدد اگر هر عبارت را که بتوان نوچهای خود را برد، به عنی توان عبارت زیر را دیگل بازجسم ببرید، عبارت زیر را دیگل از زیر را دیگل خارج می‌شود.

$$\text{مثال: } \sqrt[3]{3^3} = 3 \quad , \quad \sqrt[3]{5^3} = 5$$

$$\sqrt[3]{8^3} = 8 \quad , \quad \sqrt[3]{2^3} = \sqrt[3]{2^3 \times 4^3} = 2\sqrt[3]{4^3}$$

- برای خارج کردن عبارت از زیر را دیگل کافی است توان عبارت را به فرمایش آن تقسیم کنیم.

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\text{مثال: } \sqrt[4]{3^4} = 3^{\frac{4}{4}} = 3^1 = 3 \quad , \quad \sqrt[3]{3^3} = 3^{\frac{3}{3}} = 3^1 = 3 \quad , \quad \sqrt[3]{-27} = \sqrt[3]{(-3)^3} = -3$$

- برای اینکه عبارتی که ضریب را دیگل است بر داخل را دیگل بروز کنید، آن عبارت را به توان فرمایش را دیگل می‌سازیم.

$$\sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{2^3 \times 2} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

تمرین:

۱- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

a) $\sqrt[3]{200} =$

b) $\sqrt[4]{240} =$

c) $\sqrt[3]{243} =$

d) $\sqrt[4]{100} =$

e) $\sqrt[4]{(-8)^3} =$

f) $\sqrt[3]{90} =$

g) $\sqrt[4]{72} =$

h) $\sqrt[3]{125} =$



۲- درست دری های زیر مطابق با مطالعه کنید:

$$\text{الف) } \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{14} = \sqrt[3]{\dots} =$$

$$\text{ب) } \sqrt[4]{-2} \times \sqrt[5]{4} = \sqrt[4]{-1} = \dots$$

$$\text{پ) } \sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{44} \times \sqrt[3]{\dots} = \sqrt[3]{4}$$

$$\text{و) } \sqrt[3]{20} = \sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{\dots}$$

$$\text{ز) } \sqrt[3]{\frac{128}{44}} = \frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{44}} = \dots$$

$$\text{ج) } \frac{\sqrt[3]{-84}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{\frac{-84}{4}} = \sqrt[3]{-21} = \dots$$

$$\text{چ) } \sqrt[3]{0.01} \times \sqrt[3]{0.1} = \sqrt[3]{\dots} = \dots$$

$$\text{خ) } \sqrt[3]{324} = \sqrt[3]{\dots} = \dots$$

$$\text{ح) } \frac{\sqrt[3]{-104}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{-104}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{\dots} = \dots$$

۳- مداخل عدد صحیح مختلف مثل زیرند که اگر به جای a تعدادی نامساوی زیر درست باشد:

$$\sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{4}$$

۴- عدد صحیح مختلف مثل زیرند که اگر به جای a تعدادی نامساوی زیر درست باشد:

$$\text{الف) } (\sqrt[3]{-2})^3 = -2$$

۵- این دری های زیر درست هستند؟

$$\text{و) } \sqrt[3]{-8} = -\sqrt[3]{8}$$

$$\text{ز) } -\sqrt[3]{-8} = 2$$

$$\text{ز) } (\sqrt[3]{-4})^3 = -4$$

$$\text{ح) } -\sqrt[3]{-44} = 4$$

۶- حاصل محاسبه کی زیر را (ست کویر).

$$\text{الف) } 2 \sqrt[3]{14} \times 3 \sqrt[3]{4} =$$

$$\text{ب) } \frac{\sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{16}}$$



$$\textcircled{۱}) \frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{50}}{\sqrt{5}} =$$

$$\textcircled{۲}) -4\sqrt[3]{8} \times 2\sqrt[3]{8} =$$

$$\textcircled{۳}) \frac{\sqrt[3]{14} \times \sqrt[3]{50}}{\sqrt[3]{10}} =$$

$$\textcircled{۴}) \frac{2\sqrt[4]{4} \times \sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{16}} =$$

$$\textcircled{۵}) \frac{\sqrt[4]{14} \times \sqrt[4]{11}}{2\sqrt[4]{14}} =$$

$$\textcircled{۶}) \frac{\sqrt[4]{149} \times \sqrt[4]{100}}{\sqrt[4]{149}} =$$

$$\textcircled{۷}) \frac{2\sqrt[4]{8} \times 4\sqrt[4]{5}}{4\sqrt[4]{10}} =$$

$$\textcircled{۸}) \sqrt[5]{-32} \times \sqrt[5]{2} =$$

۷- حاصل عبارت های زیر را به صورت آزاد ببرید . (a,b,x,y ≠ ۰)

$$\textcircled{۱}) \sqrt{\frac{a^x \times b^y \times a^z}{a^{-x} \times b^{-y}}} =$$

$$\textcircled{۲}) \sqrt{\frac{(\frac{1}{x})^{-y} \times y^{+x}}{x^{-y} \times (\frac{1}{y})^x}} =$$

$$\textcircled{۳}) \sqrt{a^y \times b^{-y} \times a^{-12} \times b^{12}} =$$

$$\textcircled{۴}) \sqrt{\frac{x^a \times y^b \times z^{-c}}{y^{-d} \times z^e \times x^{-f}}} =$$

$$\textcircled{۵}) \sqrt{r^u \times s^v \times t^w} =$$

۱- اگر مساحت کل مکعب $96a^2$ باشد، حجم آن را حساب کرده است آورید.

۲- اگر مساحت کل مکعب $24a^2$ باشد، حجم آن را حساب کرده است آورید. (۵)

۱- حاصل $\sqrt[3]{(-3)^4}$ نام است؟

(۱) خود زنار

(۲) -3^6

(۳) 3^{-3}

(۴) $(-3)^3$

۲- ندام صیغه از مجموعه های زیر مانع ندارد؟

(۱) $\sqrt{16^2}$

(۲) $\sqrt{-9}$

(۳) $-\sqrt{25}$

(۴) $\sqrt{14^2}$

۳- خود عدد $25 \times 0/014 \times 0/01$ برابر باشد با:

(۱) ۲

(۲) $0/14$

(۳) ۰

(۴) $0/02$

۴- مقدار $\sqrt{(a-2)^2}$ در صورتی که $a < 2$ باشد، برابر باشد با:

(۱) $a-2$

(۲) $-a-2$

(۳) $-a+2$

(۴) $a+2$

: آنکه $A = \sqrt{2}$ و $B = \sqrt{2-a}$ باشد،

$AB = 1$ (۱)

$A = B$ (۲)

$A < B$ (۳)

$A > B$ (۴)

۶ - حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{20} \times \sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{40} \div \sqrt[3]{40}}$ کدام است؟ (نمودر دسته ۹۶ زیر)

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $-\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۷ - حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{\frac{3}{5}} - \sqrt[3]{\frac{5}{3}}}{\sqrt[3]{15}}$ کدام است؟ (نمودر دسته ۹۶ آغاز درسته ...)

(۱) $\frac{8}{15}$ (۲) $-\frac{2}{15}$ (۳) $-\frac{2}{15}$ (۴) $-\frac{1}{15}$

۸ - خبر عدد $8^2 \times 5^3 \times 9^3$ طبقات است با: (نمودر دسته ۹۶ هزه بزرگ)

(۱) 10^3 (۲) 20^3 (۳) 40^3 (۴) 30^3

۹ - اگر مثبت سوم عدد A برابر $\frac{3}{5}$ باشد، پنجم دوم A طبقات است با: (نمودر دسته ۹۶ ابتداء فردا)

(۱) $\frac{2\sqrt{15}}{25}$ (۲) $\sqrt{\frac{2}{5}}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{25}$ (۴) $\frac{2}{5\sqrt{10}}$

۱۰ - حاصل عبارت $(\frac{3}{\sqrt[3]{9}})^2 \times (\sqrt[3]{2})^3$ طبقات است با: (نمودر دسته ۹۶ خاتمه فصلی، کریسمس)

(۱) $(\sqrt[3]{9})^7$ (۲) $(\sqrt[3]{3})^7$ (۳) $(\sqrt[3]{2})^7$ (۴) $(\frac{3}{\sqrt[3]{2}})^7$

۱۱ - اگر مجموع میکعب $125a^3$ باشد، قطر قاعده مکعب طبقات دارای کدام ترکیب است؟ (نمودر دسته ۹۷، هفدهم)

(۱) $5\sqrt{2}a$ (۲) $2\sqrt{5}a$ (۳) $5\sqrt{5}a^2$ (۴) $5\sqrt{5}a$

۱۲ - ساده شده عبارت مسائل ندام است؟ (نمودر دسته ۹۷، آغاز بیان عربی دادیل)

(۱) $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt[3]{8}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt[3]{20}}{2}$

۱۳ - اگر $\omega = 2\pi$ باشد، مقدار عددی $\sqrt{\omega^2 + \omega^2}$ کدام است؟

(۱) 2ω (۲) 1ω (۳) 2ω (۴) ω

$12\sqrt{3}$ $4\sqrt{3}$

۱۲

 $8\sqrt{3}$ $12\sqrt{6}$

۱۲

 $4\sqrt{2}$ $2\sqrt{6}$

$$14 - \text{در صورت که } \sqrt{a \times \sqrt{b+23}} \text{ مقدار عددی} = 12\sqrt{5} \text{ کدام است؟}$$

۵

ج) 5^2 ب) 5^3 الف) 5^4

$$15 - \text{حاصل} \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{20}}{\sqrt{\frac{1}{F}}} \text{ کدام است؟}$$

۲۰

ب) ۱۰

ب) ۱۰

الف) ۲۰

$$16 - \text{حاصل} \sqrt{x+2} = 2 \text{ کسر} \frac{(x+2)^2}{(x+2)} \text{ کدام است؟}$$

۱۶

ج) ۴

ب) ۴

الف) ۸

$$17 - \text{حاصل} \frac{1}{\sqrt{V^3 \times \sqrt{V^4}}} \text{ کدام است؟}$$

 $-(V)^{-\Delta}$ (V) $^{-\Delta}$ ب) $V^{-\Delta}$ الف) V^{Δ}

$$18 - \text{حاصل} \sqrt{-(-9) \times \frac{14}{25}} \text{ کدام است؟}$$

 $\frac{12}{\Delta}$

ج) ۱

ب) $\frac{14}{\Delta}$ الف) $\frac{5}{12}$

$$19 - \text{حاصل عبارت} \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{2^{25} \times (14)^4}}} \text{ کدام مرتبت است؟}$$

۱۴

ج) ۸

ب) ۴

الف) ۴

نکته:

جمع و تفریق رادیکال‌ها:

در جمع و تفریق رادیکال‌ها، فقط رادیکال‌هایی را می‌توان باهم جمع و تفریق کرد که مقایسه باشند (عنی هم ضریب و هم عبارت نزدیک‌تر باشند). برای اینکه درست مانند محاسبات های جبری عمل می‌کنیم، بخش رادیکالی را نوشته و ضرایب رادیکال‌ها را باهم جمع یا از هم تفریق می‌کنیم.

$$\text{مثال: } 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - \sqrt{5} =$$

$$2\sqrt{5} - \sqrt{5} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = (2-1)\sqrt{5} + (2-5)\sqrt{3} = \sqrt{5} - 3\sqrt{3}$$

 اگر رادیکال‌ها مساوی نباشند، در صورت این‌حال باید صادرات رادیکال‌ها را باشد از آنها را برابر نمود.

$$\begin{aligned} \text{مثال: } \sqrt{8} + \sqrt{75} - \sqrt{42} + \sqrt{27} &= \sqrt{2^2 \times 2} + \sqrt{5^2 \times 3} - \sqrt{4^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} \\ &= 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ &= -2\sqrt{2} + 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

 در جمع و تفریق رادیکال‌ها، نمی‌توانیم رادیکال‌های جداگانه را زیر یک رادیکال ببریم یا اگر در نزدیکی رادیکال جمع و تفریق و جذر را بخواهیم، نمی‌توانیم آنرا به صورت رادیکال‌های جداگانه نویسیم، مگریه با این آنها را جدا جدا حساب کنیم و بعد باهم جمع و تفریق کنیم.

: بطور کلی $\sqrt{x} + \sqrt{y} \neq \sqrt{x+y}$ ، $\sqrt{x} - \sqrt{y} \neq \sqrt{x-y}$

مثال: $\sqrt{48} + \sqrt{32} \neq \sqrt{48+32}$ ، $\sqrt{20} - \sqrt{9} \neq \sqrt{20-9}$

$$\sqrt{18} + \sqrt{4} \neq 10 \quad , \quad \sqrt{5} - \sqrt{3} \neq 4$$

: بطور کلی $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} \neq \sqrt[3]{x+y}$ ، $\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} \neq \sqrt[3]{x-y}$

مثال: $\sqrt[3]{28} + \sqrt[3]{44} \neq \sqrt[3]{28+44}$ ، $\sqrt[3]{214} - \sqrt[3]{120} \neq \sqrt[3]{214-120}$

$$\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{4} \neq \sqrt[3]{91} \quad , \quad \sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{4} \neq \sqrt[3]{91}$$



تمرین:

۱- حاصل عبارت های زیر را دره نمای.

۱) $\sqrt{9\lambda} - \sqrt{50} + \sqrt{12\lambda} =$

۲) $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{70} + \sqrt{4\lambda} =$

۳) $5\sqrt{2} + 4\sqrt{5\lambda} - 4\sqrt{12\lambda} =$

۴) $\sqrt{14 + \frac{1}{\lambda\lambda} + \frac{\lambda}{9}} =$

۵) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(4\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$

۶) $\sqrt{72} - \sqrt{34} + \sqrt{1\lambda} =$

۷) $\sqrt{50} + \sqrt{12} + \sqrt{11} =$

۸) $\sqrt{4\lambda} (\sqrt{4} + \sqrt{2}) =$

۹) $4\sqrt{50} + \sqrt{34} + 2\sqrt{72} =$

۱۰) $\sqrt{\lambda} + \sqrt{12\lambda} - \sqrt{50} =$

۱۱) $\sqrt[4]{27\lambda^2} =$

۱۲) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{10} + \sqrt{2}) =$

۱۳) $\sqrt[4]{-\frac{4\lambda}{3\mu}} =$

۱۴) $4\sqrt{5\lambda} - \sqrt[4]{27} =$

۱۵) $5\sqrt{8} + \sqrt{7} - \sqrt{5} + \sqrt{3} =$

$$16) 10\sqrt{2} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{2} - 5\sqrt{3} =$$

$$17) 4\sqrt{10} - 5\sqrt{140} + 4\sqrt{40} =$$

$$18) 4\sqrt{54} + \sqrt{700} + 3\sqrt{28} =$$

$$19) \sqrt{10} - 3\sqrt{20} + 2\sqrt{120} + 2\sqrt{5} =$$

$$20) 4\sqrt{5000} + 2\sqrt{40} - 4\sqrt{130} =$$

$$21) 11 - 2\sqrt{18} - 3\sqrt{32} + \sqrt{12} - 5\sqrt{5} + \sqrt{49} =$$

$$22) 3\sqrt{22} + 5\sqrt{14} - 2\sqrt{32} - \sqrt{48} + 5\sqrt{20} =$$

۲- حاصل عبارت های زیر را براحت آوردید.

$$\text{الف) } \sqrt{-(-9) \times \frac{14}{40}} =$$

$$\text{ب) } \sqrt{4 - \sqrt{110} + \sqrt{4,40}} =$$

$$\text{ج) } \frac{1}{\sqrt{4 \times \sqrt{14}}} =$$

$$\text{د) } \sqrt{4 + 2\sqrt{4 + 2\sqrt{4 + 2\sqrt{4 + 2\sqrt{9}}}}} =$$

$$\text{ز) } \sqrt{\sqrt{22} \times \sqrt{242}} =$$



$$2\sqrt{x^4} - x$$

۳ - اگر $x < 0$ ، حاصل عبارت مقادیر را برایت آورید.

۴ - محیط وساحت مربعی به ضلع $\sqrt{5}$ سانتی متر را برایت آورید.

۵ - در یک سه‌نده متساوی الاضلاع به ضلع a ، اندازه ارتفاع h و ساحت مثلث را بحسب a نویسید.

۶ - سطح $MNPQ$ وسط های اضلاع مرتع $ABCD$ هستند ، اگر ساحت این مرتع 100 m^2 باشد محیط مرتع $MNPQ$ چهراست؟

۷ - اینجا $\sqrt{(-x)^2} = x$ صحت جو شرط اطیاف است؟ تحلیل کنید.

۸ - آیا $\sqrt{x^4} = (\sqrt{x})^4$ هسته درست است؟ توضیح دهید.

الف) $\sqrt{\dots} = 15$

ب) $\sqrt[4]{\dots} = 4$ پ) $\sqrt{\dots} = \frac{1}{4}$ ی) $\sqrt[11]{1} = 1$

ج) $\frac{4^{-4}}{4^{\square}} = \sqrt[4]{4}$

ج) $\frac{(\sqrt{12})^4}{4 \times 4^4} = 3^{\square}$ خ) $\frac{m^4 \times m^{-4}}{m^{\square}} = m$ خ) $\sqrt[4]{-4} = \frac{\square}{(-4)^4}$

د) $\frac{4^{-4}}{4^{\square}} = \sqrt[4]{4}$

ز) $\frac{x^{12} \times x^{-4}}{x^{\square}} = x$

ز) $\sqrt{\dots} = 12$



کسرها را فتح کرها:

کاهی اوقات لازم است تا در حالتی که می‌باشد، طوری
نوشته شوند که فتح نماید را کوچکتر نمایند. برای کوچکتر نمایند
فتح کرها که عبارت فتح آنها به صورت $\sqrt[n]{a^m}$ می‌باشد، کافی است که صورت و فتح را در عبارت

کوچکتر نمایند.

$$\text{مثال: } \frac{15}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2}} = \frac{15\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{15\sqrt[3]{2}}{4} = 5\sqrt[3]{2} \quad \leftarrow \frac{15}{\sqrt[3]{2}}$$

$$\frac{2}{\sqrt[3]{8}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^3}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2^2}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^5}} = \frac{2\sqrt[3]{2^2}}{2} = \sqrt[3]{2} \quad \leftarrow \frac{2}{\sqrt[3]{8}}$$

برای کوچکتر نمایند فتح کرها که فتح آنها به صورت $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ است و $a \neq b$ باشد صورت
و فتح کر را در مزدوج فتح ضرب کنید.

$$\text{مثال: } \text{فتح کرها را کوچک نماید.} \\ (1) \frac{2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \xrightarrow{\text{مزدوج}} \frac{2}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} \\ = \frac{2(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b} = \cancel{\times} \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\cancel{\times}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\therefore \frac{v}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \xrightarrow{\text{مزدوج}} \frac{v}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{v(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{v(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b} = \frac{v(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

$$\therefore \frac{a}{\sqrt{b} - 1} \xrightarrow{\text{مزدوج}} \frac{a}{\sqrt{b} - 1} \times \frac{\sqrt{b} + 1}{\sqrt{b} + 1} = \frac{a(\sqrt{b} + 1)}{(\sqrt{b})^2 - 1^2} = \frac{a(\sqrt{b} + 1)}{b - 1} = \frac{a(\sqrt{b} + 1)}{b - 1} = a(\sqrt{b} + 1)$$

تمدن:
۱- مطرح کردهای زیر را توبیخ نماید.

الف) $\frac{\Delta}{2\sqrt{3}} =$

ب) $\frac{y}{\sqrt[4]{a}} =$

ج) $\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} =$

د) $\frac{r}{\sqrt[4]{\frac{r}{x}}} =$

ه) $\frac{a}{\sqrt[4]{x^2}} =$

ج) $\sqrt[3]{\frac{w}{r}} =$

ز) $\frac{w}{\sqrt[4]{a}} =$

س) $\frac{-r}{\sqrt{ax}} \rightarrow x > 0$

ی) $\frac{\sqrt[3]{14} + \sqrt{a}r}{\sqrt[3]{r}} =$

الف) $\sqrt{a} + \sqrt{r} \quad \boxed{} \quad \sqrt{a+r}$

ب) $\sqrt{r^2 + r^2} \quad \boxed{} \quad a$

س) $r \quad \boxed{} \quad \sqrt{r^2 + r^2}$

• $\sqrt[3]{a+b} \neq \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$ علاوه بر این

ب) $\sqrt[3]{\frac{r}{4}} \quad \boxed{} \quad \frac{\sqrt[3]{r}}{\sqrt[3]{4}}$

س) $\sqrt{a^2 \times r^2} \quad \boxed{} \quad \sqrt{a^2} \times \sqrt{r^2}$

ز) $\sqrt{3} \times \sqrt{27} \quad \boxed{} \quad 9$



تست

۱- حاصل عبارت $\sqrt{32} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{2} - 8$ کدام است؟(۱) $22\sqrt{2}$ (۲) $10\sqrt{2}$ (۳) $16\sqrt{2}$ (۴) $14\sqrt{2}$ (الف)۲- مجموع عبارت $3\sqrt{18} + \sqrt{18} - 2\sqrt{12} - 9\sqrt{2}$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ج

(۳) ب

(۴) ا (الف)

۳- حاصل کسر $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18}}{\sqrt{80} - \sqrt{8}}$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ج

(۳) ب

(۴) ا (الف)

۴- حاصل عبارت $\sqrt[3]{-24} + \sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{1000}$ کدام است؟(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{9}{10}\sqrt[3]{3}$

(۴) ۰/۹ (الف)

۵- حاصل $\sqrt{288} - \sqrt{72} - \sqrt{50}$ در کدام ترتیب آمده است؟(۱) $2\sqrt{2}$

(۲) صفر

(۳) ب

(۴) $-2\sqrt{2}$ (الف)۶- حاصل $\frac{14}{\sqrt{4}}$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ج

(۳) ب

(۴) $8\sqrt{2}$ (الف)

۷- کدام عبارت خیلی کوچک است؟

(۱) $\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{a^2}}$ (۲) $\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{a^2}}$ (۳) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{a^2}}$ (الف)۸- کسر $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{a}}$ کدام است؟(۱) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$ (۲) $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{a}}$ (۳) $\frac{\sqrt{4}}{a}$ (۴) $\frac{\sqrt{4}}{a}$ (الف)

۹- حاصل برابر با : (نوبه درجه ۹۷) $\frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{45}-\sqrt{40}+\sqrt{125}}$

(ا)

(ب)

(ج)

(د)

۱۰- حاصل عبارت با : (نوبه درجه ۹۶) $\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1}$

(ا)

(ب)

(ج)

(د)

۱۱- حاصل برابر با : (نوبه درجه ۹۷) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}-\sqrt{99}}$

(ا)

(ب)

(ج)

(د)

۱۲- اگر $a = \sqrt{1395} - \sqrt{1380}$ باشد، آنکه ملت عبارت $\sqrt{1395} + \sqrt{1380}$ نام است؟ (نوبه درجه ۹۶)

(ا)

(ب)

(ج)

(د)

۱۳- حاصل عبارت $\frac{4}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{12}$ نام است؟ (نوبه درجه ۹۶، درجه ۹، هدایت ۹۶)

(ا)

(ب)

(ج)

(د)

۱۴- حاصل $\frac{14}{\sqrt{1395}-\sqrt{1380}}$ نام است؟ (سلام ۹۶)

(ا)

(ب)

(ج)

(د)

۱۵- کوچکتر کر $\frac{\sqrt{125}+V}{\sqrt{125}-1}$ نام است؟ (نیزه شنی)

(ا)

(ب)

(ج)

(د)

« تمرین‌های آندر مصل ۴ »

۱- حاصل هر سه از عبارت‌های زیر را به صورت نسبی نمایید.

۱) $\left(\frac{1}{\varphi}\right)^{-2} =$

۲) $\left(\frac{\psi}{\varphi}\right)^{-5}$

۳) $(-\psi)^{-4} =$

۴) $\left(-\frac{1}{\varphi}\right)^{-4}$

۵) $\left(\frac{\psi^{-1} + \omega^{-1}}{\varphi^{-1} - \psi^{-1}}\right)^{-1}$

۶) $\psi^{-1} + \omega^{-1} + \varphi^{-1} =$

۷) $-(-\psi)^2 =$

۲- حاصل α^2 را به ازای $\alpha = -\frac{1}{\varphi}$ برسانید.

۳- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت عدد توأم را در نسبی نمایید.

۱) $\varphi^3 \times \varphi^{-5} \times \varphi^{-4} =$

۲) $\varphi^{-4} \times \varphi^{-5} \times \varphi^9$

۳) $(\varphi x^{-1}) \times (\omega x^4) \times (\psi x^3) =$

۴) $(\omega^3)^{-3} \times \left(\frac{\psi}{\varphi}\right)^4 \times \left(\frac{\varphi}{\psi}\right)^{-2} =$

۱) $\frac{\varphi^4 + \varphi^3 + \varphi^2}{\varphi \times \varphi^2} =$

۲) $\left(\frac{\psi}{\varphi}\right)^{-1} + \frac{\psi}{\varphi} =$

۳) $\frac{\psi^{-4} \times (\omega \varphi)^4 \times \varphi^2}{(\omega \varphi)^{-4} \times 14^4} =$

۴) $\frac{\varphi^{-1} + \varphi^{-2}}{\varphi^{-4}} =$

۵) $\frac{\varphi^{-8} \times \varphi^6 \times \psi^{-4}}{\psi^{-12} \times \psi^{-11}} =$

۶) $\left[-\left(\frac{\psi}{\varphi}\right)\right]^{-1} =$

۷) $\frac{\left(\frac{\psi}{\varphi}\right)^4 \times \left(\frac{\varphi}{\psi}\right)^{-4}}{\psi^2 \div \varphi^2} =$

۴- حاصل هر سه از عبارت‌های زیر را به صورت عدد توأم را در نسبی نمایید.

۱) $\frac{1}{\varphi^{-1} + \psi^{-1}} =$

۲) $\left[-\left(\frac{\omega}{\varphi}\right)^{-1}\right]^{-1} =$

۳) $\left[-\left(\omega \varphi\right)^{-1}\right]^{-1} =$

۵ - در هر کس از توانی های زیر مقدار ۲ را به درست آورید.

$$1) (V^0 \div V^x) \times (V^r \times V^s) = V^y$$

$$2) (\sqrt[4]{4^9})^x \times V^r = V^a$$

$$3) 15^x \div 5^y = 3^z$$

۶ - معادله های توانی زیر را حل کنید.

$$1) V^x = V^{2x+1}$$

$$2) V^x = V^{x-1} + 48$$

۷ - اگر $3^b = 2$ و $2^a = 3$ باشند، حاصل عبارت $(3^{a+1} - 2^{b+1})^2$ را به درست آورید.

۸ - حاصل عبارت $\frac{2^x + 2^y + 2^z}{2^{-x} + 2^{-y} + 2^{-z}}$ را به درست آورید.

۹ - اگر $2^x = 3$ باشد، مقدار عددی عبارت $\sqrt{4^{2x+3} + 2^{2x+7} + 2^0}$ را به درست آورید.

۱۰ - اگر $A = V^{(xy+1)} \times V^{(x-y)}$ باشد، آنکه حاصل V^x و V^y باشد، را به درست آورید.

۱۱ - اگر تعداد نزیر مجموعه های سی محضیه $3 + 2n + 3$ عددی 32 باشد، تعداد نزیر مجموعه های سی محضیه $1 - n$ عددی کا بالد، تعداد n را به درست آورید.

$$\frac{2^{x+1} - 2^{x-1}}{4^{x+1} - 4^{x-1}} = ? \quad 12 - \text{اگر } 115^x = 9 \text{ باشد، حاصل عبارت مقابله را بدست آورید.}$$

13 - حاصل عبارت هر چه زیر را بدست آورید.

$$1) \frac{9}{14} \times 4^{-4} \times 4^{\Delta} \times (0.01)^{\frac{1}{4}} =$$

$$2) (2V)^{-1} \times 9^{\frac{5}{4}} \times 4^{\frac{1}{4}} =$$

$$3) 81^{\frac{3}{4}} \left[0.01 \times \left(\frac{4^{-2}}{0.01} \right)^2 \right]^{\frac{1}{4}} =$$

$$4) \frac{2^3 \times 4^{-2}}{4^{-\Delta} \times 4^{\frac{1}{4}}} \div \frac{8^{\Delta}}{6^V} =$$

14 - اعداد زیر را به صورت کسر علی نویسید.

$$1) 0.000201 =$$

$$2) 120 \times 19000000 =$$

$$3) 12 \times 100000 =$$

$$4) 0.00004194 =$$

$$5) 40/1 \times 10^{-4} \times 0^4 =$$

$$6) \frac{1}{1000000} =$$

$$7) 11/1000 \times 10^{-4} \times 10^V =$$

$$8) \frac{1}{100000000} =$$

$$9) 0.000201 =$$

$$10) 4 \times 1000 \times 1000 =$$

$$11) 1/10^4 \times 10^{-V} \times 1,000 \times 10^4 =$$

$$12) \frac{32 \times 11 \times 10^{-12}}{44 \times 80} =$$

$$13) \frac{33/10 \times 10^{-14}}{47 \times 10^{-10}} =$$

$$14) 1,209 \times 10^{-4} \times 12,4 \times 10^4 =$$

۱۵ - در مطالعهای خالی عدد صحیحی خواهد بود که ناسودی برقرار نمود.

$$\text{الف)} \quad 4,3 \times 10^4 > 5/54$$

$$\text{ب)} \quad 5/97 \times 10^4 > 5/597$$

$$\text{ج)} \quad 14,75 \times 10^4 > 14,710$$

۱۶ - اندازه 5×10^{-5} متری در آنرا برابر 50000009 ام تراست، اندازه 5×10^{-5} متری را با اندازه علمی نویسید.

۱۷ - ناصله سیاره مریخ از زمین 91700000 کیلومتر است: این عدد را با اندازه علمی نویسید. (خرداد ۹۸ مجمع)

۱۸ - عدد $10^3 \times 10^{-4} \times 1000043$ را با اندازه علمی نویسید. (خرداد ۹۸ مهر)

۱۹ - الف) حاصل عبارت $\frac{x^{-1} \times x^2}{x^{-3} \times \frac{1}{x}}$ است؟ (خرداد ۹۸ مهر)

ب) $\sqrt{x^0 \times x^{-3}}$ حاصل عبارت x^{-1} است؟ (خرداد ۹۸ مهر)

ج) فرجح کردن $\frac{4}{\sqrt{2}}$ را کنید.

۲۰ - نوشی اعشاری اعداد زیر را انبوسید.

$$2) 3,13 \times 10^{-4} =$$

$$3) 3,39 \times 10^{-11} =$$

$$4) 7,901 \times 10^{-7} =$$

$$5) 12,4912 \times 10^9 =$$

۲۱ - عدهای متعال را از بزرگ به کوچک مرتب کنید. ($n \in \mathbb{N}$)

$$0 \cdot 0 \times 10^{-n}, 0 \times 10^{-n}, 0/0 \times 10^{-1-n}, 0/00 \times 10^{-n}$$

۴۲ - محاصل عبارت‌های زیر را به صورت بسیار ساده.

۱) $\sqrt[3]{-8} =$

۲) $\sqrt[3]{125} =$

۳) $\sqrt{(4-9)^2} =$

۴) $\sqrt{(-\frac{3}{2})^2} =$

۵) $\sqrt{1^{-8}} =$

۶) $\sqrt{129} =$

۷) $\sqrt{9^4 \times 4^{15}} =$

۸) $\sqrt{\frac{3^{-7}}{9^{12}}} =$

۴۳ - در شرکت سوم اعداد زیر را به صورت آزاده.

۹) $-\frac{1}{1000} =$

۱۰) $9^4 =$

۱۱) $27 =$

۱۲) $\sqrt{2\omega^{2x+1} + \omega^{2x+1} - 9}$ را به صورت آزاده.

۴۴ - اگر 3^5 واحد بی محذو عوری اضافه کنیم، عدد 5440 به صورت می‌آید. آن عدد کدام است؟

۴۵ - محاصل عبارت‌های زیر را به صورت آزاده. (با توجه به این رابطه $\sqrt{x^2} = |x|$)

۱) $\sqrt{(-\frac{1}{8})^4} =$

۲) $\sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})^2} =$

۳) $\sqrt{(2\sqrt{10} - 1)^2} =$

۴) $\sqrt{(2 - \sqrt{6})^2} =$

۴۶ - محاصل عبارت‌های زیر را به صورت آزاده. ($x, y, s \neq 0$)

۱) $\sqrt{x^v \times y^u \times x^w \times y^z} =$

۲) $\sqrt{\frac{s^{-k} \times s^k \times r^y}{r^{-k} \times s^{-k}}} =$

۴۷ - اگر x و y هردو بیست باشند، محاصل عبارت‌های زیر را به صورت آزاده.

۱) $\sqrt[4]{x^2 y^4} \times \sqrt[4]{y^2 x^4} =$

۲) $\sqrt[4]{2v x^u y^w} \div \sqrt[4]{u x^v y^w} =$



$$1) \sqrt{a^4 \times a^3 \times a} =$$

۲۹ - محاصل عبارت های زیر را به صورت آزاد بفرمایید.

$$2) \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{c}} =$$

$$3) \sqrt[4]{2a} \times \sqrt[3]{a} =$$

$$4) \frac{\sqrt{-(-9) \times \frac{14}{25}}}{\sqrt{181}} =$$

$$5) \frac{\sqrt[3]{-1} \times \sqrt[3]{125}}{\sqrt{425}} =$$

$$1) \sqrt{288} =$$

$$2) \sqrt{98} =$$

$$3) \sqrt{343} =$$

۳۰ - عبارت های زیر را به صورت آزاد بفرمایید.

۳۱ - اگر محت کل مکعب $100a^3$ باشد، حجم آن را در صورت آزاد بفرمایید.

$$A = \frac{\sqrt{A + \sqrt{\frac{4}{9} - \frac{1}{100}}}}{\sqrt{\frac{14}{100}} + \sqrt{\frac{4}{100}}} =$$

۳۲ - در معادل معامل تعداد A را احتمال نمایید.

$\cdot (a > b)$ را احتمال نمایید و بدین ترتیب مطلب مزبور است. ۳۳ - محاصل عبارت

$$1) \sqrt{141} - \sqrt{44} =$$

۳۴ - محاصل عبارت های زیر را به صورت آزاد بفرمایید.

$$2) \sqrt[3]{0.100} - \sqrt[3]{125} =$$

$$3) \sqrt{a - \frac{4}{9} - \frac{4}{100}} =$$

$$4) \sqrt{V + 9\sqrt{9}} =$$

$$5) \sqrt{14V - 11\sqrt{89}} =$$

$$7) 4\sqrt[3]{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt[3]{2} + \sqrt{2} =$$

$$8) 9\sqrt{7} - 3\sqrt[3]{24} + \sqrt{28} - 1\sqrt[3]{11} =$$

$$9) \sqrt{5} (\sqrt{20} - \sqrt{45}) =$$

$$10) (\sqrt{32} + \sqrt{80} + \sqrt{98}) \div \sqrt{2} =$$

$$11) (\sqrt[3]{11} - \sqrt[3]{480} - 4\sqrt[3]{24}) \div \sqrt[3]{4} =$$

$$12) 4\sqrt{10} - 3\sqrt{10} + 2\sqrt{32} - \sqrt{18} + 2\sqrt{3} =$$

$$\text{ا) } \frac{\sqrt{v}}{2\sqrt{10}}$$

$$\text{ب) } \frac{-1}{\sqrt{8}}$$

$$\text{ج) } \frac{-v}{\sqrt{x-1}}$$

$$\text{د) } \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$$

$$\text{ه) } \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{10}}$$

۳۵ - فرج کرده‌ای زیرا کویا نشد.

۳۶ - قطر برابر $\sqrt{480}$ است. اندازه محیط و مساحت این دایره را حساب نماید.

۳۷ - اگر $x > 0$ باشد، حاصل عبارت شامل رابطه‌ای درست است.

$$\sqrt{x^4 \sqrt{x^2 \sqrt{x^2}}} =$$

$$\frac{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}} =$$

۳۸ - عبارت شامل را برسید و درین صورت نتیجه نمایید.

« تست‌های آندرفصل ۴ »

۱- ندام نزین با مقایسه فرق دارد؟
 (۱) $\frac{1}{4^4}$ (ج) $\frac{1}{4^2}$ (ب) $\frac{4}{4^2}$
 (الف) 4^2

۲- حاصل عبارت زیر ندام نزین است؟
 $A = \frac{5 \times 2^2 + 4^{-1}}{\frac{1}{4^2}} =$
 (۱) $\frac{4}{8}$ (ج) ۷ (ب) ۳ (الف) $\frac{1}{8}$

۳- ازین نزین‌های زیر، کدام را شخص نماید.
 (۱) $(\frac{1}{4})^{-1}$ (ج) $(\frac{1}{4})^0$ (ب) $(\frac{1}{4})^{-2}$ (الف) $(\frac{1}{4})^{-7}$

۴- ندام می‌از اعداد زیر با اعداد علمی صحیح نوشته شده‌اند؟
 (۱) $1/3 \times 10^9$ (ج) $75/4 \times 10^{-2}$ (ب) $-7/3 \times 10^{-7}$ (الف) $5/35 \times 10^0$

۵- ساده شده عبارت معامل ندام نزین است؟
 $A = \sqrt[3]{\alpha f m^2 n^r} = ?$
 (۱) $3m^2 \sqrt[3]{4n^2}$ (ج) $3m^2 \sqrt[3]{4n}$ (ب) $3m^2 \sqrt[3]{4n^2}$ (الف) $\sqrt[3]{4n^2}$

۶- حاصل عبارت معامل ندام نزین است؟
 $A = \sqrt[3]{\sqrt{4f}}$
 (۱) ۲ (ج) $\sqrt[3]{4}$ (ب) ۸ (الف) ۴

۷- اگر $0 < a < 1$ باشد، حاصل عبارت معامل بروان در مطلق محیط است.
 (۱) $-14a$ (ج) $14a$ (ب) $13a$ (الف) $-13a$

۸- کویا شده‌ی کرمقال ندام نزین است.
 $\sqrt[3]{\frac{4}{4}} = ?$
 (۱) $\sqrt[3]{4}$ (ج) $\frac{\sqrt[3]{4}}{4}$ (ب) $\frac{\sqrt[3]{18}}{3}$ (الف) $\sqrt[3]{9}$

۹- در جای خالی عبارت معامل ندام نزین را از اعداد هم‌ناتایی بتوان باشد?
 (۱) ۲۰ (ج) ۵ (ب) $4\sqrt{5}$ (الف) ۴

۱۰- حاصل عبارت $\sqrt{3+2\sqrt{3+2\sqrt{3+2\sqrt{3+\dots}}}}$ ندام است?
 (۱) $2\sqrt{3}$ (ج) $3+\sqrt{2}$ (ب) ۳ (الف) ۴

«جای خالی مضمون ۴»

- ۱) هر عدد فقط رشته سوم دارد.
- ۲) عدد های رشته دوم ندارند.
- ۳) اگر که عدد حقیقی باشد، رشته سوم آن را با ناش می‌ریسم.
- ۴) رشته سوم ۶۴ عدد دارد. عدد $\frac{8}{47}$ می‌باشد.
- ۵) هر عدد به توان برآورده با معلوم همان عدد است.
- ۶) میط میتوان مساحت الاضلاع بungle ۴۷ برآورده باشد.
- ۷) عدد ۴ - رشته عدد ۶۴ است.
- ۸) نادر علی که عدد اعشاری سیست به صورت انت که در آن $\overline{52} \overline{52} \dots$ عددی است.
- ۹) عدد های بین صفر و که هر چه بتوان بشرطی برآورد شوند می‌شوند.
- ۱۰) در رو عدد توان دار، با طایرهای مادی عددی خواسته است که باشد.

فصل ۵

عبارت‌های جبری:

هر طور از عبارت‌های لذت‌سر بردار دارید که اعدادی مانند x , y و ... را به اعداد (نمایه) می‌توانیم بهای آنها مراد دهیم، «تفیر» می‌نامیم.

عمل جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، توانزیری و رشته کری د... در تعبیرهای $x+y$ و ... را «اعمال جبری» و عبارت‌های برداشت آمده در حسابهای جبری را «عبارت‌های جبری» می‌نامیم.

مثال: y^3x , $5x^2y - a$, $\frac{2}{7}$ و $\sqrt{2}$ نمونه‌هایی از عبارت‌های جبری هستند.

عددی‌های ها:

هر عبارت را که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توانزیرهای صحیح و منفی (اعداد) می‌باشد تعبیر باشد، «کسر عددی» می‌نامیم.

بعضی از عبارت‌های کسر عددی را در صورت $a^m b^n c^p$ در توانزیر a یک عدد حقیقی و مثبت (ضریب عددی) و n یک عدد صحیح و منفی می‌باشد.

مثال: $2x^3 - ax^2 + 4y^3 + 2mn^3 - \frac{3}{7}y^2 - 15\sqrt{2} + \frac{mx^4}{a} - \sqrt{3}x^3y^2z^5 + \frac{2}{3}a^3bz^4 + 7x^3$.

نمره: هر عدد ثابت قدرتی کسر عددی می‌گردد، مانند: $-\sqrt{3}$, 4 , $-\frac{3}{5}$.



کسر عبارت در صورت کسر عددی (کسر عددی) نیست اگر شامل یکی از عبارت‌های زیر باشد:

○ بیش از یک جمله را داشته باشد، یعنی جمله‌گویی با علاوه همی دارد.

○ تفیر در فرج باشد و توانزیر منفی (توانزیر، عبارت‌های صحیح منفی باشد) را داشته باشد، مانند: y^3 .

○ تفیر زیر رادیکال باشد، مانند: \sqrt{xy} و \sqrt{a} (ضریب تفیر را دیگری باشد کسر عددی است).

○ توان تفیر عددی غیر صحیح باشد، مانند: x^{-3} , $x^{\frac{1}{3}}$.

○ تغیر در عبارت توابع نوشتہ شود، مانند $-x^a, 4x^a$

○ تغیر در قدر مطلق باشد. مانند: $|ab|, |x|, |abc|$

هرگز: کدام عبارت های زیر مطلب ای هستند؟
 ۱) x^a (الف)
 ۲) $v = b^a$ (ب)
 ۳) $\sqrt{a^b}$ (ج)
 ۴) $\frac{1}{a}x^b$ (د)
 ۵) $\frac{1}{x^a}$ (ز)
 ۶) a^{b^c} (خ)

۷) $\sqrt[3]{a^b}$ (ر)
 ۸) $\sqrt[4]{x^b}$ (پ)
 ۹) x^{a^b} (ت)
 ۱۰) a^{x^b} (پ)

مشتقات های مختلف مطلب ای جزوی:

هرگز مطلب ای جزوی، از درست (ضییب) و غیر مساخته شده است.

$\frac{ab^3}{3}$ $\frac{-bx^3b^2}{4}$ $\frac{-Vx^3b^2}{3}$
 مشتقاتی مشتقاتی مشتقاتی
 قسمت عدی قسمت عدی قسمت عدی

کتابچه مطلب ای مسابقه:

هرگاه در مطلب ای، مشتقات (تغیرها و ترازهای آنها) طبقاً می‌باشد (جا به جای این انداد) به ترازها
 جملات مطلب مشابه می‌گوییم.
 $5x^3y^2, -2x^3y^2, -\frac{3}{2}y^2x^3, \frac{4x^3y^2}{5}$ تئیه شوند ← مثال

$5x^3y^2, 3x^2y^3z$ ← مشتقات شوند

هرگز: مطلب ای های تئیه برای مشخص نمایند.

$4ab^2, 9ba^2, \sqrt{a^2b}, 400\sqrt{2ab^2}, \frac{9}{4}a^2b, 4ab^2, 0, 12ab^2$



حین حمله ای جبری:

از جمع یا تفرقه دو یا چند حمله جبری غیر باشد، بجز حمله ای جبری ایجاد می شود.

$$4x^3 + 2xy - 5 \Rightarrow \text{مسئل}$$

$$3x^3 + 4xy^3 \Rightarrow \text{د) حمله ای}$$

جمع یا تفرقه حملات جبری:

در صورتی می توان روابط چند حمله جبری را باهم جمع و تفرقه کرد که نتیجه باشد. مثلاً $6x^3 - 4x^2 + 3x^1 - 2x^0$ از ترتیب ضریب های آنها $6, -4, 3, -2$ است. اگر مجموع و تفرقه این حملات را در نظر نداشتم $6x^3 - 4x^2 + 3x^1 - 2x^0 = 6x^3 + 3x^1 - 4x^2 - 2x^0$ نتیجه خواهد گشت.

$$(الف) -5xy^3 + 4xy^2 + 8y^3x - xy^1 = (-5 + 4 + 8 - 1)xy^1 = 4xy^1 \quad \text{مسئل:}$$

$$\rightarrow 1\frac{4}{3}xy^4 - \frac{5xy^3}{3} + xy^2 + \frac{8}{3}y^3x =$$

$$(ج) \sqrt{1}ab + \sqrt{4}ab^2 - 5\sqrt{1}ba + 7\sqrt{3}ab^2 =$$

ضریب عدد در حمله جبری، آن عدد در ضریب حمله جبری ضرب می شود.

$$\rightarrow 1\frac{4}{3}x^3\underset{x}{\cancel{xy}} = 1\frac{4}{3}xy \quad (\text{الف: مسئل})$$

$$\rightarrow 1\frac{4}{3}x(-1\frac{10}{3}xy) = +\frac{20}{9}x^2y = 4x^2y$$

$$\rightarrow 4x^2 - xy =$$

ضریب دو حمله جبری:

در ضرب دو حمله جبری، ضریب ها را هم ضرب می کنند و قسمت های حرف نزدیک به ضرب می کنند. در ضرب ترتیبی خواه، حروف ممکن است توان هایی از جمع می شوند (مُل ضرب اعداد توأم دار باشند های مساوی).

مسئل:

$$2xy^3 \times 3x^3y^2 = (2x^3) \times \cancel{2}^{\cancel{1+3}} \times \cancel{y^3}^{\cancel{4+2}} = 4x^4y^4 \quad (\text{الف})$$

$$\rightarrow -\frac{3}{5}xy^4 \times 20xyz =$$

گزینه: حاصل عبارت های زیر را به صورت آزاد بفرمایید.

۱) $2(-4x \times 5x^3) =$

۲) $-2(2x) \times (-3x^3) =$

۳) $5(-4y^3)(-3y^4) =$

۴) $(\frac{1}{4}a^3b)(ab)(-\frac{3}{5}a^3c^5) =$

۵) $(-\frac{1}{2}x^3y)(xy)(-\frac{4}{3}x^3z^4) =$

۶) $(-\frac{1}{4}a^3b^4)(-a^3c^4)(-\frac{5}{6}a^4b^3) =$

۷) $(-\frac{3}{11}x^4y^6)(xz^3)(\frac{10}{11}x^4y^4) =$

۸) $2(2xy^5)(-3x^3y^3) =$

۹) $(4x^3y)(2x^3y^4) + x^3y^4(-5x^3y) =$

۱۰) $2(5xy^4)(-3x^3y^3) =$

۱۱) $(4x^3y)(4x^3y^3) + xy^6(-5x^3y) =$

۱۲) $(-2ac^4)(-4a^3c^3) - (-a^3c^4)(-2a^3c) =$

۱۳) $(4x^3y^3)(-5xy^3) - xy(-2x^3y^4) =$

۱۴) $(\frac{1}{4}a^3b)(ab)(-\frac{9}{5}a^3c^5) =$

۱۵) $5(-14x \times 5x^4) =$

نمایاندن مبتدا جمله جبری:

ماس اندیش جمله جبری را نمایانم، هم ضرب آن و هم حرف آن را به توان مرد تظریه رسانم

$$(4xy^3)^3 = 4 \times 4 \times 4 \times y^9 = 64x^3y^9$$

ب) $(\sqrt{7}x^2y^4)^3 =$

ضرب در جمله را بروزتر:

برای ضرب مبتدا جمله (یا یک عدد) در مبتدا جمله (یا عدد) مارهه جمله های درون را انتزاع ضرب کنیم

$$3(2x - 4y^3) = 6x - 12y^3 \quad (\text{الف})$$

ب) $-2x(2x - 4y^3) =$

ج) $50xy(\frac{3}{5}x^2y - \frac{5}{10}xy^3) =$

د) $3(4x^3 - 3x^2y^3 - 4) - 2x(4x - 2xy^3 - 5) - (8x^3y^3 - 12) =$

ضرب در راه ران:

برای اینجا که این جملات را نتیز اول مارهه جملات را نتیز دوم ضرب می کنیم و پس جملات تسا برا

نماییم:

$$(2x + 4y)(4x^3 + 9y^3 - 4xy) = 8x^4 + 16xy^3 - 8x^2y + 16x^3y + 36y^4 - 16xy^2 = 8x^4 + 24y^4$$

ب) $(2x - 4y)^3 =$



- با محاسبه میر عبارت جبری، برای ای مقادیر داره شده، آنها با برخود عبارت را تا حد اعظم نمایند.

شل: حاصل عبارت معامل را برای $x = -2$ و $y = 3$ بیان کنید.

$$2x(2x-2y) - (2x-y)(2x+y)$$

- در این مرحله عبارت های جبری، با بررسی صورت وجود ریاضیاتی تو در تو، از طبقی ترین قسم شروع به

حل میکنیم.

شل: حاصل عبارت معامل را برای میان صورت بیان کنید.

$$(الف) 5x[3x - 2(4x - 5y) - 4y] + 45x^3 =$$

تمام: حاصل عبارت های ذیر را به شکل آورید.

$$1) \left(\frac{3}{4}x^3y^2\right)^4 =$$

$$2) (-\sqrt{3}a^3b^2)^2 =$$

$$3) \left(\frac{\sqrt{2}}{5}a^3b^3\right)^3 =$$

$$4) (-3x^4)\left(\frac{1}{3}x^3\right)^3 =$$

$$5) 4(5xy^4)^2(-2x^3y^2) =$$



$$4) 4(+3x^2y)^4(-5x^7y^2) =$$

$$5) -2(-3x^2y^3)^4(-x^3y^7)$$

$$6) (4y^3+3)(9y^9-8y^3+2) =$$

$$7) (3y^8-4y)(y^3-1) =$$

$$8) y - [(x^3-y) - (x^3-1)] =$$

(درجهٔ تعدد جمله‌ای ها و درجهٔ جمله‌ای های نسبت به متغیر):

• درجهٔ تکیه جمله‌ای نسبت به هر یکی از متغیرها:

درجهٔ تکیه جمله‌ای صفر تغیر، توان هر متغیر را درجهٔ تکیه جمله‌ای نسبت به آن تغیر معرفی کویم. شدّاً درجهٔ جمله‌ای ۴ درجهٔ نسبت به تغیر x برابر ۵ درجهٔ نسبت به تغیر y برابر با 3 درجهٔ نسبت به تغیر z برابر با 2 می‌باشد.

• درجهٔ تکیه جمله‌ای نسبت به تمام متغیرها:

درجهٔ تکیه جمله‌ای صفر تغیر، مجموع توان‌های متغیرها (x, y, \dots) را درجهٔ تکیه جمله‌ای می‌کویم. شدّاً درجهٔ تکیه جمله‌ای $x^3y^4z^5$. درجهٔ آن تکیه جمله‌ای نسبت به تمام متغیرها برابر با مجموع توان‌های متغیرها x, y, z می‌باشد. بعین $1=1+3+4+5=9$ می‌باشد.

• درجهٔ خرد جمله‌ای نسبت به یکی تغیر:

درجهٔ خرد جمله‌ای، درجهٔ آن نسبت به یکی تغیر برابر با زیرترین درجهٔ نسبت به آن متغیر است. شدّاً درجهٔ خرد جمله‌ای $-3 - 2x^3y^3 + 2xy^5 + 4x^6y^7$ درجهٔ نسبت به x برابر با 5 و نسبت به y برابر با 7 و نسبت به z برابر با 0 می‌باشد.

(آندره): درجه تک جمله‌ای نسبت (اعداد حقیقی غیر از صفر) مانند $\frac{3}{5}x^2 + 7x + 54 - 75$ و... صفات

از را این اعداد را می‌توان به صورت $\frac{3}{5}x^2 + 7x + 54 - 75$ و... نوشت.

تمدن:

۱- محدود نیز را کامل نماید.

جهت جمله‌ای دهنده جمله‌ای	مقسوم‌ها	درجہ نسبت به x	درجہ نسبت به y	درجہ نسبت به z
$\sqrt{3}x^3y^2z^5$				
$5x^2y^3z^4$				
$-12x^3y^4$				
$\frac{3}{a}$				
$2\sqrt{3}x^4y^3z^9$				
$-ax^3y^3 + xy^5 - a$				
$2y^5x^3 - 3x^5y^3 + ax^3y^6$				
$2x^3y^5 - vx^3y^5 - \frac{1}{2}x^3y^3 + 6$				

(مندیز): درجه جمله‌ای را نسبت به چه متغیر است؟

وقتی من خواهیم کرد جمله‌ای را نسبت به یک متغیر مرتب کنیم. معمولاً جملات را طوری که نیز سیم کارهای از جمله به رسم توانیم آن متغیر کم را بخونیم. برخلاف جملات را نسبت به توانی های نزوی (از بزرگ به کوچک)

که متغیر مرتب می‌کنیم.

(آندره): بر عکس نزوی (بزرگ به کوچک) صعودی (از کوچک به بزرگ) می‌باشد. اما توجه نمایند که جملات است زندگان و تعارف جمله‌ای ها مرتب کردن نسبت به یک متغیر را صعب توانش های نزوی که متغیر می‌باشد.

مثال: جمله‌ای عامل را نسبت به متغیر x مرتب نمایید.



تمام:

۱- در عبارت های زیر مبتداً حدبای ها را تشخیص دهید.

(الف) $2x^2 + 3x + 4 - \sqrt{3}a$, $\frac{a^3}{\alpha}$, $\sqrt{x}(4y)$, $172 - 3x^4$, $\sqrt{m^4}$

(ب) $\frac{3}{y^3}$, $\sqrt{x} + 32x$, $\frac{x^3}{3}$, 9^2 , $-4x^2y^3z^0$, x^{-1} , $\sqrt{8} - \frac{2}{x^3}$

(ج) $\sqrt{x^2a}$, $\frac{72xy^3}{\alpha z}$, $3\sqrt{5}$, $-\frac{2}{\sqrt{v}}\sqrt{a}$, $\sqrt{4}a$, $9^{1/4}$, $\frac{-3}{4x^{-2}}$, $-m^3$

۲- در حکایم از مبتداً حدبای های زیر ضریب عددی و عبارت حرفی را تشخیص دهید.

(الف) $\sqrt{x}^3 =$ (ب) $-\frac{\sqrt{a}}{4}x^3y^4 =$ (ج) $-\frac{xy^4}{6} =$

(د) $\frac{\sqrt{2}a^2x}{10} =$ (ه) $\frac{-a^2xy^3}{3} =$ (ز) $-\sqrt{a}m^2 =$

۳- در عبارت های زیر مبتداً حدبای های ستایر را تشخیص دهید.

(الف) \sqrt{xy} , $-3xy^2$, $-\frac{xy}{8}$, $\frac{4}{\sqrt{r}}xy^3$, $-\sqrt{12}x^2y$, $\frac{3}{x^3y}$.

(ب) $14x^{-1}$, $\frac{35}{x}$, \sqrt{xy} , $35xy^3$, $\frac{-3}{\sqrt{r}}yx^3$, $\frac{40}{9}x^2y$, $\sqrt{12}x^{-1}$.

(ج) $4ab^3$, $4a^3b$, $\sqrt{3}ab^2$, $4ab^3$, $\frac{-v}{ab^2}$, $\sqrt{r}a^3b$, $\frac{4}{\sqrt{3}}a^3b$.

۴- در عبارت های زیر حکایم که مبتداً حدبای نیستند؟ علت آن را تشخیص دهید.

(الف) $\sqrt{6x^3}$



$$\rightarrow -ax^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{4}} =$$

$$\Rightarrow \sqrt{a}ay - \frac{a}{y} =$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4}x^{\frac{1}{4}} =$$

$$\therefore 4a^{\frac{1}{4}} + 4a^{\frac{1}{4}}b =$$

$$\text{c) } y^3 - 5y + \frac{3}{5}y^4 =$$

۵ - مقدار جمله اسی های زیر را نسبت به متغیر x مرتب نماید.

$$\text{الف) } 4x^7 - 9x^5 - 8 + \frac{x}{4} =$$

$$\Rightarrow \sqrt{4}x^5y - 4y^3x + 7x^6y^2 + 18y^8 =$$

$$\text{ج) } 10xy^9 - 4x^3y^3 + 4x^5y^2 - 9x^{10}y^{12} =$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}x^3y^2 - 4xy^3 + 4x^5y^2 - 4$$

۶ - معادله های جملی زیر را مساوی کرده و نسبت در توانستهای زوایی y مرتب نماید.

$$\text{الف) } y^3 - y [(x-y) - y(y-1)] =$$

$$\Rightarrow -4b^3 - 8by + y^3 - [4b^2 + 8by - (4b^2 - 8by)] =$$

$$\Rightarrow y - [(x-y) - (x-4y^2) - (4x-y^2)] =$$



۷ - معادلهای جزی از راساره کنید و میان آنها حسب توان های ترددی مرتب نماید.

$$\text{ا) } (4t^4 - 4t)(t^4 - 1) =$$

$$\rightarrow 1(t^4 - 1)(t^4 + 4t + 4) =$$

$$\stackrel{=}{=} 1(\sqrt[4]{t^8} - \sqrt[4]{t^4})(\sqrt[4]{t^8} + \sqrt[4]{t^4}) =$$

$$= 1(t^8 - 4t^4 - 4)(t^8 + 4t^4 + 4) =$$

کارهای اساسی صفحه ۸۱ و ۸۰ :

۸ - معادلهای جزی از راساره و میان آنها را نسبت به ترازهای ترددی مرتب نمایید.

$$\text{ا) } -\omega a^4 - 4\alpha x + x^4 - (4x^4 + \omega ax - 4a^4) =$$

$$\rightarrow -\omega a^4 - 4\alpha x + x^4 - [4a^4 + \omega ax - (4a^4 - 4\alpha x)] =$$

$$\text{ج) } (4x + \omega x^3)(x^4 + x^2 + 1) =$$

$$\text{د) } (x + x^3)(x^4 + x^2 + 1) =$$

$$\text{و) } (x^4 - 4x + 1)(x^4 + x^2 - 4) =$$



لست:
۱- درجهٔ حمله‌ای $\frac{-x^3y^2a}{4}$ ضریب عددی نامناسب است؟

(۱) $-\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) x^3y^2a (۴) $-x^3y^2a$

۲- حاصل عبارت $(5xy)^2(4xy^4) + xy^4(-3xy)^2$ نامناسب است؟

(۵) $125x^3y^3$ (۶) $25x^2y^3$ (۷) $72x^4y^3$ (۸) $84x^3y^6$

۳- نامناسب از عبارات زیر حمله‌ای نیست؟

(۹) $\frac{x+1}{3}$ (۱۰) $\frac{4}{y}-y^2$ (۱۱) $\sqrt{4y}-y^2$ (۱۲) $x^3-2xy+y^4$

۴- درجهٔ حمله‌ای $(x^2+4x-1)(x^3-4)^2$ مینداشت؟ (آنچه شدن)

(۱۳) ۳۷

(۱۴) ۴۷

(۱۵) ۱۶

(۱۶) ۱۰

۵- مجموع ضرایب عبارت $(x^3+x-4)^{1397} + (x^3-x-2)^{8019}$ نامناسب است؟

(۱۷) ۱

(۱۸) ۲

(۱۹) ۴

(۲۰) ۳

$a = -2, b = 3$ از اینها $3a^2 - b^2 + rab$ نامنادری دارد.

(۲۱) -۸

(۲۲) ۷

(۲۳) -۹

(۲۴) ۹

۶- عبارت $x^8 + 2x^4y^4 + 2x^4 + 4y^4x + y^4x^4$ نامنادری است.

(۲۵) $x^8 + 2x^4 + 2x^4y^4 + 4x^4y^4 + 2y^4$ (۲۶) $2y^4x^4 + y^4x^4 + 4y^4 + x^8 + 2x^4$ (۲۷) $2x^4y^4 + x^8 + 2x^4 + 4y^4x^4 + 4x^4y^4$ (۲۸) $x^8 + 2x^4 + 2x^4y^4 + 4x^4y^4 + 2y^4$

۸ - درجهی خیهای $y - xy - yx^2$ نسبت به x حدف برایست با:

(۱)

(۲)

(۳)

(۴) انت

۹ - کدام کسر زیر معرفت می‌چهای است؟

 $8y^{-4}$ $\frac{4}{x} (8)$

(۱)

 $\sqrt[4]{x}$ انت

۱۰ - حاصل عبارت $(x-a)(x-b)(x-c) \dots (x-y)(x-z)$ مواردی است؟ (موجو طبیعی)

$$\left(x^4 - 1 \times 2x^3 \times \dots \times 24 \right) (x - (a+b+\dots+y+z)) \rightarrow \text{انت) صفر}$$

$$x^4 + (a+b+x+z) - 1 \times 2x \dots \times 24$$

۱۱ - کدام کسر زیر می‌باشد؟

-ab

-ba

ab²

abd

۱۲ - اگر درجهی چهاری $a^4 + 2\sqrt{3}xy^3 - 2\sqrt{3}x^3y + b^4$ نسبت به x و y درجهی چهاری است، کدام می‌باشد؟ (نحوه درجی)

-۴

-۴

۵

۴) انت

۱۳ - درجهی چهاری $4x^4 - x^3y^4 + 5xy^8z$ نسبت به متغیرهای x و y از درجه ۹ باشد، عضوهای کدام می‌باشند؟ (نحوه درجی)

{ $n \in W | n < 1$ } (۱) { $n \in N | n < 3$ } (۲) { $n \in Z | n < 3$ } (۳) { $n \in N | n < 4$ } (۴) انت

۱۴ - ضریب x در حاصل عبارت $(1+x)(1+2x) \dots (1+1499x)$ (سهمی) کدام است؟

۱۴۹۷ × ۱۴۹۸

۱۴۹۶ × ۱۴۹۷

 $\frac{1496 \times 1497}{2}$ $\frac{1494 \times 1495}{2}$ انت

لئه :

١٥ - حاصل عبارت $(3xy)^2(4x^3y) + xy^5(-2x^2y)$ نام نزدیک است؟

- الف) $34x^3y^3$ (ج) $30x^3y^5$ (ب) $-34x^3y^5$ (ـ) $34x^3y^6$

١٦ - حاصل عبارت $(2x^2 - 3)(x^4 + x^2 + 1)$ نام نزدیک است؟

- الف) $x^4(2x^4 - x^2 - 1) - 3$ (ب) $x^4 - x^4 - x^2 - 3$
 (ـ) الف و ب (ج) $x^4(2x^4 - x - 1) - 3$

١٧ - حاصل عبارت $-3a^2 - 5ax + x^2 - [3a^2 - 5ax - (2a^2 - 4ax)]$ نام نزدیک است؟

- الف) $-10a^2 + 9ax + x^2$ (ـ) $x^2 + 4ax - 9a^2$
 (ب) $-5a^2 - 5ax + x^2$ (ج) $x^2 - 5ax + 9a^2$

١٨ - ضرب x در حاصل ضرب $(x^2 - 2x + 1)(x^2 + x - 2)$ نام است؟

- ـ) ١ (ب) (ـ) ٢ (ج) (ـ) ٣ (ـ) (ـ) الف) ٣

١٩ - در حین حل ای $x^2(x^4 + 4) + (x^3 + xy + 2)^2 - (x^2 + xy)^3$ نسبت نام است؟

- ـ) ١٧ (ب) ٢٠ (ج) ٣٥ (ـ) (ـ) الف) ١٨

٢٠ - حاصل عبارت $(\sqrt{2}x^3y^2)(\sqrt{8}x^3y^{-2})(\frac{1}{x^2y^4})^3(-2x)^4$ نام است؟

- ـ) $8x^8y^{-10}$ (ب) $-42x^8y^{-4}$ (ج) $-8x^8y^{-10}$ (ـ) $32x^8y^4$ (ـ) الف)

اعمار جزی:

اگر دو عبارت جزی به شرطی باشند که به ای هر تعدادی متغیرها با حاصل مبتداشته باشند،
جزیری هایی حاصل از آنها را «اعداد جزی» می نامیم.

$$2+2 = 4$$

$$\text{مثال: } \begin{cases} x=1 \Rightarrow 1+1+1=3(1) \Rightarrow 3=3 \\ x=2 \Rightarrow 2+2+2=3(2) \Rightarrow 6=6 \\ x=300 \Rightarrow 300+300+300=3(300) \Rightarrow 900=900 \end{cases}$$

$$\text{اعماق: } x(x+1) = x^2 + x \rightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow 2(2+1) = (2)^2 + 2 \Rightarrow 2(3) = 4+2 \Rightarrow 6=6 \\ x=-3 \Rightarrow -3(-3+1) = (-3)^2 + (-3) \Rightarrow -3(-2) = 9-3 \Rightarrow 6=6 \end{cases}$$

همان طور که مشاهده می شود به ای هر تعدادی که به ای هر تعدادی متغیرها مترادف داشتم، حاصل رو طرف تساوی باهم مبارزه شود. هر کاره حاصل رو عبارت جزی به ای هر تعدادی مختلفی که به ای هر تعدادی متغیرها مترادف داشتم، مبارزه شود، اصطلاحاً می بینیم این روابط متعدد هستند یا کل اعداد داره اند.

قدرت: اعدادهای جزی به شماره هستند اما بجز از آنها که بر دست داده شده در ادامه به عنوان آنها و کاربردهای آنها معرفی می شوند.

مفهوم معادله:

معادله می تواند جزو ای است که به ای بجزی از مقادیر متغیرها با متغیرها به تساوی مداری تبدیل می شود.

$$\text{مثال: } 3x+4 = 12 \rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow 3(1)+4=12 \Rightarrow 3+4 \neq 12 \Rightarrow 9 \neq 12 \\ x=200 \Rightarrow 3(200)+4=12 \Rightarrow 600+4 \neq 12 \Rightarrow 604 \neq 12 \end{cases}$$

تئیه جزی:

نمایش اعداد به ای کام مقادیر تراویر ای دی را مقادیر محدودی عدد حقیقی تساوی برقرار است.



تمام

کلام مفهی از عبارت های زیر اخبار است؟

$$\text{لف) } (x+4)^2 = x^2 + 16$$

$$\text{ب) } 4(2x-4) = 4x - 12$$

$$\text{پ) } (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

اتحادهای جبری اهم:

• اخبار مربع دو جمله ای:

عبارت جبری $(2x+5)$ دو جمله ای و عبارت $(2x+5)^2$ را مربع دو جمله ای می نامیم. برای برهت آوردن حاصل عبارت $(2x+5)^2$ می توان از دروش استفاده کرد.

روش اول: ضرب دو جمله ای

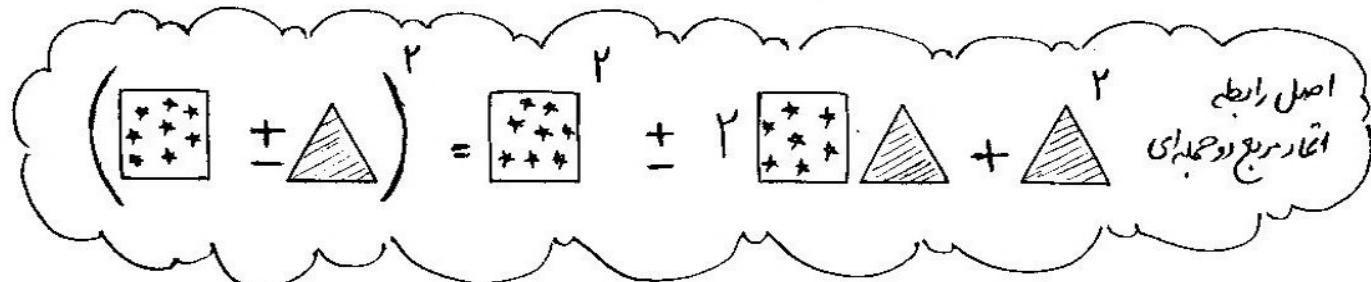
$$(2x+5)^2 = (2x+5)(2x+5) = (2x)(2x) + (2x)(5) + 5(2x) + (5)(5)$$

$$= 4x^2 + 10x + 10x + 25$$

$$= 4x^2 + 20x + 25$$

روش دوم: استفاده از اخبار مربع دو جمله ای

$$(2x+5)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(5) + (5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$$



$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 : \text{اخبار مربع مجموع دو جمله}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 : \text{اخبار مربع فاصل دو جمله}$$

اخبار مربع مجموع دفاصل
دو جمله ای پاچی
 $a, b \in \mathbb{R}$

اعاده مربع مجموع (نهاصل) در جمله ای به زبان فارسی:

«مربع مجموع (نهاصل) در جمله برای اینست با مربع جمله اول به علاوه (عنوان) دوبار بر حاصل ضرب جمله اول در جمله دوم به علاوه مربع جمله دوم».

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = (a^2 + ab + ba + b^2) = (a^2 + 2ab + b^2)$$

است جزئی اعاده مربع مجموع و نهاصل در جمله ای:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

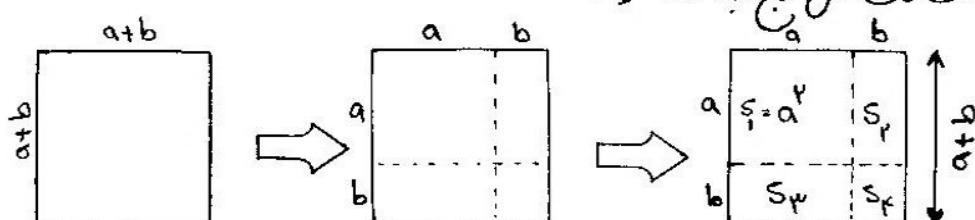
$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

است هندسی اعاده مربع مجموع در جمله ای:

مربع به صفحه $a+b$ در نظری کریم، مساحت این مربع را به دروش عالیه بیاییم.

$$\Rightarrow \text{مربع} = (a+b) \times (a+b) = (a+b)^2 \quad \text{روش اول:}$$

روشن دوم: در این روش همان مربع با لارام قسمت های مختلف تقسیم کنیم و مساحت هر قسم را بدست یابیم و آنرا با مجموع مساحت هر کدام قسم که مساحت کل مربع به دست آید.



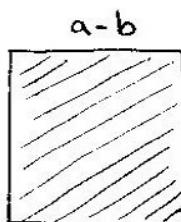
$$\text{مساحت کل} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = (a \times a) + (a \times b) + (a \times b) + (b \times b)$$

$$= a^2 + ab + ab + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

$$S_2 = S_3 \Rightarrow (a+b)^2 = S_1 + 2S_2 + S_4$$

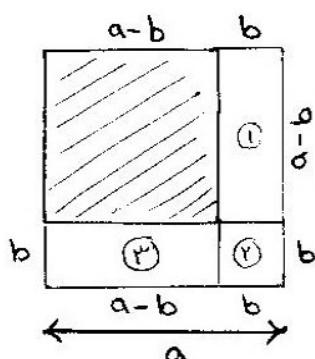
آنچه هندسی آنچه مربع باطل دو جمله‌ای:



بروش اول، مساحت مربع $a-b$ در نظری کریم و مساحت مربع را بدلت می‌آوریم.

$$\Rightarrow \text{مساحت} S = (a-b)(a-b) = (a-b)^2$$

موش روم: حال دهندر مربع زیر شده را در نظر بگیر که مربع بزرگ تر به ضلع a داریم. اگر مساحت مربع بزرگ، مساحت قسمت‌های کوچک‌تر را کم کنیم، دوباره مربع زیر شده بدلت می‌آید.



$$\begin{aligned} & \text{مساحت } ③ + \text{مساحت } ② + \text{مساحت } ① = \text{مساحت مربع بزرگ} \\ & S = a^2 - (b(a-b) + b^2 + b(a-b)) \\ & S = a^2 - (2ab - b^2) = a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

کار در کلاس صفحه ۸۳

۱- مسائل عبارت‌های زیر را با توجه به اعداد مربع دو جمله‌ای برسی کنید.

a) $(2x+1)^2 =$

b) $(4a+4b)^2 =$

c) $(x^2 - \frac{1}{x})^2 =$

d) $(2xy - \frac{1}{y}x^2)^2 =$

e) $(\sqrt{x} + 3\sqrt{y})^2 =$

f) $(5 - 2\sqrt{2})^2 =$

۲ - مراحلی های را کامل نماید.

$$(\dots + 3b^k)^4 = 4a^4 + \dots + 9b^k$$

$$\rightarrow 1 (1+b)^n = 1 + \dots + b^n$$

$$\text{ج) } (xy - \frac{1}{x})^n = \dots - \dots + \frac{1}{x^n}$$

$$\text{د) } (\dots - \dots)^n = x^n - \dots + \frac{1}{x^n} \quad (x \neq 0) \quad \text{ه) } (\dots - \dots)^n = 49x^3 - 12xy + \dots$$



اعزیز کردز نهی تبدیل مکعبات جبری به حاصل ضرب خود عبارت چیزی، تجزیه عبارت های جبری در حل معادله ها، ساده کردن عبارت های دو مقداره ای استفاده نموده ایم دارد.



• عبارت های تجزیه :

■ کام ادل : استاد «ب.م.م» آن جمله ها را به دست فیلیپ دیک از اندی خاج اینگلتری نویسید

■ کام قدم : مبتک جمله ها را قسم «ب.م.م» می کنیم و حاصل را بعد از «ب.م.م» درون پرانتز می نویسیم .

وقت نمایند !!!

- مالکوری فقط برای عبارت هایی که بعنوان آن جمع و تفرق است، بکار می آید .

- برای حاصله «ب.م.م» حملات جبری، استاد «ب.م.م» ضریب های عددی آنرا پیدا می نماید و پس حرف مشترک با کمترین توازن را می نویسیم .

$$25y^4 + 30y^3 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 25y^4 = 5 \times 5 \times y \times y \times y \times y \\ 30y^3 = 5 \times 2 \times 3 \times y \times y \times y \end{array} \right. \Rightarrow (25y^4, 30y^3) = 5y^3$$

$$\begin{cases} \frac{25y^4}{5y^3} = 5y \\ \frac{30y^3}{5y^3} = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 25y^4 + 30y^3 = 5y^3(5y + 6)$$

$$(b) 18x^4y^2z^4 + 12x^2y^4z^4 + 24x^4y^4z^2 =$$

• تجزیه به گونه دسته‌بندی و فاکتوری کری:

اگر تمام جمله‌های موجود در عبارت را از عامل مشترک نداشته باشند، جمله‌ها را دسته‌بندی کرده و در هر دسته از عامل مشترک فاکتوری کنیم.

$$\text{مثال: عبارت } a^3 + a^2 + a + 1 \text{ را تجزیه کنید.}$$

$$\begin{aligned} a^3 + a^2 + a + 1 &= (a^3 + a^2) + (a + 1) = a^2(a + 1) + (a + 1) \\ &= (a + 1)[a^2 + 1] = (a + 1)(a^2 + 1) \end{aligned}$$

هرگز طوری ملاحظه نمایید که آخر که مادر کرد اینست که جمله‌های دیگر و حجم مشترکی نداشته باشند از این‌جا می‌توانیم سه جمله‌ای‌ها را از عبارت را به صورت بالا دسته‌بندی کرد و سپس از دسته‌ای اول فاکتوری کرده ...

تمرین: عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

$$\text{الف) } ax + bx + ay + by =$$

$$\text{ب) } 2x^2 + 3xy + 3y^2 + 2xy =$$

$$\text{پ) } 5x^3 - 10x^2 - 4x + 8 =$$

• تجزیه به گونه اعداد مربع دو جمله‌ای:

هرگاه عبارت دو جمله‌ای به شکل $a^2 + b^2$ دو جمله آنرا مربع کامل باشد و هر دو جمله آنرا، دوبار برآورده می‌شود. اول در ریشه هشت جمله دوم باشد، بایی تجزیه این عبارت حوتانی از اعداد مربع دو جمله‌ای استفاده کرد.

$$\text{مثال: } x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 = (x+y)(x+y)$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\sqrt{x^2} = x \qquad \sqrt{y^2} = y$$



تمام: صنایع حساباتی های امر را محاسبه کنید.

$$(الف) 4x^3 + 3y^2 - 2xy =$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 10\sqrt{2}x + 20 =$$

$$\Rightarrow 4y^2 + 4y + 4 =$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 =$$

$$\therefore 8ax^2 + 16axy + 8ay^2 =$$

کار در آثار مربع دو جمله ای:

کاهش زیست آثار مربع دو جمله ای توانی محاسبه های زیر که توانی را روای محاسبه های نسبتاً طولانی ندارد. هر کدام که عدد را مقسوم توانی نداشت، آنرا از آثار مربع دو جمله ای تبدیل نمی کنیم.

$$\text{مثال: حاصل عبارت های زیر را بگیر آثارهای برابر نباشد.} \\ 98^2 = (100 - 2)^2 = (100)^2 - 2(100)(2) + 2^2 = 10000 - 400 + 4 = 9944$$

$$\Rightarrow 2^4 = (20 + 3)^2 = (20)^2 - 2(20)(3) + 3^2 = 400 + 120 + 9 = 529$$

$$\Rightarrow 100^2 =$$

بسترینی
آثارهای کمی:

جزی معلمات در محاسبه مرجح از عبارت های کمی نزدیک توانی استفاده نمود.

$$(الف) \begin{cases} (x+y)^2 + (x-y)^2 = 2(x^2 + y^2) \\ (x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy \\ (x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x})^2 - 2 \\ x^2 + \frac{1}{x^2} = (x - \frac{1}{x})^2 + 2 \end{cases}$$

مثل ۲ اگر $x + \frac{1}{x^2} = 4$ باشد، آنچه حاصل رابه رسمت آورید.

$$\text{حل: } x + \frac{1}{x^2} = (x + \frac{1}{x}) - 2 \xrightarrow{x + \frac{1}{x} = 4} (4)^2 - 2 = 16 - 2 = 14 \Rightarrow x + \frac{1}{x^2} = 14$$

تمام

x	x^2	$4x$	$x^2 + 4x + 9$	$(x+3)^2$
۰				
۵				
$\frac{3}{2}$				

- ۱- به ازای مقادیر داده شده برای x ، حاصل چهور را طبق نمود:
- الف) مقادیر دستول آخربول را بهم تابه کنید؛
- نیز چه است؟

ب) حاصل عبارت جبری $(x+3)^2 = x^2 + 4x + 9$ تابه کنید.

ج) به ازای جبری $(x+3)^2 = x^2 + 4x + 9$ جوابی کوئید؟

۲- حاصل عبارت های زیر را با توجه به اعداد مربع دو جمله ای به رسمت آورید.

۱) $(5x+1)^2 =$

۲) $(5a^2 + 4b)^2 =$

۳) $(x^3 + \frac{1}{x^2})^2 =$

۴) $(2xy - \frac{1}{2}x^2)^2 =$

۵) $(\sqrt[4]{2} + \sqrt[3]{3})^2 =$

۶) $(\omega - \sqrt[3]{2})^2 =$

۷) $(m + \omega)^2 =$



$$8) \left(x^2 - \frac{1}{y} \right)^2 =$$

$$9) \left(xy - \frac{1}{z} y^2 \right)^2 =$$

$$10) \left(ab - \frac{1}{r} a^2 \right)^2 =$$

$$11) \left(a - x^2 \right)^2 =$$

$$12) \left(2xp + \frac{1}{a} p^2 \right)^2 =$$

$$13) \left(\frac{q}{m^2 n^2} + \frac{r}{p^2} m^2 n^2 \right)^2 =$$

$$14) \left(\frac{q}{r} + \frac{m}{p} \right)^2 =$$

$$15) (a/\lambda)^2 - 2(a/\lambda)(c/\lambda) + (b/\lambda)^2 =$$

$$16) (3v)^2 + 2(3v)(4v) + (4v)^2 =$$

$$17) (4\sqrt{\lambda}x^2 - 2\sqrt{\alpha}y^2)^2 =$$

$$18) (4\sqrt{\alpha} + 4\sqrt{\beta})^2 =$$

$$19) (f \circ g)^2 =$$

$$20) (10^4)^2 + (99^4)^2 =$$

$$21) 9v^2 =$$

$$22) (19^2)^2 =$$



۱۳ - آیا نظر شما باری $(x-4)^3 = x^3 - 34$ می‌باشد؟ جواب؟

۱۴ - لامگی از درستی نظریک اشاره است؟ جواب؟

$$(4a-3)^3 = 4a^3 + 12a^2 - 9 \quad (\text{الف})$$

$$\rightarrow (4a-3)^3 = 64a^3 - 12a^2 + 9 \quad (\text{ب})$$

$$(4y-9)^3 = 64y^3 - \dots + 81 \quad (\text{الف})$$

$$\rightarrow (xy + \frac{1}{y})^3 = \dots + xy + \frac{1}{x} \quad (\text{ب})$$

$$(ab - \dots)^3 = \dots - \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} \quad (\text{پ})$$

$$(\alpha^3 - \dots)^3 = \dots - 3 + \frac{1}{\alpha^9} \quad (\text{س})$$

$$(\frac{1}{a} - xy)^3 = \dots - \frac{1}{a^3} + \dots \quad (\text{ش})$$

$$(x^3 + \frac{1}{x^3})^3 = \dots + \dots + \dots \quad (\text{ج})$$

$$(\dots - b^3)^3 = a^3 - 3ab^2 + \dots \quad (\text{ق})$$

$$(\frac{1}{m^3} - v)^3 = \frac{1}{m^9} - \dots + \dots \quad (\text{ح})$$

۱۵ - اگر $xy = 4F$ ، $x+y = 10$ باشد، حاصل $x^3 + y^3$ نامنده است آورید.

۱۶ - در ملک قائم ازدواجی برابر ۲۴ و مصطفی آن ۸۴ منتهی است، ساخت این ملک حقیر است؟

۱۷ - در معادله $(8x+1)^3 = 64x^3 + 1$ ، مربع دو ترین جمله $(x+2)$ را حذف کنید. ساخت باقی مانده حقیر است؟

۹ - مهارت‌های جبری نزد راه راه کنید.

$$\text{اف) } (-5m)^3(-2m)^3 - (\frac{1}{4}m)^3(-2m)^3 =$$

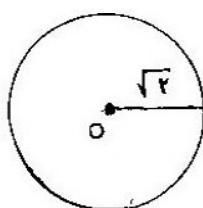
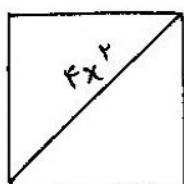
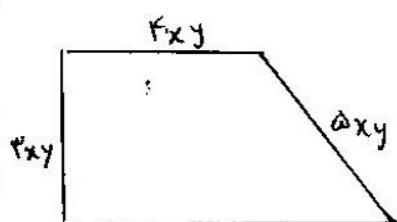
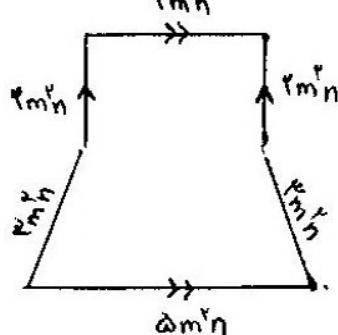
$$\text{ب) } 4a^3 - 4b^3 + 8c^3 - (a^3 - 9b^3 - 11c^3) =$$

$$\text{ب) } (x^m - 1)(x^m - 1) =$$

$$\text{ب) } x - [(y-x) - (y-1)] =$$

$$\text{ث) } 5x^3 - 4y^3 - 4z^3 - (x^3 + 8y^3 + 9z^3) =$$

۱۰ - محاسبه مساحت هر چهل را بسیر . مشخص نمایید که آنچه عبارت جبری بر داشته آندرآمد حملهای اینست یا خیر؟



$$1) (x+y)^r - (x-y)^r = 4xy$$

$$2) a^r + \frac{1}{a^r} = (a + \frac{1}{a})^r - r \quad (a \neq 0)$$

$$3) (y+a)^r = (y-a)^r + 4ay$$

$$4) (x - \frac{1}{x})^r + (x + \frac{1}{x})^r = 2(x^r + \frac{1}{x^r})$$

$$1) 4x^r + rx^r + rx =$$

$$2) 4a^r b - 4ab^r + a^r b^r =$$

$$3) a(x+1) + b(x+1)^r =$$

$$4) a^r - ra^r + a =$$

$$5) x^ry^r - rxy + r =$$

$$6) 4ax^r + 4ax^r + 4x^r =$$

$$7) 4ax^r + 4axy + 4ay^r =$$

$$(x \neq 0) 8) x^r + \frac{x^r}{x^r} + rx =$$

$$9) a(x+q)^r - q(x+q)^r =$$

$$10) x^r + rx^r + r =$$

۱۱ - حکم از اخاده ای از روابط کسر

۱۲ - عبارت های جزئی از روابط غیربرکتی

۱۴ - بازیگل $b \neq 0$ در آنکه $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ طرف دوم تاریخ را اطیل ننمایی.

$$\underbrace{(a+(-b))^2}_{(a-b)^2} =$$

تمام مجموعت از تجزیه های متوالی ننمایی؟

۱۵) $(a+\frac{1}{a})^2 + 2$ (ج) $(a-\frac{1}{a})^2 - 2$ (ج) $(a+\frac{1}{a})^2 - 2$ (ج) $(a-\frac{1}{a})^2 + 2$ (ج)

۱۶) حاصل عبارت $(x+y)^2 - (x-y)^2$ از تجزیه های نیاز است؟

۱۷) $x^2 + y^2$ (ج) xy (ج) $-xy$ (ج) xy (ج)

۱۸) $x-y=10$ و $x+y=13$ داشتند، راجعیت مجموعت حاصل عبارت $x^2 + y^2 - 10$ دام نیز است؟

-۱ (ج) ۲ (ج) ۱۹ (ج) ۲۹ (ج)

۱۹) باشد، حاصل $\frac{x-y}{x+y}$ برایست با: (نیزه دهنده، $x^2 - 2xy + y^2 = 0$)

۲ (ج) $\frac{3}{2}$ (ج) $\frac{1}{2}$ (ج) $-\frac{3}{2}$ (ج)

۲۰) $\sqrt{80} + \sqrt{180} = \sqrt{x} - a$ داشتند، x راجعیت مجموعت $\sqrt{80} + \sqrt{180}$ است؟ (نیزه دهنده، جزو دهنده)

۲۰۰ (ج) ۱۲۰ (ج) ۱۰۰ (ج) ۹۰ (ج)

۲۱) $a^2 + b^2 + 2ab$ داشتند، $ab = -1$ و $a+b = 3$ داشتند، $a+b$ که حاصل است؟ (نیزه دهنده، ۹۶ کرده)

۲۲) ۱۷ (ج) ۱۱۰ (ج) -۱ (ج) ۱۷ (ج)

۲۳) $b = \sqrt{2} + 1$ داشتند، حاصل b^2 دام نیز است؟ (نیزه دهنده، ۹۶ کرده، درست نهاده)

$b+1$ (ج) $b-1$ (ج) $-b+1$ (ج) $b+1$ (ج)

۱۰ - کسر $\frac{ab}{a^2+b^2}$ باشد؛ جذر است؟ $a^2+b^2=100$ و $(a-b)^2=425$

۱۱۶)

۱۱۷)

۱۱۸)

الف)

۱۱۹) x^2+y^2 باشد؛ حاصل $xy=9$ و $x+y=p$ نام است؟

 p^2+18) p^2+9) p^2-49)

الف)

۱۲۰) $a(a+2)+b(b+1)+ab$ باشد؛ حاصل $a+2b=3$ نام است؟

۱۲۱)

۱۲۲)

۱۲۳)

الف)

۱۲۴) $x = \frac{13}{14}$ نام نزین است؟ $(ax+4)^2 - (ax-4)^2$

۱۲۵)

۱۲۶)

۱۲۷)

الف)

۱۲۸) $(vx+y)^2 = (vx-y)^2 + axy$ نام است؟ a اعداد است؟

۱۲۹)

۱۳۰)

۱۳۱)

الف)

۱۳۲) $(5\sqrt{3}+1)^2 - 40\sqrt{3}$ حاصل نام نزین است؟

 $(5\sqrt{3}-1)^2$) $(5-\sqrt{2})^2$) $(\sqrt{2}-5)^2$)

الف)

۱۳۳) $x-y$ باشد؛ $xy=\sqrt{2}$ و $x^2+y^2=3$ نام است؟

 $\sqrt{2}-1$) $\sqrt{2}+\sqrt{2}$) $\sqrt{2}-\sqrt{2}$)

الف)

۱۳۴) $4x^2-34xy+81y^2$ نام نزین است؟

 $(4x-9y)^2$) $(4x-4y)^2$) $(4x-9y)^2$)

الف)

آغاز مرتعن حمله ای :

عبارت صیری $(a+b+c)^2$ را مرتعن حمله ای و عبارت $a+b+c$ می نامیم.

$$(\heartsuit + \star + \triangle)^2 = (\heartsuit)^2 + (\star)^2 + (\triangle)^2 + (\heartsuit \star) + 2(\heartsuit \triangle) + 2(\star \triangle)$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc. \rightarrow \text{آغاز مرتعن حمله ای :}$$

روش رایی برای آن در این آندازه دارد:

• روش ضرب دو سطر حمله ای :

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= (a+b+c)(a+b+c) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ac} + b^2 + \underline{ba} + \underline{bc} + \underline{ca} + \underline{cb} + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc. \checkmark \end{aligned}$$

• روش تبدیل آغاز مرتعن حمله ای به آغاز مرتعن دو سطر حمله ای :

$$\begin{aligned} (a+b+c)^2 &= ((a+b)+c)^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \\ &= (a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2) \\ &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \checkmark \end{aligned}$$

• روش استدال از آغاز مرتعن حمله ای :

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

عمل: حاصل عبارت های زیر را به صورت آورید.

الف) $(a - 2b - c)^2 =$

ب) $(4x + 2y + 1)^2 =$

ج) $(x^2 - 2y + 2xy)^2 =$

د) $(-2a^2 - 2b + c)^2 =$

امات هندسی اخبار مربع ۳ حمله ای :

a	a^2	b	b^2	c	c^2
b	ab	b^2		bc	
c	ac	bc		c^2	

$(a+b+c)$

$(a+b+c)$

$$\text{مربع } S = (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\text{مربع } S = S_1 + S_2 + \dots + S_9 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

۱) $(\dots + \dots + \dots)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + \dots + \dots + \dots$ نمودار ترازی های مختصات

۲) $(\dots + \dots + \dots)^2 = 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 - \dots - \dots + 4xz - \dots$

۳) $(\dots - \dots - \dots)^2 = \dots + 4y^2 + 4z^2 - 4xy - \dots + \dots$

امات هندسی $ab + ac + bc$ مطابق با $a+b+c = 16$ و $a^2 + b^2 + c^2 = 100$ نمودار

۴۸ (۱)

۴۸ (۲)

۵۶ (۱)

۵۶ (۲)

۴) مجموع مداخل متر x, y, z با آنها متر می باشد؛ مجموع مداخل های نمودار

امات هندسی کدام است؟

۱۱۸ (۱)

۱۱۰ (۲)

۱۰۸ (۱)

۹۰ (۲)

۵) مجموع مداخل های $x^2 + y^2 + z^2 = 2(x+y+z) - 3$ نمودار

۳ (۱)

۲ (۲)

۱ (۱)

۰ (۲) صفر



اعمار مزدوج :

دو عبارت $(a+b)$ با جمیع دو جمله و $(a-b)$ با ته صل در جمله را مزدوج هم می‌نامیم. می‌خواهیم حاصل $(a+b)(a-b)$ را مزدوج هم می‌نماییم. از این روش آنچه مزدوج، ضرب خوبی جمله‌ای ها در روش ساده‌تر است نمایند.

• روش استعاره از اعماق مزدوج :

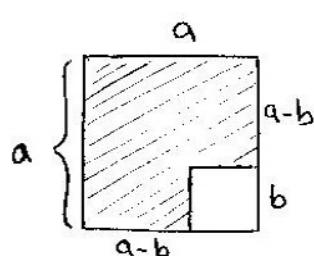
اگر دو راست را که با هم \angle جمله‌های آن را در راست \angle هم باشند و فقط تقاطع را در علاوه بر دو جمله باشند می‌توانیم از اعماق مزدوج استفاده کنیم.

$$(\text{😊} + \text{:}) (\text{😊} - \text{:}) = \text{😊}^2 - \text{:}^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad \rightarrow \quad \text{صورت کلی اعماق مزدوج :}$$

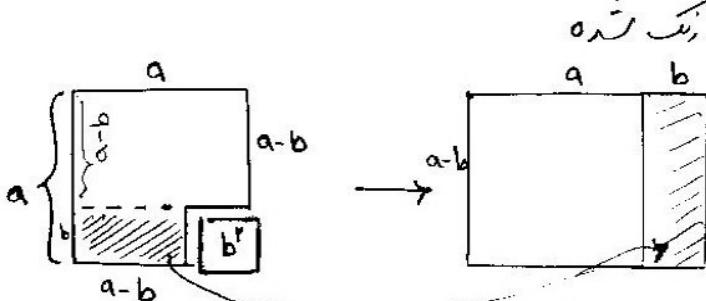
$$(روی)^2 - (آوی)^2 = (روی - آوی)(روی + آوی) : \text{ فرمول فارسی}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2 \quad \rightarrow \quad \text{• روش ابست جبری اعماق مزدوج :}$$



$$S = \text{مربع روی} - \text{مربع آوی} = a^2 - b^2 \quad \rightarrow \quad \text{روشنی :}$$

$$S_1 = axa - bx b = a^2 - b^2$$



$$S = (a-b+b)(a-b+b) - b^2 \quad \rightarrow \quad \text{روشنی :}$$

$$S = a^2 - b^2$$



تمام:

- مصالح مترادف از راهنمایی آورید.

۱) $(1+\alpha)(1-\alpha) =$

۲) $(2\alpha + \Delta)(2\alpha - \Delta) =$

۳) $(t-3)(t+3) =$

۴) $(-y-2z)(-2z+y) =$

۵) $(-vy+t)(t+vy) =$

۶) $(-4y-2z)(2z-4y) =$

* ۷) $(x-4y+\Delta)(x+4y-\Delta) =$

* ۸) $(x-y+ky)(x+y-ky) =$

۹) $(4b-10+2y)(4b+10-2y) =$

۱۰) $\left(\frac{-x}{r} + \sqrt{14}\right)\left(\frac{-x}{r} - \sqrt{14}\right) =$

۱۱) $(a-\sqrt{r})(a+\sqrt{r}) =$

۱۲) $94 \times 10^4 =$

۱۳) $190 \times 100 =$

۱۴) $39V \times 40W =$

۱۵) $320 \times 210 =$

۱۶) $(4x-8+4y)(4x+8-4y) =$



$$15^2 - 14^2 + 13^2 - 12^2 + 11^2 - 10^2 + 9^2 =$$

۳- حاصل عبارت زیر را بسیج آورید.

۴- جمله‌های زیر را کامل نماید.

$$1) (t + \dots)(t - \dots) = t^2 - 9$$

$$2) (\Delta x + \dots)(\Delta x - \dots) = 4\Delta x^2 - 81y^2$$

$$3) (\dots + \sqrt{a})(\dots - \sqrt{a}) = \frac{1}{14}y^4 - \dots$$

$$4) (a+b)^2 - 2(a-b)(a+b) + (a-b)^2 / \text{معادل} ? \quad b = 2\sqrt{3} \quad , \quad a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

۵۴)

۴۸)

۴۴)

۴۶)

۵- حاصل $(x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)$ نام است?

$$\text{الف) } x^8 + y^8 \quad () \quad \text{ب) } x^8 - y^8 \quad () \quad \text{ج) } x^{14} + y^{14} \quad () \quad \text{د) } x^{14} - y^{14} \quad ()$$

خوبی بگویید آنچه در زیر صحیح است

هر کاه عبارت بصریت حاصل در برابر مذکور نباشد اما عبارت زیر در مزدوج استفاده ننمایم.

$$(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b) = (دوی) - (دوی) = 3(\text{دوی})$$

برای تعبیره تدریجی این اشاره از حله لول و دوی مکرر خوبی نیست بلکه دوی از تجزیی کناریم سپس در برآورده از تجزیی و جمله‌های اول و دوی را در هر دوی از تجزیی نویسیم و در نهایت درست مذکور شوند جملات علاوه تجمع در برآورده از تجزیی کلی

$$\text{مثال: } 4x^2 - 4ay^2 \Rightarrow (2x + 2ay)(2x - 2ay)$$

$\downarrow \quad \downarrow$

$2x = \text{جزء} \quad \sqrt{2ay^2} = 2ay$

تمرین: مطالعه و تدریس صفحه ۸۷ و ۸۸ محل لغایه.

آنچه در جمله مفترض است:

دو جمله ای های $(x+a)$ و $(x+b)$ دارای دو جمله مفترض نهند. آنرا در دو انتشارش $(x+a)$ و $(x+b)$ داریم که جمله آنها مثل هم بود (جمله مفترض) و جمله های دوم آنها تفاوت بود، حاصل ضرب آنها دو انتشار را داریم به همکاری آنها مفترض برداشت آوریم.

«اصل باطن»

$$(\text{☆} + \square) (\text{☆} + \triangle) = (\text{☆}) + \text{☆} (\square + \triangle) + (\square \triangle)$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

راسته کلی آثار جمله مفترض:

(جمله غیر مفترض تفاوت داشتر + جمله مفترض) (جمله غیر مفترض + جمله مفترض) : نمودول فارسی آثار جمله مفترض اول

ضرب جمله کلی غیر مفترض + (جمله مفترض) (مجموع جمله های غیر مفترض) + (جمله مفترض).

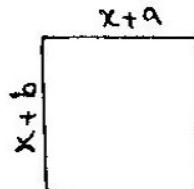
مثال:

$$(x+2)(x+3) = x^2 + (2+3)x + (2 \times 3) = x^2 + 5x + 6$$

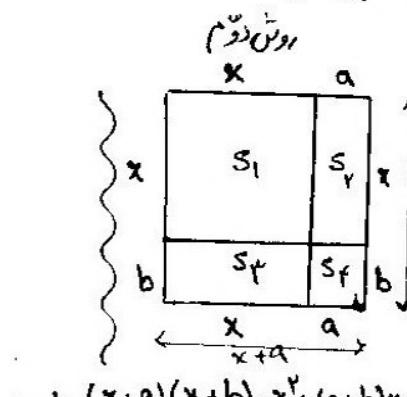
آنچه آثار جمله مفترض به ضرب عدد جمله ای ها:

$$(x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b) = x^2 + xb + ax + ab \\ = x^2 + (a+b)x + ab.$$

وش اول



$$S_{\text{سطح}} = (x+a)(x+b)$$



$$\Rightarrow (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

آنچه هندسی:

$$\text{کل } S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$\text{کل } S = (x \times x) + (a \times x) + (b \times x) + (a \times b)$$

$$\text{کل } S = x^2 + ax + bx + ab$$

$$\text{کل } S = x^2 + (a+b)x + ab$$

بجزئیه های احاداد مبتدا جمله مترک:

از آنجا بفهم اعداد داره شده اعداد که جمله مترک است؟ !

- ۱- عبارت داره شده دارای ۳ جمله است.
- ۲- فقط یک جمله آن مربع کامل است که از روی آن میتوان جمله مترک را به داش آورد.
- ۳- عدد معادل معنی عددی که در جمله مترک ضرب شده، مجموع جملات غیر مترک میباشد البته اگر جمله اول (جمله مترک) ضریب نداشته باشد و اگر جمله مترک دارای ضریب باشد برای پیدا کردن مجموع دو جمله غیر مترک ابتدا جمله را بر ضریب جمله مترک تقسیم کنیم میس ناگزیر عدد جدید جمله های غیر مترک را می سازیم.
- ۴- جمله سوم که هچ امری از جمله مترک نداشته و نمی شود با برای محاصل ضرب جملات غیر مترک می باشد.

مثال: عبارت های زیر را بجزئیه لغزید?

$$x^3 + 5x + 4 =$$

حل: صورت گام اول:

گام اول: چون که جمله مربع کامل داریم (x^2) پس اعداد که جمله مترک میباشد نهایان از x^3 خود را بگیریم
 $\sqrt{x^2} = x$ یعنی

گام دوم: دو را ترکیب کرد و جمله مترک را در مردمی نویسیم. $(x)(x)(x)$

گام سوم: جمله ضریب \times (مجموع غیر مترکها) و محاصل ضرب غیر مترکها (جمله سوم) را شخص کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} a = (a+b) \\ b = ab \end{array} \right\}$$

گام چهارم: با توجه به علاوه ای جمله دوم و سوم با محاصل را باش شخص کنیم:

$$+4 = (-1x - 4) + (1x^3 - 4) + (2x^2 - 4)$$

$$2- از گروه انتخاب شده کدام گروه مجموعش $+5 + 4$ بگیرد؟$$

$$+a \neq -4 - 4 = -8 \quad +a \neq 1 + 4 = 5$$

$$\checkmark +a = 2 + 3 = 5 \quad +a \neq (-1) + (-4) = -5$$

$$x^2 + 5x + 4 = (x+2)(x+3)$$

پیاران:

مثال ۲ - عبارت زیر را تجزیه کنید.

$$9x^2 + 24x - 20 = ?$$

$$\text{کام اول: } \sqrt{9x^2} = 3x$$

$$\text{کام دوم: } (3x)(3x)$$

کام سوم: وقت نسبت در این عبارت جمله اول (متوجه) ما را با ضرب ۳ داشت، پس ابتدا جمله

$$\text{دوم را بر ۳ (ضريب جمله متوجه) باید تقسیم نمیم که می شود: } \left(\frac{24x}{3} = 8x \right)$$

کام چهارم: حالا عبارت را حدس می زنیم که جمع آنرا ۸ و حاصل ضرب آنرا -۲۰ بداند.

$$\left\{ -20 = (-1 \times 20) + (-40x + 1) \quad , \quad -20 = (-4x \times 5) + (-8x \times 4) \right.$$

$$\left. -20 = (-2 \times 10) + (+2x \times -10) \right\}$$

$$\left\{ +8 \neq 20 - 1 \quad , \quad -20 + 1 \quad , \quad +8 \neq (-4) + 5 \quad , \quad (-8) + 4 \right.$$

$$\left. +8 = (+10) + (-2) \quad \checkmark \quad , \quad +8 \neq (-10) + (+2) \right\}$$

$$9x^2 + 24x - 20 = (3x + 10)(3x - 2) \quad \text{پیاران:}$$

کنترل: همینه وقایع را پیدا کرده برای امکان درستی دور زنگ زار هم فربوده و مطمئن شود
با عبارت سه جمله برابر باشد.

$$\begin{aligned} (3x + 10)(3x - 2) &= (3x \times 3x) + (3x \times (-2)) + 10(3x) + 10(-2) \\ &= 9x^2 - 6x + 30x - 20 \\ &= 9x^2 + 24x - 20 \quad \checkmark \end{aligned}$$

تمام: عبارت متعال را تجزیه کنید?

$$y^2 + 4y - 10 =$$



در تجزیه صورتی های از احادیث حمله مترک استفاده می شود که برای تفسیر علاوه حملات به نکات زیر توجه شود.

- اگر حاصل جمع دو عدد مثبت باشد، باهر دو مثبت هستند و با عدد مترک تر مثبت اند.
- اگر حاصل جمع دو عدد منفی باشد، باهر دو منفی هستند و با عدد منفی (از عدد مثبت بزرگتر) اند. (بعد علامت)
- اگر حاصل ضرب دو عدد مختلف باشد، آنرا دو عدد مختلف العلامت هستند، یعنی می $(+)(-)$ یا $(-)(+)$ باشد.
- اگر حاصل ضرب دو عدد مثبت باشد، آنرا دو عدد هم علامت هستند یعنی علامت هر دو $(-)$ یا $(+)$ است.

تمرین:

۱- حاصل عبارت های زیر را به دست آوردید؟ (نکته احادیث حمله مترک و نزدیج)

$$1) (x+2)(x+5) =$$

$$2) (x+9)(x-4) =$$

$$3) (5x+4)(5x+3) =$$

$$4) (x+4)(x+8) =$$

$$5) \left(x^2 + \frac{1}{4}y\right)\left(x^2 + \frac{1}{2}y\right) =$$

$$6) (y-\sqrt{8})(y-\sqrt{2}) =$$

$$7) \left(x^{\frac{1}{3}} - 2\sqrt[3]{2}\right)\left(x^{\frac{1}{3}} + 3\sqrt[3]{2}\right) =$$

$$8) (4x+0.1)(4x-0.2) =$$

$$10) (3x+y-z)(3x+y+z) =$$

$$11) (x-1)(x+1)(x^2+1) =$$

$$12) (x-y)(x+y)(x^2+y^2) =$$

$$13) (a^2+1)(a+1)(a-1)(a^2+1) =$$

$$15) (-ab^2 - 3a^2b)^2 - (ab^2 + 3a^2b)^2 =$$

$$16) (x+\omega)(x-\omega)(x^2+\omega^2) =$$

$$17) (2a-1)(2a+1) - (2a+1)^2 =$$

$$18) (2x-\omega)^2(4x^2+2\omega x + \omega^2) =$$

$$19) (xy - \frac{y}{\omega})(xy + \frac{1}{\omega}) =$$

$$20) (-\frac{x}{\gamma} - \frac{y}{\omega})(-\frac{x}{\gamma} + \frac{y}{\omega}) =$$

$$21) (x-1)(x+1)(x^2+x+1) =$$

$$22) (2a-2b)(2a+2b) - (2a+1)(2a-1) =$$

۲- درست های نقطه میان، با استفاده از اشاره، عبارت های مناسب توارد نمایند.

$$1) x^4 + vx + 10 = (x + \dots)(\dots + \dots) \quad 11) (xy - t)(xy + t) = \dots - t^2$$

$$2) x^4 + vx + 12 = (x + \dots)(\dots + \dots) \quad 12) (2x^2 - z)(2x^2 + z) = \dots - z^2$$

$$3) y^4 + y - 4 = (\dots + \dots)(\dots - \dots) \quad 13) (2z - a)(2z - b) = 4z^2 - \dots + \dots$$

$$4) y^4 - y - 4 = (\dots + \dots)(\dots - \dots) \quad 14) (y + m)(y - n) = y^2 + \dots - \dots$$

$$5) y^4 + 5y + 4 = (\dots + \dots)(\dots + \dots) \quad 15) (\dots + \sqrt{m})(\dots - \sqrt{m}) = \frac{1}{14}x^2 - \dots$$

$$6) (xy - z)(xy + z) = \dots - z^2 \quad 16) (\dots + \sqrt{n})(\dots - \sqrt{n}) = \frac{1}{40}x^2 y^2 - \dots$$

$$7) (\dots + \sqrt{a})(\dots - \sqrt{a}) = \frac{1}{4}y^2 - \dots \quad 17) (t + \dots)(t - \dots) = t^2 - \dots$$

$$8) (x + a)(x - b) = x^2 + \dots - \dots \quad 18) (\dots - b)(\sqrt{r} + \dots) = \dots - b^2$$

$$9) (x^2 + \dots)(x^2 - \omega) = x^4 + 2x^2 + \dots \quad 19) (\frac{1}{\sqrt{v}} - \dots)(\dots + x) = \frac{1}{29} - \dots$$

$$10) (2x + y)(2x - \dots) = 4x^2 - \dots \quad 20) (0.1\Delta - a)(0.1\Delta + a) = \dots - a^2$$

$$1) a^4 - 1a + 10 =$$

۳- صادر نماین اشاره های مذکور شوند.

$$V) x^4 - 12x + 47$$

$$2) x^4 + x + \frac{1}{2} =$$

$$11) (x+y)^2 - 9$$

$$3) x^4 + 10x + 25 =$$

$$12) bx^2 - abx - a \cdot b =$$

$$4) x^4 - 4x - 1 =$$

$$13) x^4 - ax^2 + \Sigma =$$

$$5) 4ax^4 - a =$$

$$14) y^4 - 1 =$$

$$6) x^4 - 14x + 49 =$$

$$15) xy^{10} - x =$$

$$13) -x^2 - x + 40 =$$

$$14) x^4 + (\sqrt{3} + \sqrt{2})x^2 + \sqrt{4} =$$

$$15) 8x^2 - 20x - 30 =$$

$$16) a^4 - 8a + 12 =$$

$$17) t^4 - 8t - 10 =$$

$$18) 20 - (4a - 2)^2 =$$

$$19) 5x^4 + 89x - 48x^2 =$$

$$20) (2y - 5)^2 - 1(2y - 5) + 17 =$$

۴- در آنرا حل می‌شود اگر $a = b$ باشد می‌آید؟ اگر $a \neq b$ خوشبخت نیستیم
اگر b برابر می‌آید؟

۵- حاصل هر دوی از عبارت‌های زیر را بسازید صورت نویسید.

$$1) \sqrt{x^4 + 12\sqrt{x^2 + 4}} = x > 0$$

$$2) (\sqrt{9 - \sqrt{10}} + \sqrt{9 + \sqrt{10}})^2 =$$

$$3) (\sqrt{4} + \sqrt{V})^{10} (\sqrt{4} - \sqrt{V})^{11} =$$

$$4) \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a}}} \times \sqrt{a - \sqrt{a + \sqrt{a}}} =$$

لست:

۱- تجزیه شده عبارت $(2y + \Delta)^4 - 2x^4$ نام نزدیک است؟

(۲y + \Delta + \sqrt{2})(2y + \Delta - \sqrt{2})

(2y + \Delta + \sqrt{2}x)(2y + \Delta - \sqrt{2}x)

(2y + \Delta)(2y - 2x)

(2y + \Delta + 2x)(2y + \Delta - 2x)

۲- حاصل $\left[(4 + \sqrt{4}) (4 - \sqrt{4}) \right]^2$ نام نزدیک است؟

۱۴ (۱)

۱۴۹ (۲)

۱۹۶ (۳)

۱۳ (۴)

۳- برش آنکه حاصل $x^2 + x + \Delta$ نام است؟ $\frac{x+2}{x^2 + 11x + 18} = \frac{1}{10}$

۴ (۱)

۵ (۲)

۶) صفر

۷) افسر

۴- حاصل عبارت $x^4 - \Delta x^2 - 34$ می باشد از تجزیه نام است؟ (نمودار ۷۷) (نمودار ۷۸)

۱۰) $-(x+4)(x^2+9)$ (۱) $(x+2)(x-2)(x^2+9)$ (۲) $(x^2+4)(x+4)(x-4)$ (۳) $-(x+2)(x-2)(x+4)(x-4)$ (۴)

۵- حاصل کر $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$ نام است؟ (نمودار ۷۷) (نمودار ۷۸)

۱۱) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (۱) $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ (۲) $-\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ (۴)

۶- برش آنکه a^{Δ} نام است؟ (نمودار ۷۷) (نمودار ۷۸)

-a (۱)

a (۲)

1-a (۳)

a-1 (۴)

۷- حاصل $1 + 101 + 10001 + 9 \times 11 \times 101 \times 10001$ نام است؟ (نمودار ۷۷) (نمودار ۷۸)

10 (۱)

10^8 (۲)

10^9 (۳)

۱۰^۱۰ (۴)

۸- در تجزیه عبارت جزو $x^{\Delta} - 81x$ نام نزدیک و جزو ندارد؟

x^2 + 9 (۱)

x - 3 (۲)

x + 3 (۳)

x^2 + 3 (۴)

(نمونه دسته ۹۶ اورجینال)

$$\frac{(a+b)^4 + (a+b)^3 + (a+b)^2}{(a+2x)(a-2x) + (b-2x)(b+2x)} = x^2 + \frac{1}{x^2} \quad x = 0, 1^3 \quad a^2 + b^2 = 5 \quad - 9$$

- ۲@ (۱) - ۰/۷۲ (۲) ۰/۷۲ (۳) الف) صفر

۱۰ - اگر $x - \frac{1}{x} = 7$ ، حاصل عبارت $x^2 + \frac{1}{x^2}$ کدام است؟ (نمونه دسته ۹۶، هزئینه)

۴۸ (۱) ۴۹ (۲) ۵۰ (۳) الف) ۵۱

۱۱ - اگر عبارت مربع مترابع $a-b$ باشد آنچه مساحت آن کدام است؟ (نمونه دسته ۹۷، اسلام دکوری)

$$a^2 - \frac{b^2}{4} - \frac{ab}{2} \quad (۱)$$

$$a - \frac{b}{2} \quad (۲)$$

$$4a^2 + \frac{b^2}{4} - ab \quad (۳)$$

$$4a^2 + b^2 - ab \quad (۴)$$

۱۲ - a و b را در هسته زیر طوری که $a+b$ و $a-b$ مساحت عبارت را بخواهید. مساحت عبارت $1+x+2x^2-x^3$ را برابر با $a(x-2)+b(x-2)^2-(x-2)^3$ نمایم.

- ۱ (۱) ۱ (۲) - ۲ (۳) الف) ۷

$\frac{(x+3)(x+4)(x+5)(x+6)}{x^2+9x+2}$ (۹۷، هزئینه) حاصل عبارت تاکنون چهار رسم است $\frac{x}{x}-x=9$ ۰/۶۵ - ۱۴

۷۴ (۱) ۱۰ (۲) ۴۴ (۳) ۸۸ (۴) الف) ۸

۱۳ - حاصل عبارت تاکنون کدام است؟ $(a-b)(a-2b)-(a-3b)(a-4b)-(b-a)(b-2a)$

$$11b^2 + 5ab + 4a^2 \quad (۱)$$

$$11b^2 - 5ab - 4a^2 \quad (۲)$$

$$-11b^2 + 5ab - 4a^2 \quad (۳)$$

$$-2b^2 + 5ab - 11b^2 \quad (۴)$$

۱۴ - حاصل عبارت تاکنون کدام است؟ $(x^3+2x^2-x+4)(x^3-2x^2-x-4)$

$$x^4 - 4x^4 - 10x^2 - 14 \quad (۱)$$

$$x^4 - 4x^4 + 17x^2 + 14 \quad (۲)$$

$$x^4 - 10x^4 - 4x^2 - 14 \quad (۳)$$

$$x^4 - 4x^4 + 17x^2 - 14 \quad (۴)$$



در این بخش دو اعماق هم کاربرد داریم که در حل مسائل مکانیک اهمیت متفاوت شود هر دوی نیز بحث می‌نماییم.

بیشتر بخواهیم

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

اعمار ملکب (وجدهای)

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

اعمار حاق و لاغر

مثال: حاصل عبارت های زیر را به صورت آزاد بفرمایید.

ا) $(x+2)^3$

ب) $(\sqrt{r} + \sqrt{s})^3$

ج) $(2a-3)(4a^2 + 4a + 9) =$

د) $4\sqrt{x^4} + 3\sqrt[3]{x^3} =$

«نابرابری‌ها و نامعادلهای»

وقتی دو عدد برابر باشند $a = b$ ، بین آنها علاوه (=) تساوی یا هم درستی خواهد بود. «نابرابری» و نیز «معادله» داریم اما مولودی وجود دارند که عبارت‌ها با هم متساوی نباشند و از علاوه (\neq) استفاده می‌کنیم ($a \neq b$). در این حالت a کوچک‌تر از b (نابرابری) و نیز «نامعادله» داریم.

$a < b$ را عدد حقیقی باشد؛ به طوری که $a < b$ ، در این صورت عدد حقیقی سُنی مانند p هست؛ $a = b + p$ که

مثال: با توجه به نابرابری‌های زیر، نکته نابرابری برای هر عدد تردید نماید.

$$x = y + v \Rightarrow x > v$$

$$\Rightarrow a = b + 1 \Rightarrow a = b + 1 - 1 \Rightarrow a = b + 0 \Rightarrow a > b \neq b < a$$

نمایم ندادهای نامتساوی:

مازی رو هر دو عدد a و b ، چهار حالت زیر وجود دارد:

$a < b$ یعنی قدر a از b بیشتر است و می‌خواهیم a بزرگتر از b است.

$a > b$ یعنی قدر a از b بیشتر و با آنرا نابرابر است و می‌خواهیم a بزرگتر از b است و $a = b$ نباید از $a > b$ تردید است.

$a \leq b$ یعنی قدر a از b کمتر یا برابر است و می‌خواهیم a بزرگتر از b است و $a \geq b$ نباید از $a < b$ تردید است.

$$\begin{cases} a < b \\ b < c \end{cases} \Rightarrow a < b < c \Rightarrow a < b < c \text{ کوچک‌تر از } b \text{ و } b \text{ کوچک‌تر از } c \text{ است.}$$

هر کدام a و b در عدد حقیقی باشند، ۳ حالت ($a=b$ ، $a < b$ و $a > b$) را خواهیم داشت.

اگر عدد حقیقی a نقض نباشد (نایست باشد) $\Leftrightarrow a > 0$ یا $a = 0$ در این حالت می‌نویسیم $a \geq 0$ و می‌خواهیم a بزرگتر یا برابر باشد است؛ بنابراین $a \geq 0$ یا $a \geq \frac{1}{3}$.

اگر a عدد حقیقی نایست باشد $\Leftrightarrow a \leq 0$

اگر $a+b > 0$ آنکه a و b هر دو بیت هستند با عدد زیر ترتیب می‌دارند.

$(+2) + (-3) > 0$ یا $(+3) + (-2) < 0$

اگر a و b هم علاوه هستند و a, b آنکه $ab < 0$ آنکه a, b علی‌العلاء هستند.

$a = +2$ و $b = -3 \Rightarrow ab = (+2)(-3) = -6 < 0$

$a = +2$ و $b = +3 \Rightarrow a = -2$ و $b = -3 \Rightarrow ab = (+2)(+3) = (-2)(-3) = 6 > 0$

اگر $a+b < 0$ آنکه علاوه عدد بزرگتر نقض است.

$a = +2$ و $b = -5 \Rightarrow a+b = +2 - 5 = -3 < 0$

فرازن نایابی کی:

۱- اگر در طرف چینی نایابی را با عددی مانند c جمع (یا تفریق) کنیم، نایابی همچنان برقرار است؛
بعنی اگر $a > b \Rightarrow a+c > b+c$

مثال: $a = 5$ و $b = 2 \Rightarrow a > b$ ، $a > 2 \xrightarrow{+3} a+3 > 2+3 \rightarrow 5 > 5$
 $a > 2 \xrightarrow{-3} a-3 > 2-3 \rightarrow 2 > -1$

۲- اگر در طرف چینی نایابی را در عدد مثبت مانند c ضرب کنیم، نایابی همچنان برقرار خواهد بود؛
بعنی اگر $\begin{cases} a > b \\ c > 0 \end{cases} \Rightarrow ac > bc$

مثال: $\begin{cases} a = 7 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a > b$ ، $7 > 4 \xrightarrow{\times 2} 7 \times 2 > 4 \times 2 \rightarrow 14 > 8$

۳- اگر رو طرف ناگایی $b > a$ مادر عددهای $c < 0$ ضرب کنیم؛ راست صورت داریم:

$$-v > -9 \xrightarrow{x(-2)} (-v)(-2) < (-9)(-2) \rightarrow 14 < 18$$

$$a > b, c < 0 \Leftrightarrow ac < bc$$

۴- اگر رو طرف ناگایی $b > a$ مادر عددهای مثبت مانند $c > 0$ ضرب کرد؛ راست صورت داریم:

$$a > b, c > 0 \Leftrightarrow ac > bc$$

$$\text{مثال: } -5 > -8, +2 > 0 \Leftrightarrow (-5)(+2) > (-8)(+2) \Rightarrow -10 > -16$$

۵- اگر رو طرف ناگایی هم علاوه باشد (عنی هر دوست یا هر دو نفی باشند) با تکوین کردن آنها، جفت ناگایی تغییر نماید.

$$a, b > 0 \Rightarrow a > b \xrightarrow{\text{تکوین}} \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

$$a, b < 0 \Rightarrow a > b \xrightarrow{\text{تکوین}} \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

$$\text{مثال: } \begin{cases} -3 > -5 & \xrightarrow{\text{تکوین}} -\frac{1}{3} < -\frac{1}{5} \\ v > 3 & \xrightarrow{\text{تکوین}} \frac{1}{v} < \frac{1}{3} \end{cases}$$

۶- دونگایی هم جفت را بدل معکوب عضو با هم جمع کرد.

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ x > y \end{array} \right\} \xrightarrow{\oplus} a+x > b+y$$

$$\text{مثال: } \begin{cases} 2 > 3 \\ -2 > -5 \end{cases} \xrightarrow{\oplus} 2-2 > 3-5 \Rightarrow 4 > -2$$

- اگر a و b عددهای مثبت باشند و ترتیب باشند، هر دو همان نوشت:

$$a > b > 0 \xrightarrow{n>0} a^n > b^n$$

$$\text{کلی اثبات فرزن هم درست است.} \quad \Rightarrow a > b > 0 \Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt{b}$$

$$a^n > b^n \xrightarrow{a, b, n > 0} a > b$$

$$\text{مثال: } 3 > 2 > 0 \xrightarrow{4>0} 3^4 > 2^4 = 9 > 4$$

$$16 > 9 = 4^2 > 4^1 \Rightarrow 4 > 2 \quad , \quad 4 > 3 > 0 \Rightarrow \sqrt{4} > \sqrt{3} = 2 > 1 > 0$$

گزینه:

۱- توجه به برابری های زیر که نابرابری را هر کدام نمایند.

$$4) 12a = ab \quad (a, b > 0)$$

$$1) x = y + 4$$

$$2) m + 1 = n + 4$$

$$7) m + 1 = n$$

$$3) a - 4 = b + 3$$

$$8) 4x = 4y$$

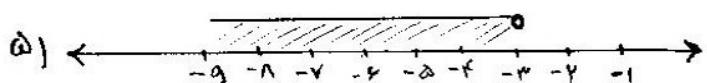
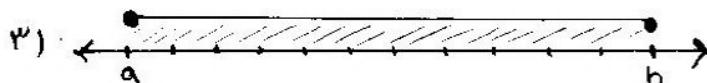
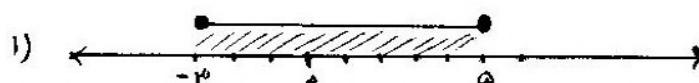
$$4) km = mn \quad (m, n > 0)$$

$$9) x + 1 = y - 1$$

$$5) x - 4 = y + 1$$

$$10) a + 4 = b + 9$$

۲- ساطر با هر یک از ماحصلهای مشخص شده روی محور، یک نابرابری نمایند.



۳- درست را نابداشی هر یک از عبارت های زیر را بررسی نماید.

الف) $a + b > a$ آنکه a و b هردو مثبت باشند.

ب) $a + b < a$ آنکه a و b هم علاس هستند.

ج) $\frac{ab}{c} < a$ آنکه a و b و c همه مثبت هستند.



د) از $a^b < 0$ آنکه، طبق اینست.

۴- صورت‌های کلامی را به صورت جبری نویسید؟

الف) ۳ برابر عددی متوالی از ۷ بزرگتر است.

ب) آنچه دور برابر عددی به علاوه ۳ از ۸ کوچک است.

ج) m بین t و s وی آنچه باشد.

د) x بین t و s باشد.

ه) اعداد کوچکتر از m اند.

۵- صورت‌های جبری زیر را به صورت کلامی نویسید.

۱- $p \geq 454$ (الف)

۲- $p \leq 454$

۳- $m < a$

۴- نظریه‌های ترکیبی محض شنید. (عاصمه یا اعدادی دو عدد را x در نظر گیرید)

۵- $m \leq x < n$ (الف)

۶- $x \geq n$

۷- $x \leq p$

۸) $x \leq x \leq t$

۷ - بر روی طرف نابرابری های زیر عبارت های شرح شده را اضافه نماید. آیا نابرابری باز هم برقرار است؟

(الف) $1 < 3 + 1 \rightarrow$

$$\rightarrow 1 - 3 < 1 \rightarrow$$

$$\text{ج) } 1 - 3 < -2 \xrightarrow{-100}$$

$$\text{د) } \frac{1}{2} < 0 \xrightarrow{+(-\frac{1}{2})}$$

$$\text{ه) } 4 < 9 \xrightarrow{-42}$$

۸ - در طبق نابرابری های زیر را در عبارت های شرح شده ضرب نماید. آیا نابرابری ها باز هم برقرار است؟
چه نتیجه ای میگیرید؟

$$\text{الف) } -7 > -9 \xrightarrow{x^3}$$

$$\text{ب) } -7 > -9 \xrightarrow{x(-3)}$$

$$\text{ج) } -7 > -9 \xrightarrow{x^0}$$

$$\text{د) } -7 > -9 \xrightarrow{x(-1)}$$

$$\text{ه) } 2 < 7 \xrightarrow{x\sqrt{2}}$$

$$\text{و) } -4 < -1 \xrightarrow{x(-2)}$$

۹ - حلست های عبارت های حقیقی x, y, z را طوری تعین نماید که نابرابری ها برقرار باشند.

$$\text{الف) } xy < 0$$

$$\text{د) } x^2y^3 < 0$$

$$\text{ب) } xy^2 > 0$$

$$\text{ه) } x^2y^2 < 0$$

$$\text{ج) } \frac{xy}{z} < 0$$

$$\text{و) } \frac{xy}{z} > 0$$

نامعادله:

نامعادله کس نابرابری شامل تغیر (محبول) است که آن نابرابری به ازای بعضی از مقدار محبول برقرار نباشد.

نامعادله کس محبول درجه اول:

نابرابری اگر دارای کس محبول (کستغیر) باشد درجه نست به x برابر باشد، در این صورت به این نابرابری، نامعادله کس محبول درجه اول می‌گویند.

$$2x + 1 > 7 \quad \leftarrow \text{نامعادله درجه اول باخطی}$$

مخصوصه حساب معادله:

محبوب متعارفی که به ازای آن $\frac{1}{2}$ ، نامعادله به نابرابری درست تبدیل شود، محبوب حساب نامعادله است.

مثال: در نامعادله $2x + 1 > 7$ مطابق حبیل زیر محبوب حساب برابر با جواب اعدادی است؟

نامعادله	$x = -1$	$x = 1$	$x = 3$	$x = 4$	$x = 5$	$x = 7$	$x = 8$
$2x + 1 > 7$	$2(-1) + 1 > 7$ $-1 > 7$ x						

روش حل نامعادله درجه اول:

برای حل نامعادله کس محبوبی مانند معادله کس محبوبی عمل می‌کنیم یعنی محبولها را همی به طرف چپ می‌بریم و معلم ها را طرف دیگر نابرابری و با توجه به خاصیت های نابرابری ها شروع به حل می‌کنیم.

نکته: برای درستنم محبوب حساب نامعادله همتوان از روش زیر استفاده کرد:

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \underbrace{\dots}_{\text{حواب نامعادله}} \text{ یا } x \geq \underbrace{\dots}_{\text{حواب نامعادله}}\}$$

• هرگز از محبوب حساب نامعادله را روی عدد اعداد حقیق هم نشان ندار.



مثال: مجموع حساب نامعادلهای نزیر را به دست آورید.

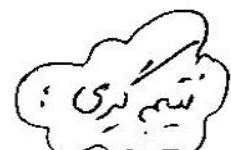
$$\text{ا) } 2x + v \geq 15$$

$$\begin{aligned} 2x &\geq 15 - v \Rightarrow 2x \geq 15 \Rightarrow x \geq \frac{15}{2} \Rightarrow x \geq 7.5 \\ &\Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 7.5\} \end{aligned}$$

$$\text{ب) } \frac{x}{3} - \frac{1}{2} < \frac{x-1}{4}$$

$$\text{ج) } 3(x-1) \geq 2x + 1$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}(x+v) - \frac{x}{4} \leq \frac{1}{2}(4-x) + \frac{x}{4}$$

 نسبیتی:

روشن کلی حل نامعادله بر صورت نزیر است:

گام اول: ابتدا در صورت مساوی شدن رو طرف نامعادله را مساوی کنیم.
گام دوم: عبارت های مجهول را به یکی سانجام نموده می بینیم و اعداد را با هم جمع می کنیم.
در صورت انتقال عدراها یا تغیرها به سمت دیگر نامعادله، علاوه آنها را منفی می کنند.

گام سوم: رو طرف نامعادله را ضرب مجهول تقسیم می کنیم، اگر بر عدد منفی تقسیم می کنیم، جهت نامساوی عوض می کند
و اگر بر عدد مثبت تقسیم نمود جهت نامساوی عوض نمی شود.

$$\text{مثال: } 5x + 3 > 23$$

$$5x > 23 - 3 \Rightarrow 5x > 20 \Rightarrow \frac{5x}{5} > \frac{20}{5} \Rightarrow x > 4$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$$

(روشن حل نامعادلهای کسری):

کام اول: اینجا باید "ک.م.م" فرعی ها را بدراست.

کام دوم: "ک.م.م" را در کل نامعادله (د طرف) ضرب می کنیم تا عبارت از پسین برود و نامعادله ساده شود.

کام سوم: همانند سه کام های حل نامعادله های کسری جبر برای حل می کنیم.

مثال: مجموع حساب نامعادله زیر را به دست آوردید و روی صفحه از راهنمایی رسم کنید؟

$$\frac{4x-4}{4} \leq \frac{4x-2}{\varphi} \quad \begin{matrix} 4 = 4 \\ [4, \varphi] = 20 \end{matrix} \rightarrow 40 \left(\frac{4x-4}{4} \leq \frac{4x-2}{\varphi} \right) = 40 \left(\frac{4x-4}{4} \right) \leq 40 \left(\frac{4x-2}{\varphi} \right)$$

$$\Rightarrow 40(4x-4) \leq 4(4x-2)$$

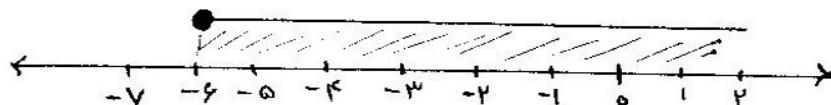
$$\Rightarrow 160x - 160 \leq 16x - 8$$

$$\Rightarrow 160x - 16x \leq +160 - 8$$

$$\Rightarrow -144x \leq 152$$

$$\Rightarrow \frac{-144x}{-4} \geq \frac{152}{-4} \Rightarrow x \geq -4$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -4\}$$



مثال: مجموع حساب نامعادله زیر را به دست آوردید و سپس آن را به صورت مجموع و روی صفحه از راهنمایی رسم کنید.

$$\frac{x}{4} - \frac{1}{4} > \frac{4x-3}{6}$$



تمدن

۱- محمدیم حراب ناداریهای نمر را به درست آورده و حاصل را به صورت محمدیم و هر چیز روی صورت نشاند.

$$1) 2(x-3) + 5 < 0 - x$$

$$2) 3 - 2x \geq 5(3 - 2x)$$

$$3) 2x - 4x < 0$$

$$4) 2x < 3(x-1) + 4x - 4$$

$$5) 4(3x-1) - 3 < 4(x+1) - 4x$$

$$6) 1 - 3x \geq 4(2 - 4x)$$

$$7) 9 - 5x > \frac{1}{4}$$

۱- محمد حواس نامی راهنمای اسرائیل است آدرید؟

$$\text{الف) } \frac{y-3}{3} - 1 > \frac{y}{2}$$

$$-1 - 2 - \frac{q}{4} \leq \frac{1+q}{4}$$

$$\Rightarrow 1 \frac{1}{2} - \frac{x}{4} \geq \frac{3x-1}{2}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{V} - \frac{x}{2A} > \frac{3x-6}{A}$$

$$\text{ج) } \frac{1}{\phi}(20x - 30) + \frac{x}{\rho} > \frac{1}{10}(30 + 20x)$$

$$\text{ز) } \frac{v}{\rho} + \frac{1}{\Sigma}(y+\psi) \geq \frac{\psi}{\lambda}(r+y) - \frac{y}{\rho}$$

$$\text{س) } \frac{y}{\rho} - \frac{1}{\phi} < \frac{\psi y - r}{\rho}$$

$u \square v$ ب) اگر $u-v=-2$ ، دراسنجهوت

$a \square b$ د) اگر $\frac{a-b}{2}=-3$ دراسنجهوت

$p \square q$ و) اگر $2p-2q=8$ دراسنجهوت

۳- در راه های خاصی از راه های \rightarrow یا \leftarrow مرا در چهیه.

الف) $a \square b = 1$ دراسنجهوت

$p \square q = 2$ (پ-۱)=۲۹-۳ دراسنجهوت

ج) $m \square n = -4$ اگر دراسنجهوت

۴- علاوه بر راه های حقیقی a ، b و c را طوری تغییر نماییم که نابرابری های زیر برقرار باشد.

$$(الف) \frac{ac}{b^2} < 0$$

$$\Rightarrow 1 \frac{a}{bc} > 0$$

$$\hat{\wedge} ab > 0$$

$$د) \frac{a^2}{bc} > 0$$

۵- اگر $x^2 > y^2$ آیینه های x و y که نسبت $x^2 > y^2$ را در مجموعه \mathbb{R} نداشته باشند، آیینه کردن x و y نمی کنند.

۶- اگر $0 < x$ و $0 < y$ نمی رهید $x > y$ ؟

۷- علاوه بر راه های کلامی زیر را به زبان ریاضی نویسید.

الف- اگر بول على راسه را کنیم، حداقل ۳۰۰ تراول از در در ابر بوسش بسیر می شود.

ب- مجموع نصف عدد a و چهار ربع عدد b ، حداقل $\frac{a}{2} + \frac{b}{4}$ واحد است.

پ) آنچنان ربع عدد از نصف عدد ط، حداقل $\underline{5}$ واحد است.

ت) اگر بول عنی را چهار برابر کنیم، حداقل $\underline{400}$ توانی از سه برابر بولش بیشتر می‌شود.

ث - دو عدد طبیعی فرد توانی پیدا ننمایند و مجموع آنها:

الف) - حداقل شرایط را $\underline{45}$ باشد.

پ) - حداقل $\underline{70}$ باشد.

پ) - کمتر از $\underline{100}$ نشود.

ه) - محیط مستطیل $ABCD$ با $AB = 8\text{ cm}$ بیشتر شود و اندازه $\angle A$ صلع آن باشد. اندازه صفحه دیگر آن صورت عادی می‌توان اختصار کند؟

ج) - حدب عدد طبیعی وجود دارد که اگر نصف آن را با $\frac{1}{4}$ جمع نماییم، حاصل نوجمله از $\underline{90}$ می‌شود؟

تمام:

۱- مجموعه جواب نعادیه $8x+2 \leq 2(x-3)$ ندام نزین است؟

الف) $x \geq -\frac{4}{3}$ (ج) $x \leq -\frac{4}{3}$ (ب) $x \leq -\frac{4}{8}$ (پ) $x < -\frac{4}{3}$

۲- ندام می‌باشد از نامناسبی های زیر همچو صفحه ایست؟ $(a > 0, b > 0, c > 0)$

الف) $bc > a$ (ج) $ab < c^2$ (ب) $\frac{(ab)^2}{c} > 0$ (پ) $\frac{ab}{c^2} > 0$

۳ - محدوده عدد طبیعی وجود دارد که اگر از دو برابر آنها \leq واحد کم کنیم حاصل نمودار $x^2 + 2x - 2 < 0$ (نوبت دیگر ۹۷ مازندران)

(د) به شمار

(ج) ۹

(پ) ۸

(الف) ۷

۴ - به ازای محدوده عدد طبیعی، نادیده $x^2 + 2(x-2) < 0$ حساب دارد؟ (نوبت دیگر ۹۷ اردبیل)

(د) به شمار

(ج) ۵

(پ) ۴

(الف) ۳

۵ - اگر $x^2 + y^2 = \sqrt{2}$ باشد، درست صورت کدام می‌باشد از مجموعهای زیر همواره درست است؟

(د) $xy < 0$ (ج) $y \leq x$ (پ) $x > y$ (الف) $\frac{1}{x} < 1$

۶ - طول ضلع مربع $2\sqrt{5}$ برابر طول ضلع مربع ممکن است ویا اصلاح است. طول ضلع مربع حداقل چهار بار شد تا مجموع محيط‌های دو مثلث از $6\sqrt{5}$ بیشتر نشود؟ (نوبت دیگر ۹۶ آذربایجان شرقی)

(د) ۱۲۱۵

(ج) ۱۰

(پ) ۷۱۵

(الف) ۵

۷ - در مجموعهای زیر نام عبارت صحیح است؟ (نوبت دیگر ۹۶، چهارمحال و بختیاری)

(پ) اگر $x^2 + y^2 = 1$ باشد، آنکه $x < y$ است.(الف) $-5 < \frac{400}{a-5}$

(ج) اگر $(a-1)x^2 + y^2 = 1$ باشد، درست $x^2 + y^2 = a$ است. (د) اگر $x < 0$ و $y < 0$ باشد، آنکه $x^2 + y^2 = a$ برابر y است.

۸ - اگر مجموع حواب نادیده $ax + \frac{bx-1}{a} < 2x+m$ باشد، کدام است؟

(د) ۱۰۲

(ج) $\frac{75}{5}$

(پ) ۴۸

(الف) ۱۴

۹ - اگر $x < 0$ و $y < 0$ (و عدد حقیقی باشند) و $x < 0 < y$ باشند: (آذربایجان)

(د) $y-x > yx$ (ج) $x^2 > y^2$ (پ) $x^2 < y^2$ (الف) $\frac{1}{y} < \frac{1}{x}$

۱۰ - اگر $a > b$ و $a > 0$ نامی صحیح است؟

(د) $a-b < 2$ (ج) $a-b < 1$ (پ) $a+b > 3$ (الف) $a+b > 2$

« یادداشت »

« تمرین‌های آندرفصل \triangleq »

۱- کدام از عبارت‌های زیر حمله‌ای نیستند؟

الف) $7x^3$, $-\sqrt{a}ab$, $\frac{1}{x}$, $a \cdot 3\sqrt{y^3}$, πz^4 , $|ab|$

ب) $4x^3+y$, $\frac{1}{2}a^3b^2$, $a^{\frac{x}{2}}$, $3y^{\frac{-2}{a}}$, $-y^a$, 4^x

ج) $\sqrt{a^2-b^2}$, $\frac{-1}{m}$, $\frac{x^2y}{4\sqrt{2}}$, $\frac{-9a^3b^3}{c}$, $-9x^0$, $\sqrt{a^2b^2}$, a^2

۲- در هر دوام از سه حمله‌ای‌های در فریب عدی و عبارت حرفی را مشخص کنید.

الف) $\frac{-a^2b^3z^4}{4} =$

ب) $-1 - \sqrt{a}xy^3 =$

ج) $\frac{-a^3b^2z^m}{14} =$

د) $8^4x^4z =$

۳- در عبارت‌های زیر حمله‌ای متناسب را در هر سطر مشخص کنید.

الف) $2x^2y^4$, $-4xy^5$, $\frac{-x^2y}{\lambda}$, $-xy^4$, $-\sqrt{14}x^2y^2$, $8(xy)^2$, $\sqrt{2}y^2x$.

ب) $-a^3b^2z$, $\frac{1}{\varphi}za^3b^2$, $-4a^3zb$, $\sqrt{2}a^3b^2z^2$, $\frac{a^2zb^2}{9}$, $-a^3zb$.

۴- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت آزاد بفرمایید.

۱) $1 - (-5x^2) \times (-8x^3) =$

۲) $4(-3x \times 4x^2) =$

۳) $(\frac{-1}{\varphi}y^5)^4 \cdot (-2y^4)^3 =$

۴) $(\frac{1}{10}a^3b^2)(ab)(-\frac{8}{\lambda}a^2c^3) =$

۵) $-2(5x^3y)^3 \cdot (-3xy^4) =$

۶) $-\frac{4}{\lambda}(2a^3b^4)^4 \cdot (\frac{1}{9}a^2b) =$

۷) $(\frac{-1}{\varphi}bt^4)(-4b^2t^3) - (-b^2t^2)(-3bt^2) =$

۵ - در هر صارت درجه را نسبت به تغیرهای خواسته شده نویسید.

$$1) 4x^3 - 7x^2 - x \quad (\text{نسبت به } x)$$

$$2) \frac{1}{4}a^4b^3 + ab^4 - b^5 \quad (\text{نسبت به } b) \quad (\text{نسبت به } a)$$

$$3) 2x^2y^3 - 3xy^2 + ax^3y^4 \quad (\text{نسبت به } x \text{ و } y)$$

$$4) (x^2 - 3y)(2x^3) \quad (\text{نسبت به } x)$$

$$5) (a^2 + 2b)^4 \quad (\text{نسبت به } a)$$

$$6) (xy^2 + 1)(x^3 - y)(x^4 + y) \quad (\text{نسبت به } x \text{ و } y)$$

۶ - صارت زیر را درجه کرد و نسبت به توانهای زوایی x مرتب نماید.

$$1) (5x^3 - 3x^2y)(y - 2x) =$$

$$\Rightarrow -4x^4 + 4x^3z + x^4 - [2z^4 + 3xz - (4x^3 - 5x^2z)] =$$

$$2) 4x^4 + 3x^4 - \frac{x}{4} + \sqrt{4}x^2 =$$

$$3) m - [(m - x^2) - (x^2 - 2)] =$$

$$7) \text{ آیا بینظر شما برای } (x - 8)^4 = x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 8x + 8 \text{ این اعداد امتیاز چهارم دارند؟}$$

۸ - دو مسأله از صارت زیر اعداد دو داشتند معتبر نهادند.

$$1) a(a - 4) = a^2 - 4 - 4a$$

$$2) (x^2 - 4)^2 = x^4 - 4x^2 + 9$$

$$3) 4x(4x - 5) = 4x^2 - 10x$$

$$4) \frac{y+2}{\mu} = y - 1$$

۹- با استفاده از رسم راهنمای مرتع دوچندایی و حاصل عبارت های زیر را به صورت آزاد بینداز.

$$1) \left(\frac{xy}{4} - 3y^3 \right)^4 =$$

$$2) (a^2 + \frac{1}{z})^4 =$$

$$3) (3x - 4y)^4 =$$

$$4) (\sqrt{8}x^4y - \sqrt{a})^4 =$$

$$5) (\sqrt{7} + \sqrt{a})^4 =$$

$$6) (4x + (3y - az))^4 =$$

$$7) \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right)^4 =$$

$$8) (100^r)^4 =$$

$$9) (300)^4 - (200)^4 - (50)^4 =$$

$$10) (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})^4 =$$

$$1) (y^r + \frac{1}{y^r})^r = y^r + r + \dots$$

$$2) (\dots + xt)^r = \frac{1}{xt} + \dots + (xt)^r$$

$$3) (x^r + \dots)^r = \dots + \dots + y^r$$

$$4) (\dots - \frac{1}{b^r})^r = b^r - r + \dots$$

$$5) (ra + \dots)^r = \dots + \dots + rb^r$$

$$6) (\dots + rx^r)^r = rf + \dots + \dots$$

۱۱- طبقه کنید: مجموع عبارت های زیر را به صورت آزاد بینداز.

۱۲ - در مربع به صلح $(\frac{1}{x} + 2x)$ ، مربع دیگر به صلح $(x+1)$ را حذف کنید. ساخت باقی مانده چقدر است؟

۱۳ - هر کدام از اعداد های زیر را بسط نماید.
 $(x \neq 0)$

$$1) x^4 + \frac{1}{x^4} = (x - \frac{1}{x})^4 + 2$$

$$2) x^4 + y^4 = (x-y)^4 + 4xy$$

$$3) (x-y)^4 + (x+y)^4 = 2(x^4 + y^4)$$

۱۴ - مترات های جبری زیر را تجزیه نماید.

$$1) 9a^2b^4 + 48a^3b^4 - 81a^5b^2 =$$

$$2) 9x^4 - 18x^3 =$$

$$3) 8x^4 - 14x^3 + 12x^2 =$$

$$4) n^4 + 4n^2 + 9 =$$

$$5) 9x^2y + 4x^2y + xy^2 =$$

$$6) x^4 + 10x + 25 =$$

$$7) 9x^2y + 4x^2y + xy^2 =$$

$$8) a^4 - 14a^2 + 41^2 =$$

$$9) m(x+2)^4 + n(x+2)^2 =$$

$$10) 4x^4 - \frac{14}{25}x + \frac{9}{25} =$$

$$11) 4x^4 + 4x^2 =$$

$$12) 16x^4y - 12x^2y^2 + 4x^2y^2 =$$

$$13) m(x+1) + a(x+1)^2 =$$



$$14) m^r a^r - \sqrt{m} m a + v =$$

$$15) 4x^y y^x + 10xy + 20 =$$

$$16) x^2 + 10 + \frac{10}{x^2} =$$

$$17) x^k + x + 2x^m + 2 =$$

$$18) 20x^r + 20x + 20 =$$

$$19) m^r + \frac{1}{m^r} + 2 =$$

$$20) 4(y+r)^4 - x(y+r)^2 =$$

۱۵- محاصل عبارت های زیر را با استفاده از اتحاد های بسط آورید.

$$1) ((x+y)+z)^r =$$

$$2) ((\frac{1}{r}a + \frac{1}{r}b) + r z)^r =$$

$$3) ((rx + ry) + rz)^r =$$

$$4) (r_1 a)^r + r(r_1 a)(r_2 a) + (r_2 a)^r =$$

$$5) (\sqrt{r}x + (\sqrt{r}y + \sqrt{r}z))^r =$$

$$6) (r_1 r_2 a)^r - r(r_1 r_2)(r_1 r_2 a) + (r_2 r_2 a)^r =$$

$$7) (\sqrt{r}r - \sqrt{r}r)^r =$$

$$8) (x^r y + x y^r)^r =$$

$$9) (\frac{1}{m^r} - \sqrt{m} m^r)^r =$$

$$10) (rx - \omega x^r y)^r - (rx + \omega x^r y)^r =$$

۱۶- از محاصل عبارت آورید.
 $\sqrt{r_2 x^r + r_2 + r_2 x} - \sqrt{r_2 x^r - rx + 1}$

۱۷- در مجموعه ای از عبارت های مدار را با محاسبه نسبت فراز دهد.

۱) $(x+a)(x-a) = \dots$

۲) $(x-4)(x+4) = \dots - 36$

۳) $(1-a)(1+a) = \dots - a^2$

۴) $(t+10)(t-10) = t^2 - \dots$

۵) $(\frac{v}{r}-ab)(\frac{v}{r}+ab) = \dots - v^2 ab^2$

۶) $(4x+\dots)(4x-\dots) = 16x^2 - 81y^2$

۱۸- محاصل عبارت های زیر را با استفاده از آنها برسانید آورید.

۱) $(x-\sqrt{r})(x+\sqrt{r}) =$

۲) $(x^2 - \frac{a}{r})(x^2 + \frac{a}{r}) =$

۳) $(2\sqrt{r}-x^2)(2\sqrt{r}+x^2) =$

۴) $(4x^2+vy^2)(4x^2-vy^2) =$

۵) $(yz-\sqrt{r}b)(\sqrt{r}b-yz) =$

۶) $(yx+v)(yx-v) =$

۷) $(va-12+ay)(va+12-ay) =$

۸) $(xz-\sqrt{r}ba)(xz+\sqrt{r}ba) =$

۹) $91 \times 109 =$

۱۰) $x^{\alpha} \cdot x^{-\alpha} =$

۱۱) $(y-4)(y+4) =$

۱۲) $(t+x)(t-y) =$

۱۳) $(4x+4)(4x-4) =$

۱۴) $(b^m - \frac{1}{x})(b^m + \frac{1}{x}) =$

۱۵) $(\sqrt{r}-x^2y^2)(\sqrt{r}+x^2y^2) =$

۱۶) $(4a-2)(9a^2+12a-4)(4a-2) =$

۱۷) $(x-2)(x+2)(x^2+\Sigma) =$

۱۸) $(\sqrt{r}x-y)(\sqrt{r}x+y)(4x^2-2y^2) =$

$$x^2 + y^2 = 99 \quad \text{و} \quad 3x + y = 23 \quad \text{باشد، آنچه مقدار } x+y \text{ را برابر کنید.}$$

۲۰ - اگر نفاضل مربعات دو عدد طبیعی ۹۵ و مجموع آن دو عدد برابر ۱۳ باشد، ملخص نفاضل آن دو عدد کدام است؟

۲۱ - محاصل عبارت های زیر را به تکمیل آوردها ببرید.

$$1) (\sqrt{2} + 1)^{100} (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{100} =$$

$$2) \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{2}) =$$

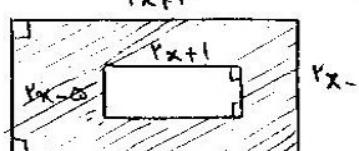
$$3) \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} =$$

$$4) (1 - \sqrt{3})^2 + 2|1 - \sqrt{3}| =$$

$$5) 1100\Delta \times 0.99\Delta =$$

$$6) (\sqrt{\sqrt{4} + \sqrt{2}} - \sqrt{\sqrt{2} - \sqrt{4}})^2 =$$

۲۲ - مساحت سطح های در خود را به صورت عبارت جزئی ببرید.



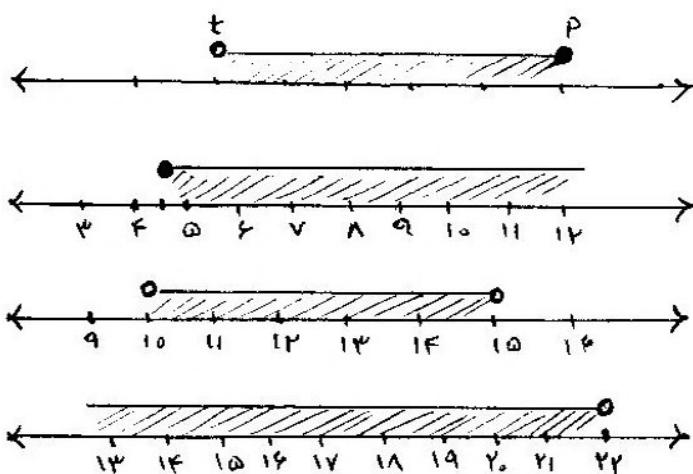
$$\frac{x+1}{x^2 + 4x + 4} = \frac{1}{9} \quad \text{باشد، مقدار } x \text{ را برابر کنید.}$$

۴۳- رای هر کدام از عبارت های زیر ممکن نباشد.

الف) $m + 3 = n + 2$

ب) $14x = 2y \quad (x, y < 0)$

ج) $x + y = y - x$



۴۴- رای هر چهار یکی از اینها ممکن نباشد.

۱) $x < a$

۲) $y < x \leq -f$

۳) $a < x < b$

۴) $x > p$

۴۵- نادارهای زیر را حل کرد: مجموع حباب افسته و روی صور ناش دهد.

۱) $3y + 8 \geq -1$

۲) $4z - 9 > \frac{2}{3}$



$$3) 1x + 5y \leq 0$$

$$4) \frac{x-3}{34} \leq \frac{x}{18} - \frac{1}{2}$$

$$5) 2x < 4(x-1) + 4x - 4$$

$$6) \frac{1}{2}(2y-4) - \frac{y}{8} > \frac{1}{2}(5y-2) + \frac{3y}{4}$$

$$7) \frac{x}{2} - \frac{1}{\omega} < \frac{x-4}{1\omega}$$

$$8) 4(x-4) \geq \omega x$$

$$9) 4(4x-4) + \omega > v(x-4)$$

$$10) \frac{y}{\lambda} - \frac{1}{\nu} > \frac{y-4}{\nu \epsilon}$$

۲۸ - محدود عدد طبیعی و حد زائد که مجموع نصف و نهاد آنها حد اگر باشد ۳۰ باشد.

$$1+2+3+\dots+n > 78$$

۲۹ - حداقل تعداد آنچه برای تابعی متعال تجزیه شود؟

۳۰ - فتح کردهای زیر را کدامند.

(الف) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{2}}$

(ب) $\frac{\sqrt{2}}{4-\sqrt{3}}$

(ج) $\frac{-3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

« تست های آخر مصل ۵ »

۱ - درجه صدراست زیر نسبت به x و y است؟

$$\frac{3}{5}x^2(x+2y)+12x(x^3+y^2)^2$$

۷ (د)

۶ (ج)

۵ (س)

۴ (الف)

۲ - تجزیه عبارت $-n^2+n+25$ را کدام نمایمت؟

(ب) $(n+1)(n-25)$

(الف) $-(n+4)(n-5)$

(د) $-(n+1)(n-25)$

(ج) $(n+4)(n-5)$

۳ - ندام می از عبارت های زیر کدامی نیست؟

$\sqrt{a} \times \sqrt{a}$

$-\frac{4m}{n}$

$a^2y =$

$3\sqrt{2}y$

(الف)

۴ - در بازی $a^2b < b^2a$ کدام کس از تین علاوه های زیر درست است.

(ب) $a < 0, b < 0$

(الف) $a > 0, b < 0$

(د) اندیب

(ج) $a > 0, b > 0$

- ۵ - اگر x عددی بین ۶ و ۹ باشد $5x + 2$ بین مجموع اعدادی است؟
 (د) ۴۵ و ۳۰ (ب) ۱۵ و ۱۳ (ج) ۱۱ و ۱۴ (af) ۱۰

۶ - کدام میان از مجموعه های زیر، مجموعه حواب نامعادله را درست نماید؟
 $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{19}{18}\}$ (د) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{28}{19}\}$ (ج) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{19}{28}\}$ (af) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{28}{19}\}$

- ۷ - کدام سیزده از عبارت های اینجا ذکر شده درست هستند. اینها میان میان است؟
 $x^2 - 4x + 8 = (x+4)(x+2)$ (ب) $8x^2 - 1 = (4x-1)(4x^2 + 4x + 1)$ (af)
 $4x^2 - y^2 = (2x-y)(2x+y)$ (د) $x^2 - 8x + 14 = (x-4)^2$ (ج)

- ۸ - اگر $9 < x < 9$ باشد، آنگاه عبارت $\frac{-x+8}{2}$ بین کدام دو عدد درست دارد؟
 (ب) بین ۲ و ۱ (af) بین ۱۵ و ۳۰ (ج) بین ۱ و ۲
 (د) بین ۱۵ و ۱۵ (af) بین ۱ و ۱

- ۹ - به ازای کدام عدد صحیح n مساوی $1 > \frac{2}{n-x}$ برقرار است؟ (خوبی دلخواه)
 (د) ۷ (ج) ۲ (ب) ۰ (af) ۴

- ۱۰ - حاصل ضرب عدد متوالی از تابع $f(x) = x^2 + 1$ اولین دو عدد است.
 (د) ۱۵ (ج) ۱۱ (ب) ۹ (af) ۱۵

- ۱۱ - حاصل عبارت $\sqrt{4+9k} \sqrt{4+9k} \sqrt{4+9k} \times 10^2$ کدام است؟
 ۹۴ (د) ۹۸ (ج) ۱۰۰ (ب) ۹۴ (af)

- (a+b+c)(a+b-c) - (a^2 + b^2 - c^2)
 $a^2b + bc^2$ (د) $b^2 - a^2$ (ج) ab (ب) a^2b^2 (af)

- ۱۲ - حاصل عبارت $98 \times 99 \times 101 \times 102$ را برآورد باز:
 ۹۸۷۰۰۰۰۴ (د) ۹۹۸۸۰۰۰۴ (ج) ۹۹۹۰۱۴۳۴ (ب) ۹۹۹۰۰۰۴ (af)



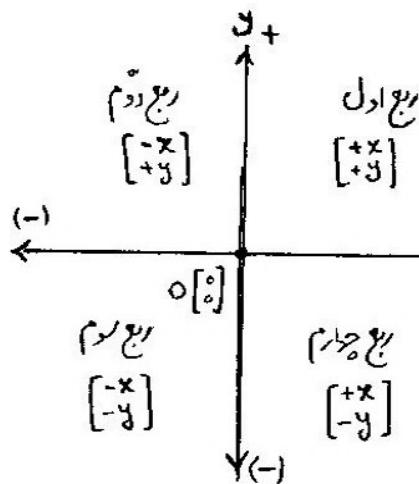
«چای حلای های مهم فصل ۵»

- ۱) حینه حلای می تواند --- با جمع چیزی چند --- باشد.
- ۲) درجه حلای ثابت (۴) در عبارت $4 - 6y + 5x^3 = A$ بار می باشد.
- ۳) درجه حلای $(2x^3y^5 + 3x^2y^5)$ درجه نسبتاً بخ داری داشد و درجه نسبت به x دو، به y یعنی باشد.
- ۴) نام اعداد $(x+2y+x)$ --- و نام اعشار $(x+y)$ --- می باشد.
- ۵) اگر دو طرف کل نابرابری را بر عدی هنفی تقسیم کنیم جهت نابرابری ---.
- ۶) اگر حداقل عدی مانند $x+5$ باشد آن را با خارج ریاضی به صورت --- می نویسیم.
- ۷) درجه حلای $x^3y^5 - 4$ --- ضریب عدی --- عبارت حرفی است.
- ۸) اگر دو عبارت چیزی به کوچکی باشند و بازی هر مقدار برای متغیرها ای مقدار کمینی راسته باشند، در این صورت بزرگی چیزی حاصل از آن ها را --- می کوییم.
- ۹) اگر $x < 0$ ، $y > 0$ باشد، رابطه $\frac{y}{x}$ هماره --- از صفر بزرگ است.
- ۱۰) اگر ناعباره ای فقط شامل یک تغیر باشند یک بود، بهنا عبارت --- می کوییم.

« خط و معادلهای خطی »

درس اول: معادله خط

(یادآوری):



- محورهای مختصات: دو محور عمود برهم که محور زیر زمین ها نیز مختصات (0) است.
- هر نقطه روی مختصات باسان طول و عرض آن شخصی شود.
- آردن هر نقطه روی محورهای مختصات را به صورت [عرض طول] نمایند.
- عرض نقاطی که روی محور طول (x) قرار گیرند مختصات [0 y] است.
- طول نقاطی که روی محور عرض (y) قرار گیرند، مختصات [x 0] است.
- نیاز ربع اول و سوم خطی است که از مبدأ مختصات میگذرد و فقط از ربع اول و سوم عبور میکند. $y = x \Leftrightarrow x = y$

- نیاز ربع دوم و چهارم خطی است که از مبدأ مختصات میگذرد و نیاز زاویه بین محورهای مختصات در ربع دوم و چهارم است. طول و عرض نقاطی که روی آن نیاز قرار گیرند قرینه میگردند. $y = -x \Leftrightarrow x = -y$

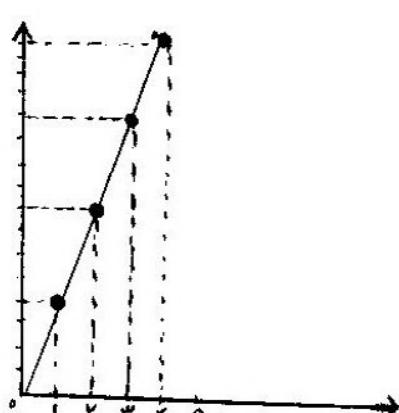
(رابطه خطی):

برابرین ضلع که ربع و محیط آن در جدول زیر داشته باشد.

افزاره ضلع (x)	۱	۲	۳	۴
محیط ربع (y)	۴	۸	۱۲	۱۶

$$\xrightarrow{\text{مختصات نقاط}} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 16 \end{bmatrix}$$

حاطر که مشهدی کند در این زوچها (نقاط) عرض ۴ برابر طول است یعنی بین اندازه ضلع (x) و محیط ربع (y) همواره تابع رابطه نسبت واحد دارد. (ضلع ۴ برابر میشود).



$$\text{پس میتوان نوشت: } 4x = \text{محیط ربع: معادله} \\ y = 4x \Rightarrow y = 4x$$

اگر دست لذت داشت و قدری این راسته را در نظر بگیرد (نقطه مختصات را کم کند و نقاط رسم نماید) ۴ برابر میشود. تابع خط را هست ایجاد میشود.

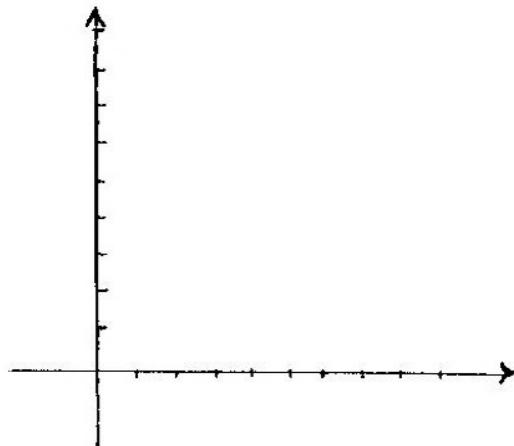
رابطه خطی :

هرگاه بین دو تغیر مرتبط مانند رابطه شال میل رخود را نشان باشد، یعنی میل تغیر (باتوان میل یادجو کرد) بر حسب میل تغیر دیگر (که آن هم توکن می‌دارد) تعیین شده باشد، رابطه خطی اعدادی می‌شود.

مانند: $y = 2x + 1$ ، $y = 5x + 7$ ، $y = 4x + 3$ یا $y = \frac{3}{2}x - 3$... روابط رابطه‌ها جای نامناسب درج عددهای به دست آمده را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم و این نقاط را به هم وصل کنیم، میل خط راست ایجاد می‌شود.

شال: آیا رابطه بین ضلع مربع و صحن آن میل رابطه خطی است؟ طول ضلع را با x و صحن را با y نوشی دهید. محدود را کامل کرده و هر نقطه را روی نوردار شال دهید. بنی x و y میل رابطه‌ای هست؟

ضلع (x)	۰	۰/۵	۱	۱/۵	۲	۲/۵	۳
صحن (y)	۰						
مختصات $[x]$	$[0]$						



ترکیب: نوع رابطه را در صفات های زیر مشخص کنید.

الف) رابطه طول یک پنج ضلعی نظم (x) با محیط آن (y):

ب) رابطه ضلع میانگین و حجم آن:

ج) رابطه شعاع دایره (x) و صحن آن (y ، $n=3$ ، $0 < x < n$):

د) رابطه رادیوس مرکزی و کلانگ دوربین آن.

۲- آن معادله خطی است؟ مسأله پاسخ رای این معادله برآورده و نقطه های اش پنهان نبوده و صل لند.

۳- مسأله پاسخ رای این معادله است؟ $2x - 3 = y$ پنهان نبوده و به صکل $y = 2x - 3$ نوشته درست مفهوم رسم کنید. آن این معادله خطی است؟

نتیجه کمیری:

تعریف معادله خط: رابطه بین x و y به صورت $ax + b = y$ است در آن a و b اعداد مختلف هستند، کم معادله خط است و بشار طوب باید x و y دو جزو دارد؛ وی اعداد نیست.

فرم کلی معادله خط: معادله خط رای توان به صورت $ax + by = c$ یا $ax + by - c = 0$ نوشته که همان فرم کلی معادله خط میگویند.

فرم استاندارد معادله خط: هرگاه یکی از طرف معادله و با ضرب ۱ آوار را شناخته باشد و قیمه معادله در طرف دیگر آوار نگیرد، با این فرم استاندارد معادله خط درج و هستیم.

$$y = ax + b : \text{فرم استاندارد معادله خط}$$

$$ax + by = c \quad \text{یا} \quad ax + by - c = 0 : \text{فرم کلی معادله خط}$$

روش رسم خط

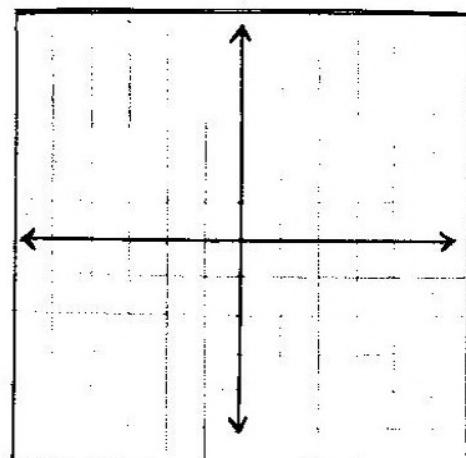
همه طرکی می‌دانید بار اشتبه دو نقطه از خط می‌توان آن را رسم کرد. مثلاً این رایج رسم خط‌های برعکس $y = ax + b$ کافی است در معادله خط را درسته به طای x دو عدد مختلف (عکس است) داشت، مثلاً $x = 0$ و $x = 1$ (محاسبه سریعتر و آسان تر شود) که این دو نقطه را نظریشان را درست آدم. بعد از شخص شدن این دو نقطه روی درستگاه محورهای مختصات، این دو نقطه را به هم دصل می‌کنیم تا یک خط ایجاد شود.

مثال: خط به معادله $y = 3x - 2$ را رسم کنید؟

$$x = 0 \xrightarrow{y = 3x - 2} y = 3(0) - 2 = -2 \Rightarrow [0 \quad -2]$$

$$x = 1 \xrightarrow{y = 3x - 2} y = 3(1) - 2 = 1 \Rightarrow [1 \quad 1]$$

$$x = 2 \xrightarrow{y = 3x - 2} y = 3(2) - 2 = 4 \Rightarrow [2 \quad 4]$$



تمرین: حرکت از خط‌های زیر را رسم کنید.

$$y + 2x = 4 \quad (\text{الف})$$

$$y = x + 1 \quad (\text{ب})$$



$$\text{۱) } y - 4x = 2$$

$$\text{۲) } x - 4y = 0$$

$$\therefore \text{۳) } ax - by = 10$$

$$\text{۴) } \frac{a}{r}x - \frac{b}{r}y = 1$$

$$\text{۵) } \frac{x + by}{r} = 3$$



برای اینکه نفعیم نقطه‌ای روی خط آزاد دارد یا نه یا اینکه خطی رز می‌نقطه معرض می‌گذرد با خبر از روشن مهندان استفاده نمود.

۱- طول و عرض نقطه را به جای x و y در معادله $4x+3y=0$ اگر در طرف تساوی می‌شود تبیه می‌گیریم که نقطه روی خط آزاد دارد و در غیر این صورت نقطه روی خط آزاد ندارد.

۲- خط دو نقطه را سمیعیم و از روی دلخواه می‌سینم که خط از نقطه‌ی می‌گذرد یا نه، انتهه روش اول روشن همتر و ناهمبتری می‌باشد.

مثال: آیا خط به معادله $3-4x-y=0$ از نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ می‌گذرد؟

$$y = 4x - 3 \xrightarrow{\frac{x=2}{y=-3}} (-3) \neq 4(2) - 3 \Rightarrow (-3) \neq 8 - 3 \Rightarrow (-3) \neq 5$$

خط از نقطه می‌گذرد حین دو طرف تساوی مکرر نشده.

تمرین:

۱- آیا نقطه $\begin{bmatrix} -4 \\ 6 \end{bmatrix}$ روی خط $2x+y=0$ آزاد دارد؟

۲- آیا خط $y = x - 5$ از نقطه $\begin{bmatrix} -3 \\ +2 \end{bmatrix}$ عبور می‌کند؟

۳- مقدار a اطریزی تیس نسبتی که خط به معادله $3-ax-y=0$ از نقطه $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ عبور کند.

۴- m اطریزی تیس کنند و خط $mx+ny-4=(m+n)x$ از نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$ عبور کند.



۵- نقطه $\left[\begin{smallmatrix} -3 \\ b+7 \end{smallmatrix} \right]$ روی خط $5x - 2y = 4$ هاردارد، تعداد طبقه ایست؟

۶- مجموعی کند؟

$$2k = \frac{3x - 4y}{x}$$
 از نقطه $\left[\begin{smallmatrix} 2 \\ -4 \end{smallmatrix} \right]$

۷- نقطه ای روی خط $x + 2y + 1 = 0$ را چنان تعیین نماید که طول آن سه برابر عرض آن باشد.

۸- آن نقطه $\left[\begin{smallmatrix} -19 \\ 2 \end{smallmatrix} \right]$ مردم خط $x - 2y = 0$ هاردارد؟

۹- تعداد هم‌مردمانه تا نقطه $\left[\begin{smallmatrix} 2 \\ -1 \end{smallmatrix} \right]$ روی خط $ny - 2x = 4$ بگیرد؟

۱۰- نقطه A روی خط $y = x - 3$ طوری بایابید که عرض آن ۳ برابر باشد؟

۱۱- نقطه C را روی خط $y = 2x - 3$ طوری بایابید که طول آن ۲ برابر باشد؟

«خط‌های کذب‌گار از میدا»

معارفه‌های خط بُرْنُلی $y = ax + b$ از میدا مختصات (x, y) نمایند و لی اگر در این معادله‌ها $b \neq 0$ باشد، معارفه خط به صورت $y = ax$ در می‌آید که از میدا مختصات عبور نمی‌کند.

مثال:

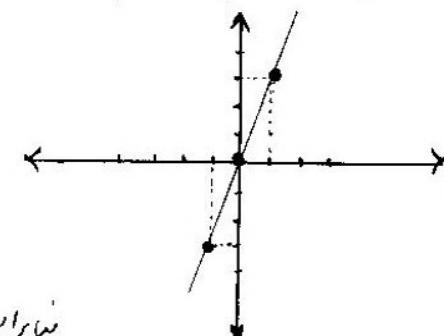
آیا خط $y = 3x$ از میدا مختصات می‌گذرد؟

$$x = 0 \xrightarrow{y = 3x} y = 3(0) = 0 \Rightarrow [0]$$

$$y = 0 \xrightarrow{y = 3x} 0 = 3x \Rightarrow x = 0 \Rightarrow [0]$$

$$x = 1 \xrightarrow{y = 3x} y = 3(1) = 3 \Rightarrow [1]$$

$$x = -1 \rightarrow y = 3(-1) = -3 \Rightarrow [-1]$$



پس از بررسی آیا خط $y = 3x$ از میدا مختصات می‌گذرد.

تمام: ۱- در هر قدر رونق خط را دارد شده است؛ آیا خط اراسمند وسیس با توجه به مختصات هر نقطه معادله خط را حدس زنید.

الف) $[0], [1]$

ب) $[0], [1]$

پ) $[0], [3]$

ت) $[0], [4]$

۲- خط $y = 3x - 1$ اراسمند وسیس با درش ترسیم کنید آیا خط رونق $[0]$ عبور نماید یا خیر؟



۳ - خط‌های $y = 2x$ و $y = -3x$ و $x = a$ از مترکه مختصات رسم شده‌اند. اگر این نقطه‌ها بر مرمی باشند

۴ - اگر یک هزینه تولید کالا باشد و رابطه حسابی $y = 300x + 500$ بین آنها برقرار باشد،

الف) هزینه تولید ۱۰ کالا چقدر می‌شود؟

ب) هزینه تولید چند کالا ۲۴۵۰۰ بیلود؟

محل تلاقی با محورهای مختصات :

برای اینکه یک نیم خط، صور x ها با طولها را در چه نقطه‌ای قطع کند، باید y عدد صفر قرار دهم و مقداری که برای x برداشت می‌کنیم، همان محل تلاقی خط با صور x ها باشد و برای باقی شرایط تلاقی خط با محور x ها بینجای x ، صفر قرار دهم و عددی که برای y برداشت می‌کنیم، همان نقطه برخورد خط با صور y ها باشد.

مثال: مختصات محل برخورد خط $y = 5x + 1$ را با محورهای مختصات پیدا کنید.

$$x = 0 \Rightarrow y = 5(0) + 1 \Rightarrow y = 1 \text{ نقطه کنند.}$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 5x + 1 \Rightarrow -5x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5} \text{ نقطه کنند.}$$

تمام: محل برخورد خط $y = 5x + 1$ با محورهای مختصات را به کم معامله خط به رسم آورید.



- ۲ - خط به معادله $y = \frac{1}{2}x - 2$ را کرم کنید.
- ب) آیا نقطه $[4, 1]$ روی این خط است یا خیر؟
- پ) مختصات نقطه هایی برخوردهای مختصات را تحقیق کنید.
- ت) نقطه ای از خط به طول ۱ را پیدا کنید.

۳ - با توجه به صورت کلی معادله خط $y = ax + b$ مقدار a و b کام است؟

۱ - کدام از خط های زیر از مرز مختصات میگذرد؟

$$y = 5x \quad (1)$$

$$y = x + 1 \quad (2)$$

$$y = -x \quad (3)$$

$$y = 2x \quad (4)$$

۲ - کدام نقطه در خط $x + 2y = 4$ قرار دارد؟

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

۳ - کدام کزینه نقطه ای به طول ۳ - روی خط $y = -x + 2$ باشد؟

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

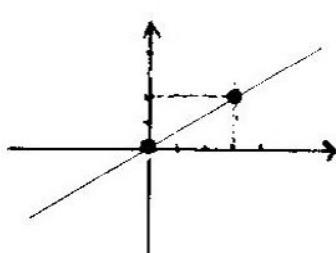
۴ - معادله خط مقابل در کدام کزینه میباشد؟

$$y = \frac{2}{3}x \quad (1)$$

$$y = 2x + 3 \quad (2)$$

$$y = 3x + 2 \quad (3)$$

$$y = \frac{3}{2}x \quad (4)$$



۱۰ - خط $x + 4y - 1 = 0$ از نقطه $\begin{bmatrix} 2a+1 \\ 1-a \end{bmatrix}$ میگذرد. تعداد کلام است؟ (نموداری ۹۷، قم)

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

۱۱ - تعداد m حدیابت خط $4x + 4m - 2 = -4y$ از مبدأ مختصات کمتر است؟ (نموداری ۹۷، ایلام)

(-) $\frac{2}{3}$ ($\frac{4}{3}$)($\frac{2}{3}$)(-) $\frac{4}{3}$

۱۲ - تعداد P از طریق تیسین نسبت نسبت $\begin{bmatrix} 4P \\ P+1 \end{bmatrix}$ روی خط $y = 2x + 1$ قاعده شود. (نموداری ۹۴، آذربایجان غربی)

(۱) صفر

(-)(۱)

(۱)

(۱)

۱۳ - کدام نقطه زیر روی خط $2y - 3x = 7$ قرار ندارد؟ (نموداری ۹۶، آذربایجان)

[۳]

[۱]

[-۱]

[-۲]

۱۴ - نقطه $A = \begin{bmatrix} a+1 \\ b-1 \end{bmatrix}$ روی خط $(x+1)-3y=0$ قرار دارد. کدام میب از اقطاب های زیر را است؟

$2a = 3b + 4$ (۱) $3a - 2b - 8 = 0$ (۲) $4a - 3b + 4 = 0$ (۳) $4b = 3a + 4$ (۴)

۱۵ - در کدام ترتیب این خطوط نسبتی باشد؟

$5y - 4x = 7$ (۱) $y^2 = x + 1$ (۲) $x = 2y + 4$ (۳) $y = \frac{1}{3}x - 3$ (۴)

۱۶ - در مسیر خط $\frac{2x+4}{3} = \frac{x+y}{2}$ از عرض نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ طول نقطه چه است؟

(-)

(۱)

(۱)

(۱)

۱۷ - از نقطه $\begin{bmatrix} 4k-3 \\ k+2 \end{bmatrix}$ روی میباشد تعداد کلام است؟

۰ (۱)

($\frac{1}{4}$)(-) $\frac{3}{4}$ (-) $\frac{4}{3}$

۱۳ - مینیموم نمایه $\left[\frac{3}{4}\right]$ نسبت به نمایز بع اول و سوم کدام کسر است؟

$$\left[\frac{4}{4}\right] \text{(ج) } \left[\frac{-4}{4}\right]$$

$$\left[\frac{-4}{-4}\right] \text{(ب) } \left[\frac{-3}{-4}\right]$$

$$\text{(الف) } \left[\frac{3}{4}\right]$$

کدام است؟

۱۴ - نمایه $A = \left[\frac{4n-4}{n-2}\right]$ روی نمایز بع اول و سوم است، مقدار n کدام است؟

$$\left[\frac{4}{4}\right] \text{(ج) } \left[\frac{3}{3}\right]$$

$$\left[\frac{-2}{-2}\right] \text{(ب) } \left[\frac{-1}{-1}\right]$$

$$\text{(الف) } \left[\frac{1}{1}\right]$$

۱۵ - محل بخوبی از تابع های مذکور که خصوصیات زیر این $\left[\frac{4}{4}\right]$ ، $\left[\frac{3}{3}\right]$ و $\left[\frac{-2}{-2}\right]$ می باشد، کدام است؟ (از بین آنها)

$$\left[\frac{4}{4}\right] \text{(ج) } \left[\frac{3}{2}\right]$$

$$\left[\frac{1}{1}\right] \text{(ب) } \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\text{(الف) } \left[\frac{1}{1}\right]$$

۱۶ - مینیموم نمایه $A = \left[\frac{m+1}{2n+1}\right]$ نسبت به نمایز ناصیح دوم نمایه $B = \left[\frac{m+1}{2n+1}\right]$ می باشد، مقدار m در کدام کسر زیر درست است؟ (علاء طباطبائی و تیزهور)

$$n=4, m=4 \quad (ج) \quad n=-4, m=4 \quad (ب) \quad n=4, m=-4 \quad (-) \quad n=4, m=3 \quad \text{(الف)}$$

۱۷ - $\triangle ABC$ مثلثی با رأس های $C = \begin{bmatrix} 4m \\ 4m \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -m \\ m \end{bmatrix}$ ، $A = \begin{bmatrix} m \\ -m \end{bmatrix}$ باشد، مساحت این مثلث کدام است؟ (میدار)

$$4m^2 \quad (\text{ج})$$

$$m^2 \quad (\text{ب})$$

$$4m^2 \quad (-)$$

$$4m^2 \quad \text{(الف)}$$

۱۸ - نمایه نمایه ای از $bx + c$ که طول و عرض آن x علی $y = -kx + f$ باشد، کدام است؟

$$\left[\frac{1}{2}\right] \text{(ج) } \left[\frac{1}{4}\right]$$

$$\left[\frac{1}{2}\right] \text{(ب) } \left[\frac{-1}{4}\right]$$

$$\left[\frac{1}{2}\right] \text{(-) } \left[\frac{1}{4}\right]$$

$$\text{(الف) } \left[\frac{1}{4}\right]$$

۱۹ - برای ای جمی مقدار k ، خط d به معادله $d: kx + ky = -4x + 4y$ از کدام کسر است؟ (علاء طباطبائی)

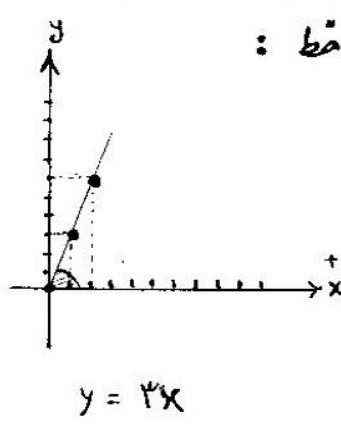
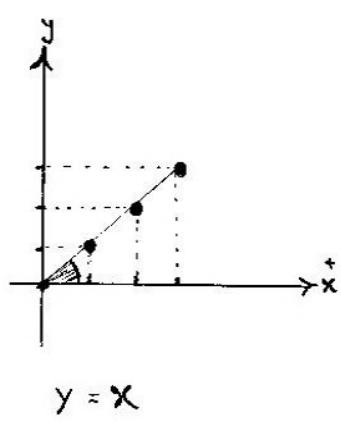
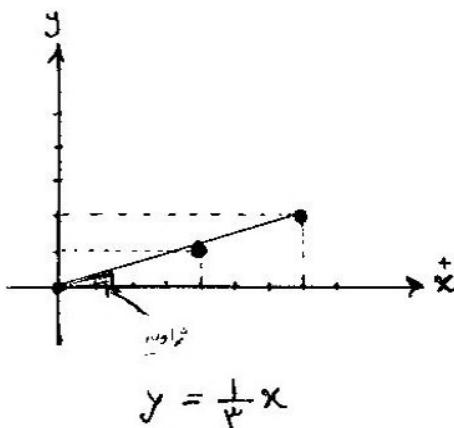
$$-\frac{1}{4} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{1}{4}$$

$$-3 \quad (-)$$

$$3 \quad \text{(الف)}$$

درس دوم: شب خط و عرض از مبدأ



در شکل‌های بالا اگر کسی وقت نسبت موقته‌ی اثود که هر جزو ضرب x در معادله خط‌ها بیشتر باشد، زاویه‌ای که خط با قصت مثبت طول‌ها (محور افقی) ایجاد می‌کند، بیشتر است.

- در معادله خطی استاندارد $b = ax + y$ ، ضرب x (عنوان a) را شب خط می‌کوییم.
مثال: در معادله $y = 3x$ ، ضرب x باشد و در معادله $y = -5x + 2$ ، ضرب x باشد.

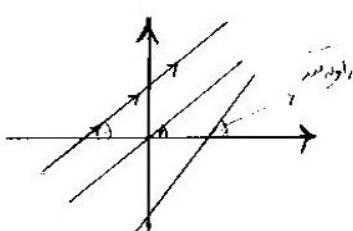
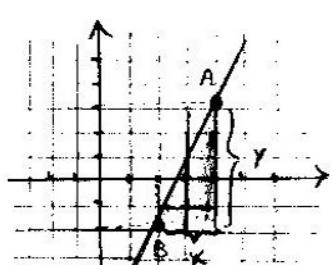
کنفرانس: در خط‌هایی برگرم $ax + by = c$ برای پیدا کردن شب خط بحث اینست معادله را به شکل استاندارد درست کوییم ($y = ax + b$) و ضرب x (عنوان a) را شب هم کوییم. البته خط‌هایی برگشته $ax + by = c$ همچنانکه لغت شب برای باشد $\frac{a}{b}$ باشد.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

- محاسبه شب با استفاده از دو نقطه:

محاسبه شب برداش هندسی:

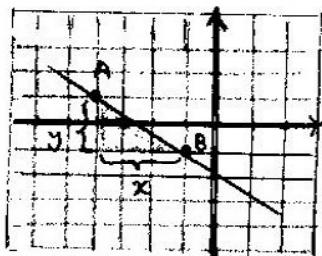
- شب در واقع نسبت تغییرات عرضی (محوری) به تغییرات طولی (افقی)
محاسبه.



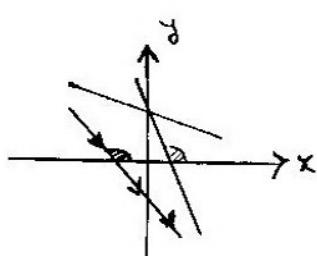
- اگر شب در خط «منتهی» باشد، خط از همین براحت ببسیت بالا حرکت می‌کند و زاویه‌ای که این خط با محض مثبت محور طول‌ها (x) ایجاد می‌کند زاویه‌ای آن (کمتر از 90°) می‌باشد.

- **سیب با ملائمه مقنی:**

- اگر سیب که خط مقنی باشد، خط از جهت برایست و بسته باشند (۱) حریت می‌کند و زاویه‌ای که این خط‌ها با جهت مثبت محور طول‌ها (۲) ایجاد می‌کنند، زاویه باز می‌باشد.



$$\text{ثیب خط} = \frac{y}{x} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{1 - (-1)}{-1 - (-1)} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$



- اگر سیب خط مقنی باشد، خط از جهت برایست و بسته باشند حریت می‌کند.

مثال: ثیب خط $2x + 3y = 0$ را برایست آورید؟

$$2x + 3y = 0 \xrightarrow{\text{آندازه‌گیری}} 3y = -2x \xrightarrow{\text{آندازه‌گیری}} \frac{y}{x} = -\frac{2}{3} \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{0}{3} \Rightarrow \text{ثیب خط} = -\frac{2}{3}$$

ثیب خط $4x - 2y = 8$ را برایست آورید؟

$$4x - 2y = 8 \xrightarrow{\text{آندازه‌گیری}} -2y = -4x + 8 \xrightarrow{\text{آندازه‌گیری}} \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow y = 2x + 0 \Rightarrow \text{ثیب خط} = 2$$

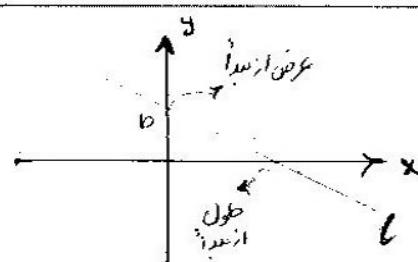
تمام: ثیب معادله $4x - 2y = 8$ را برایست آورید؟

عرض از مبدأ:

عرض از مبدأ در معادله نکه خط ($y = ax + b$) : عدد a نسبت (همه محل برخورد خط با محور عرض‌ها) است.

- در خط‌های کنزنه از مبدأ، $b = 0$ بنابراین معادله به صورت $y = ax$ می‌باشد.
- در فرم انتداب در معادله خط ($y = ax + b$)، \underline{b} همان عرض از مبدأ است.
- اگر مقادیر x را در هر عادله خط، صفر قرار دهیم و مقادیر y را برایست آوریم این مقادیر y بدهست آمدند، همان عرض از مبدأ می‌باشد. ($x = 0$)

$$y = ax + b \xrightarrow{x=0} y = a(0) + b \Rightarrow y = b$$



طول از مبدأ:

طول نقطه رخورد خط با محور طول ها (x) است.

- اگر مقدار x را در هر معادله خط، صفر ندارد، مقدار y را برابر آورید، آنرا b می‌نامیم، این مقدار b برسی کرد آمد، همان طول از مبدأ است. (زیرا نقطه رخورد خط با محور x ها، عرض از مبدأ است)

مثال: عرض از مبدأ و طول از مبدأ خط به معادله $3x + 5y = 21$ را برسی کویید.

$$\begin{aligned} \text{عرض از مبدأ} &\rightarrow x=0 \Rightarrow 3(0) + 5y = 21 \Rightarrow y = \frac{21}{5} = 4.2 \\ \text{طول از مبدأ} &\rightarrow y=0 \Rightarrow 3x + 5(0) = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{3} = 7 \end{aligned}$$

نتیجه گیری:

در معادله اسکاندارد ($y = ax + b$)

$$b = \text{طول از مبدأ} \quad a = \text{ثابت خط}$$

در معادله خط به صورت کلی ($ax + by = c$)

$$a = \text{ثابت خط} \quad b = \text{ضریب } y \quad -\frac{c}{a} = \text{عرض از مبدأ}$$

$$b = \text{عدد ثابت} \quad a = \text{ضریب } x \quad \frac{c}{a} = \text{طول از مبدأ}$$

تمرین:

۱- در هر یک از معادلهای زیر، ثابت و عرض از مبدأ را تحقیق نمای.

$$1) y = 2x - 4$$

$$2) y = -\frac{2}{3}x$$

$$3) y = -3x + 1$$

$$4) x = 9y$$

$$5) 2x - 3y = 1$$

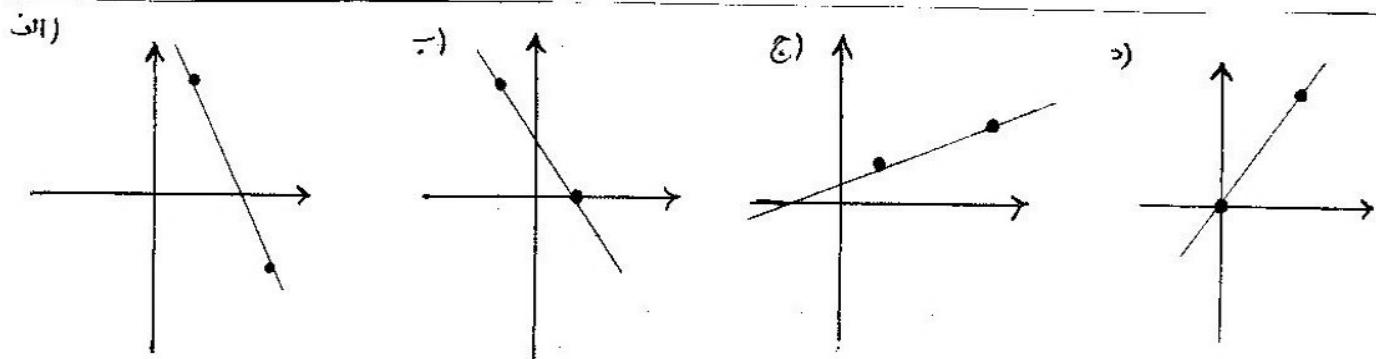
$$6) 3x = \frac{1}{4}$$

$$7) \frac{x+y}{2} = 3$$

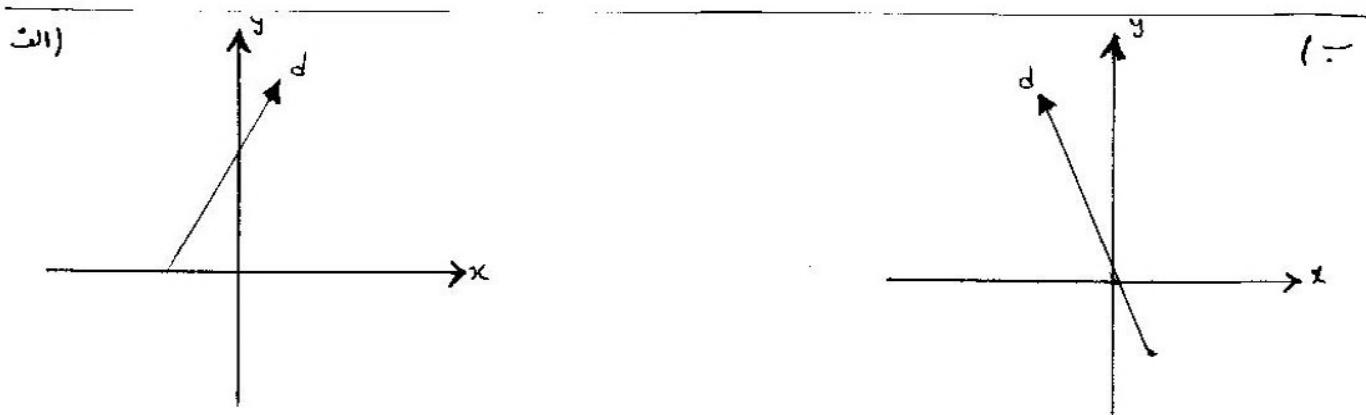
$$8) \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$$

$$9) \frac{1}{4}x + y = -1$$

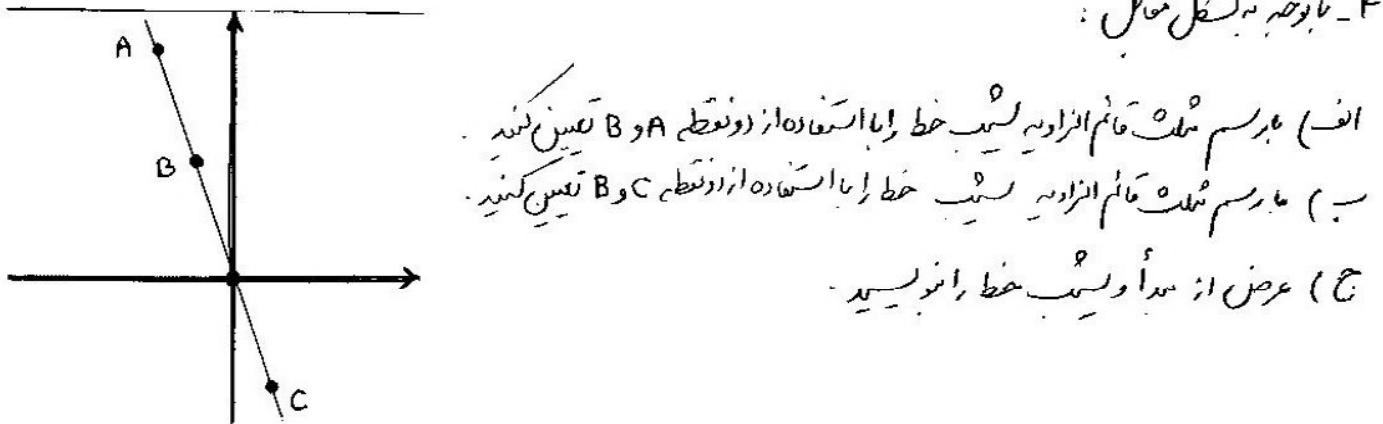
۲- در هر سه از شکل‌های زیر ابتدا لیب خط را تعیین کنید سپس عرض از مبدأ را شفون کنید.



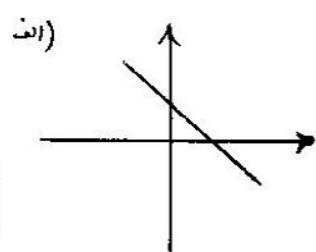
۳- روی هر خط دو نقطه رجواه در نظر بگیرید؛ سه لیب عرض از مبدأ را پیدا کنید.



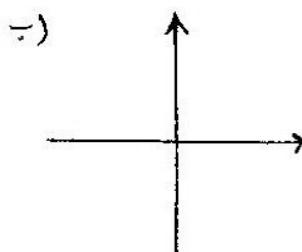
۴- با توجه به مُطلع معامل:



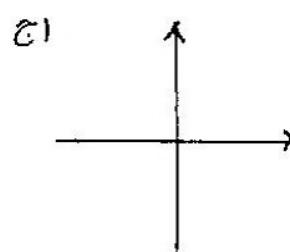
۳- خط $y = ax + b$ را در نظر بگیرید. در هر کسی از حالت‌های مردنظر، خط را مانند مذکور در اینجا مختصات رسم کنید.



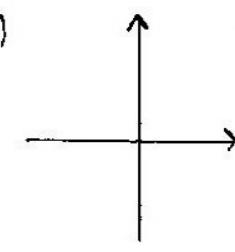
$$a < 0, b > 0$$



$$a > 0, b > 0$$

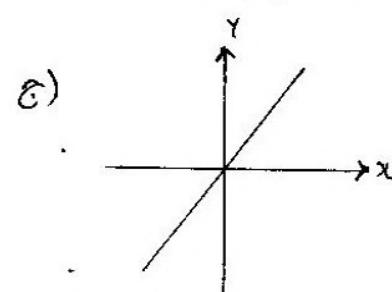
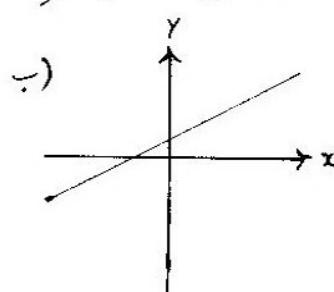
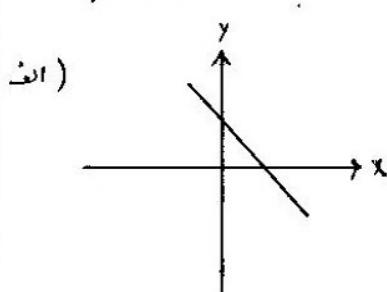


$$a > 0, b < 0$$



$$a = 0, b > 0$$

۴- با توجه به معادله خط $y = ax + b$ در هر کل شخص نسبت میان a و b سه انتهاست یا نه؟



نحوه نوشتند معادله خط:

• با افتتن سهی و سهی نقطه از خط:

هر چهار کسی را نیم معادله ایستادار خط به صورت $y = ax + b$ باشد، نیازمند برای نوشتن معادله کسر خط باشد $\frac{y}{a}$.
و $\frac{b}{a}$ (ریشه و عرض از مبدأ) معلوم باشند، می‌باشد معلوم بودن سهی و سهی نقطه بودن که نقطه‌ی می‌توال با جایگزاری مختصات نقطه بجهات x و y مسدار عرض از مبدأ را به دست می‌آوریم و به راحتی در نرم کلی ایستادار

$$y = ax + b \xrightarrow{x=x_1, y=y_1} y_1 = ax_1 + b \Rightarrow b = y_1 - ax_1 \quad (\text{معادله جایگزاری می‌کنیم.})$$

مثال ۱: معادله خطی را بسیار که محور عرضها را در نقطه $\left(\frac{3}{2}, -1\right)$ قطع کند و سهی آن را باشد.

$$\text{حل: } a = 0, b = 4 \Rightarrow y = ax + b \Rightarrow y = 0x + 4$$

مثال ۲: معادله خط $y = ax + b$ را طوری بسیار که سهی آن $\frac{3}{2}$ - بوده و از نقطه $(-1, -1)$ می‌گذرد.

$$\text{حل: } y = ax + b \xrightarrow{\frac{x_1=4, y_1=-1}{a=-\frac{4}{3}}} -1 = -\frac{4}{3}(4) + b \Rightarrow -1 = -9 + b \Rightarrow b = 8$$

$$\Rightarrow y = ax + b \Rightarrow \boxed{y = -\frac{4}{3}x + 8}$$

نکته: بارا شن سب خط و مسیط مانند $[x_1 \ y_1]$ ، معادله خط آن را همان $y = ax + b$ نامیده از طرف زیر می‌گردید.

$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

حل مثال ۲ با استفاده از فرمول بالا:

$$a = -\frac{3}{4}, \quad A = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow y - y_1 = a(x - x_1) \Rightarrow y - (-1) = -\frac{3}{4}(x - 4)$$

$$y + 1 = -\frac{3}{4}x + 9 \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 8$$

اگر طول از مبدأ در خط $y = -\frac{3}{4}x + 8$ عرض از مبدأ همان خط باشد، معادله خط از این طبقه زیر داشته باشد:

$$\frac{x}{P} + \frac{y}{q} = 1$$

شل: اگر طول از مبدأ در خط -2 - و خط، عور عرضها را در نظر می‌گیریم، قطعه‌ی از معادله آن خط را مشخص می‌کند.

$$P = -2, \quad q = 4 \Rightarrow \frac{x}{-2} + \frac{y}{4} = 1 \xrightarrow{\text{Multiplying by } -4} -4x + 4y = 8 \xrightarrow{\text{Multiplying by } \frac{1}{4}} 4y = 4x + 8 \Rightarrow y = x + 2$$

روش دوم: وقتی طول از مبدأ -2 - است، معنی از نقطه $(-2, 0)$ من کسر و صفر عرضها را در نظر می‌گیریم.

چنان، معنی عرض از مبدأ آن سرخ $\frac{1}{4}$ می‌باشد، پس معادله خط به صورت زیر درج می‌گردد.

$$y = ax + b \xrightarrow{x_1 = -2, y_1 = 0} 0 = a(-2) + b \Rightarrow -4 = -2a \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow y = ax + b \Rightarrow y = 2x + 4$$

• بارا شن (نقطه از مبدأ خط):

فرض داشتن رضتی (x_2, y_2) ، $A = [x_1 \ y_1]$ ، $B = [x_2 \ y_2]$ ، ابتدا سب خط که نده از خط AB را به رسم می‌آوریم،

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\text{تفاصل عرضها}}{\text{تفاصل طولها}}$$

سپس مختصات می‌از نقطه‌ها رسیب را در فرم استاندار معادله خط ($y = ax + b$) آواره را در و مقدار عرض از مبدأ رسم می‌آوریم.

$$\Rightarrow y = ax + b \Rightarrow y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)x_1 + b \Rightarrow y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}x_1 + b$$

در نتیجه بارا شن سب در فرم از مبدأ، معادله خط معلوم می‌گردد.

مثال ۲: معادله خط لزندگی از نقطه $A = [3 \ 4]$ و $B = [1 \ 2]$ طبقه بود.

حل:

$$a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{4 - 2}{3 - 1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y = ax + b \quad \frac{x_A = 1, y_A = 2}{a = 1} \Rightarrow 2 = (-1)(1) + b \Rightarrow 2 = -1 + b \Rightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow y = ax + b \Rightarrow y = -x + 3$$

با راسنیدن نقطه $[x_1 \ y_1] = [1 \ 2]$ و $[x_2 \ y_2] = [3 \ 4]$ در معادله خط مساعده بدلت می‌آید.



$$y - y_1 = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \right) (x - x_1)$$

حل مثال اول صفحه راسته از فرمول بالا:

$$\Rightarrow y - y_A = \left(\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \right) (x - x_A)$$

$$\Rightarrow y - 2 = \left(\frac{4 - 2}{3 - 1} \right) (x - 1) \Rightarrow y - 2 = -1(x - 1) \Rightarrow y - 2 = -x + 1 \Rightarrow y = -x + 3$$

تمام:

۱- معادله خطی را بنویسید که:

الف) سُبّاب آن ۳- و عرض از مبدأ آن ۳+ باشد.

ب) از نقطه $[0 \ 0]$ و $[4 \ -4]$ عبور کند.

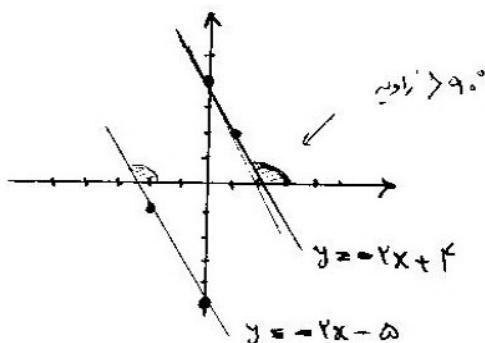
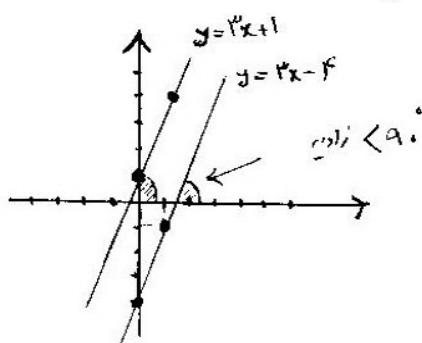
ج) سُبّاب آن ۴ و محور عرضها را در نقطه ای به عرض ۲ قطع کند.

د) سُبّاب آن ۵- بوره و از نقطه $[0 \ 7]$ عبور کند.

معادله های خط های موازی :

در استادیات مختصات خطوطی که دارای همین و میان ازدواج تفوقت باشند، باهم موازی هستند.
هر این خطوط باقیت هست عبور طول ها، زاویه هایی نداشته اند.

دققت نمایند !!! در خط موازی، مقدار بر را اقطع نمایند و هیچ نقطه متری ندارند.



سؤال: در هر چند شرطی کنید در خط موازی هستند باختر؟

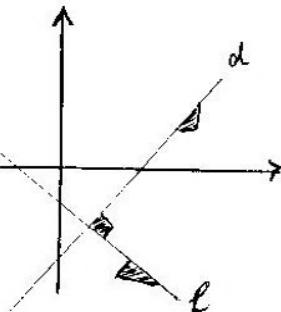
$$\text{الف) } y = 3x - 1 \text{ و } y = 3x + \frac{4}{3}$$

$$\rightarrow y = \omega x \text{ و } y = -\alpha x + 2$$

سؤال: در خط $y = 9x + 4$ و $y = (\lambda a + 3)x - 2$ باهم موازی هستند، تعداد a را پیدا کنید.

سؤال: معادله خطی را پیدا کر که با خط $3x - y = 3$ موازی باشد و عبور طول هایار را نقطه ای بطول $\sqrt{10}$ قطع نماید.

سؤال: معادله خطی را پیدا کر که با خط $x - 4y = 8 - 7x$ موازی باشد و عبور طول هایار را نقطه ای بطول $\sqrt{10}$ قطع نماید.



پیش‌برانشم:

حلولم خط‌های سهود کرهم:

اگر d دو خط و بینو و عکوس ℓ باشد، آن‌زیرا خط ℓ عمودند.
اگر حاصل ضرب ریب‌های دو خط d و ℓ باشد، دو خط ℓ عمودند.

$$d: y = ax + b \quad a = -\frac{1}{a'} \quad d \perp \ell$$

$$\ell: y = a'x + b' \quad aa' = -1$$

d بخ $(a+1)x - ay + b = 0$ متعارف است. ℓ بخ $ay + (a-1)x + b = 0$ متعارف است. از ترتیب ترتیب دو خط d و ℓ بخ $(a+1)x - ay + b = 0$ متعارف است. معادل a را به بحث آورید.

حل:

$$ay + (a-1)x + b = 0 \Rightarrow y = -\frac{(a-1)}{a}x - \frac{b}{a}, (a+1)x - ay + b = 0 \Rightarrow y = \frac{(a+1)}{a}x + \frac{b}{a}$$

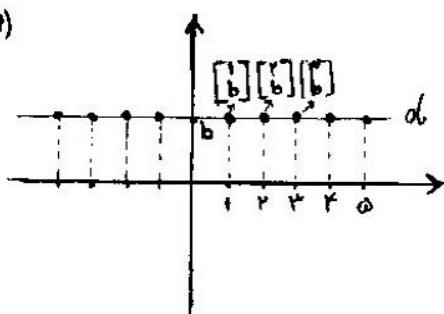
$$\ell \perp d \Rightarrow -\frac{(a-1)}{a} = -\frac{1}{\frac{(a+1)}{a}} \Rightarrow \frac{a-1}{a} = \frac{a}{a+1} \Rightarrow (a-1)(a+1) = a^2$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 1 = a^2$$

$$\Rightarrow -a - 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

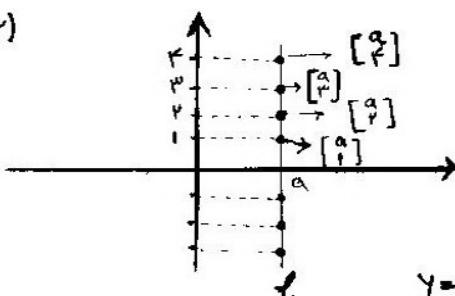
معادله خطوط موازی با محورهای مختصات:

(الف)



مقدارهای مخالف نباشند. در نزدیک (الف) همه نقطه‌های روی خط d دارای عرض مساوی با b هستند. در نزدیک (ب) از همه نقطه‌های روی خط ℓ دارای طول مساوی با a هستند.

(ب)



$$d \text{ بخ } \ell \Rightarrow \frac{b-b}{a-a} = \frac{0}{0} = 0$$

$$\ell \text{ بخ } d \Rightarrow \frac{a-a}{a-a} = \frac{0}{0} = 0$$

$$y = ax + b \Rightarrow d: y = 0(x) + b \Leftrightarrow y = b$$



- معادله همه خط‌های موازی با محور طول‌ها (x -ها) به صورت $b = y$ است. همه نقطه‌های روی این خط‌ها را ای عرض نمی‌باشد.
- معادله همه خط‌های موازی با محور عرض‌ها (y -ها) به صورت $a = x$ است. همه نقطه‌های روی این خط‌ها را ای طول نمی‌باشد.

توجه! !!

- در معادله خط‌هایی که موازی محور طول‌ها (x -ها) هستند، ضریب y باشد صفر و اراده کرد و در معادله خط‌ها که موازی محور عرض‌ها (y -ها) هستند، ضریب x باشد صفر در نظر نرفته کرد.
- اگر $x = m$ خطی موازی محور عرض‌ها و $y = n$ خطی موازی محور طول‌ها باشد، نقطه رخورد آنها نقطه $[m, n]$ می‌باشد و زاویه بین آنها هشتاد و نیم درجه است. شیب خط $x = m$ تعیین نشده و عرض از مبدأ صفر است. شیب خطوط $y = n$ صفر و عرض همانها همچنان n می‌باشد.

مثال ۱ - خط‌های $3 = y$ و $\frac{3}{4}x = 4$ رارسم کنید.

مثال ۲ - معادله خط که درجه از روی نقطه $(-1, 4)$ و $(-2, -1)$ را ببرید?

مثال ۳ - معادله خط که درجه از روی نقطه $(1, 2)$ و $(5, -1)$ را ببرید?

مثال ۴ - m ااطاری تیس کنید که خط $ax + 2y = 3m$ موازی محور طول‌ها بوده و محور عرض‌ها را از نقطه $(3, 0)$ مقطع کند?

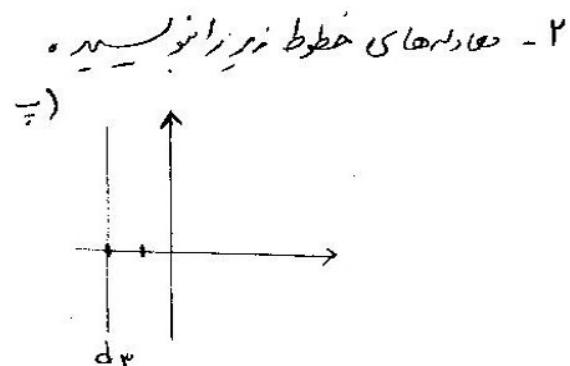
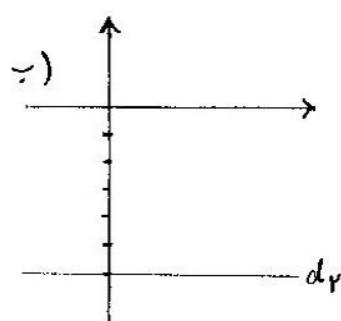
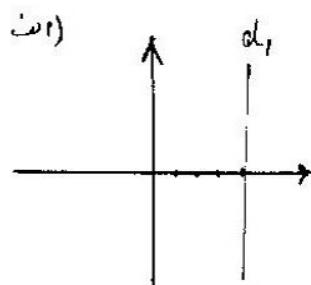
تمدن:

۱- معادله خطی متوسطه:

ا) سُبُّ آن $\frac{y}{x} = 2$ باشد و معرفه عرض های از نقطه ۲- قطعه کند.ب) با خط $x = 4$ موارزی باشد و معرفه از مبدأ آن ۳ باشد.ج) با خط $3 - \frac{1}{x} = 0$ موارزی بوده و از نقطه $[1, 0]$ میگذرد.د) از مبدأ متصاد است و از نقطه $[2, 0]$ میگذرد.ه) معرفه x های از نقطه ۲+ قطعه کند و با خط $y = -x + 1$ موارزی باشد.

و) سُبُّ آن ۸ و معرفه از مبدأ آن ۲ باشد.

ز) سُبُّ آن ۵ و از نقطه $[4, 0]$ نزدیکی باشد.ح) معرفه y های از نقطه ۳- قطعه کند و با خط $y = -x + 0$ موارزی باشد.ط) از روی نقطه $[2, 0]$ و $[1, -2]$ میگذرد.ی) معادله $x + 2$ را به ترتیب در نقاط ۱- و ۵+ قطعه کند.ک) از روی نقطه $[3, 0]$ و $[5, 4]$ میگذرد.



۳ - محل برخورد دو خط $y = 4x$ و $x = 3y$ چه نقطه‌ایی باشد؟ دو خط را در می‌رسم کنید و محل برخورد آنها را نشانهید؟ زاویه بین این دو خط چند درجه است؟

۴ - اگر $y = \frac{a}{x}$ نویسید، طول آنرا ۲ باشد.
۵ - نقطه‌ای از خط $x = -3y$ نویسید که عرض آنرا ۲ باشد.

۶ - در معادله خط $y = ax + b$

ا) اگر $a = 0$ و $b < 0$ باشد، خط از نکام دوناچیه چه عبوری کند؟

ب) اگر $a < 0$ و $b > 0$ باشد، خط از نکام دوناچیه چه عبوری کند؟

ج) اگر $a = b = 0$ باشد، معادله خط حکمه است؟

د) اگر $a = 0$ و $b > 0$ باشد، خط از نکام دوناچیه چه عبوری کند؟

۷ - $m - n$ همچویی از خط $y = (m-n)x + 2$ موارد خط $y = mx + b$ باشد؟

۸ - در یک مستطیل هر خط‌های $x = 0$ ، $x = 3$ ، $y = 0$ و $y = \frac{V}{2}$ در جایست؟

۸ - خط a دارای سُبُّ مفهوم است و از نقطه $[2, 3]$ عبور نماید، این خط از تمام ناحیه‌ها عبور نماید

۹ - معادله خطی متوالی است از نقطه رخورد در خط $1 = -x + 2 = y$ کند و با خط $y - 3x = 6$ موازی باشد

۱۰ - a را طوری تغییر کنید که خط $1 = y = ax - 1$ از نقطه $[2, -2]$ می‌گذرد.

۱۱ - a و b را طوری تغییر کنید که خط $3 = x + by = 0$ از نقطه $[2, 3]$ و $[2, -3]$ می‌گذرد.

۱۲ - معادله خطی متوالی است از نقطه $(3, 0)$ محور یوره و از نقطه $(-3, 0)$ می‌گذرد.

۱۳ - سُبُّ و عرض از سه هر دو خط های زیر را تغییر کنید.

$$-\frac{2}{5}x + \frac{3}{2}y = \frac{1}{2} \quad (\text{الف})$$

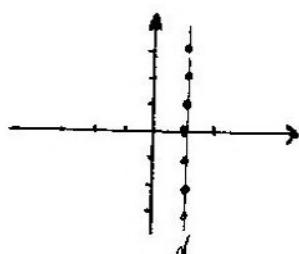
$$\therefore (x-3)^2 + (y-2)^2 = x^2 + y^2$$

$$\therefore 2\left(\frac{x-y}{\sqrt{5}}\right) + 3\left(\frac{x+y}{\sqrt{5}}\right) = 1$$

۱۴ - دارای مقدار m خطی از نقطه $\begin{bmatrix} m-n \\ m+n \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ m+1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، موازی نسبت براعادل و سوم است؟

۱- سرخط $y = \frac{3}{5}x - 2$ در نقطه ... متر بوده و دارای ... ميلچ هستند.

الف) $[1]^{+}$ ب) $[0]^{+}$ ج) $[1]^{-}$ -عرض از ها



۲- معادله خط تعمال در زیر آیده است؟

- الف) $x = 1$ ب) $y = x$
ج) $y = x + 1$ د) $y = 1$

۳- زاویه بین دو خط $y = 2x + 1$ و $x = 2y - 1$ باید چه درجه است؟

- الف) صفر درجه ب) 180° ج) 90° د) 270°

۴- حاصل مجموع \sin درجه از ها $\frac{3}{4}(x+4y) - \frac{5}{4}(x+2y) = 6$ چند است؟ (نمودار دلیل ۹۷، ب)

- الف) $\frac{35}{42}$ ب) $-\frac{37}{42}$ ج) $\frac{35}{42}$ د) $-\frac{35}{42}$

۵- \sin خط نهی و عرض از ها آن میست است. این خط از زام ناصیخ نگزید؟ (نمودار دلیل ۹۷، ب)

- الف) اول ب) دوم ج) سوم د) چهارم

۶- عرض از ها خط نزدیک از نقطه $[2]^{+}$ و $[5]^{-}$ کدام است؟ (نمودار دلیل ۹۷، ب)

- الف) $-\frac{19}{3}$ ب) $\frac{19}{3}$ ج) $-\frac{11}{3}$ د) $\frac{2}{3}$

۷- بر ازای جهه ساری از a : بخط $M = \begin{bmatrix} -9a \\ a+3 \end{bmatrix}$ روی خطی حراردار که میور عرض هارادر ۱- مقطع کند و مجازی خط میگزند باشد که از نقطه $[-4]^{+}$ عبور میگزند؟ (نمودار دلیل ۹۷، کردستان)

- الف) ۲ ب) ۴ ج) $\frac{4}{11}$ د) $-\frac{8}{9}$

۸ - مقدار m صور عددهای با شرط ملاحظه معادله $x + (m-3)y = 1$ با محاسبه که از دو نقطه $\left[\begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix}\right]$ و $\left[\begin{matrix} 0 \\ -3 \end{matrix}\right]$ میگذرد، موازن شود؟ (نمره درجه ۹۷، کلدان)

۱)

ج) ۵

۲)

الف) ۱

۹ - در خطوط $ax + by = 0$ و $(a-1)x + by = 2$ برهم مخواهد بود؟ مقدار a کدام است؟

۳)

ج) $\frac{5}{2}$

۴)

الف) $\frac{2}{5}$

۱۰ - مقدار a کدام است، اگر دو خط $ax - 5(a+1)y = 1$ و $(4-a)x + ay = 2$ موازی هستند؟

۱)

ج) $\frac{-1}{3}$

۲)

الف) ۲

۱۱ - مسیب خط $\frac{x-2y}{3} = \frac{x}{2}$ کدام است؟

۳)

ج) $\frac{3}{2}$

۴)

الف) $\frac{5}{2}$

۱۲ - معادله خطی که موزای نیاز برابر اول و سوم باشد و نیاز برابر دوم و چهارم را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند کدام است؟

 $y - x = -2$ $y - x = 2$ $y + x = -2$ ب) $y + x = 2$ الف) $y + x = 2$

۱۳ - خطی به معادله $y = -mx^2 + m^2 + 1$ (م ≠ ۰) از ایام ناصر مصطفی عرب زنگنه است؟

۱)

ج) ناصف

ب) ناصف

الف) ناصف

۱۴ - مساحت مکعب از بزرگتر چهار خط $x = -1$ ، $x = 2$ و $y = 3$ و $y = -2$ و حدود محدود برایست باشد:

۱)

ج) ۴۰

ب) ۱۵

الف) ۷۱۵

۱۵ - مسیب خط $\frac{y-x+2y}{3} = \frac{x}{2}$ برابر است با: (نمره درجه ۹۶ - آستان)

۱)

ج) $\frac{3}{4}$ ب) $-\frac{3}{4}$ الف) $\frac{5}{3}$



هزینه نقطعه در دستگاه مختصات:

- تعریف نقطعه $A = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ نسبت به مرکز مختصات به صورت $\begin{bmatrix} a \\ -b \end{bmatrix}$ می باشد.
- تعریف نقطعه $A = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ نسبت به محور طول ها به صورت $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ می باشد.
- تعریف نقطعه $A = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ نسبت به محور عرض ها به صورت $\begin{bmatrix} -a \\ b \end{bmatrix}$ می باشد.
- تعریف نقطه $A = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ نسبت به میان ربع اول دو مختصات $x = a$ و $y = b$ به صورت $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ می باشد.
- تعریف نقطه $A = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ نسبت به میان ربع دوم دو مختصات $x = -a$ و $y = -b$ به صورت $\begin{bmatrix} -a \\ -b \end{bmatrix}$ می باشد.

مثال: تعریف نقطه $M = \begin{bmatrix} a+1 \\ b-3 \end{bmatrix}$ نسبت به محور طول ها به شکل $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ می باشد، a و b را بیسی نماییم.

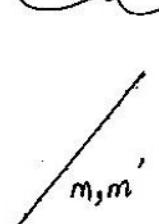
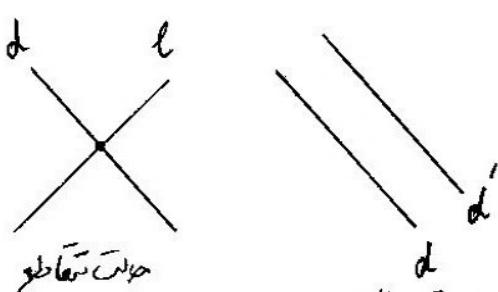
حل: طبق قسم دوم، معلم تغییر شونده وی مرض تعریفی نمود.

$$a+1=3 \Rightarrow a=3-1 \Rightarrow a=2$$

$$b-3=-(-2) \Rightarrow b=3+2 \Rightarrow b=5$$

درس سوم: دستگاه معادله‌های خطی

- وضعیت دو خط راست نسبت به هم:



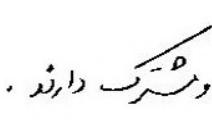
حالات منطبق

روی صفحه، دو خط راست می توانند حالات های

متناطع، موازی و منطبق را نسبت به هم داشته باشند.

در حالات متناطع: دو خط مقطع در یک نقطه برخورد (نقطه مشترک) دارند. توجه کنید که این نقطه برخورد روی هر دو خط هست.

در حالات موازی: دو خط تکرار مقطع ندارند و هیچ نقطه مشترک ندارند.



در حالات منطبق: دو خط روی یکدیگر برخورد ندارند. به عبارت دو خط پوشانه مقطع برخورد و مشترک دارند.

اگر خطوط برهم کلی $ax + by = c$ باشند.

$$\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \quad \text{شرط موزی برای دو خط}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad \text{شرط منطبق برای دو خط}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'} \quad \text{شرط متعا衝 برای دو خط}$$

«دستگاه معادله خطی»

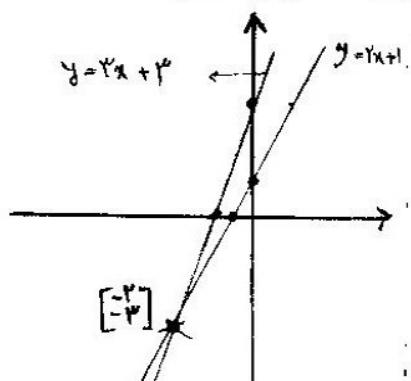
اگر معادله دایی بیش از یک مجهول باشد، برای پیدا کردن مقدار مجهول به بیش از یک معادله نیاز داشتم. واقعیت خوب معادله که مجهول هایی داشته باشد، کن رسم آنرا دیگر حساب ایجاد نکنم، دستگاه معادله را که در آن داریم

$$\begin{cases} 5x - 4y = 8 \\ x + 3y = 0 \end{cases} \quad \text{ماشه دو معادله داشته باشد برای حل آنها حداقل یک معادله نیاز داریم.}$$

اگر اینها خطی بین دو مجهول وجود داشته باشند معادله ها، دستگاه معادله های خطی دو مجهولی گفته می شود.

حل دستگاه یعنی تعطیه ریخته رخورد دو خط که معادله های آنها را درآورده است.

«روش های حل دستگاه معادله های خطی»



مثال:

$$\begin{cases} y - 2x = 1 \\ y - 3x = 3 \end{cases}$$

• روش هندسی (رسم)

معادله های دستگاه مختصات رسم کرده و محل رخورد را مشخص کنیم. بعضاً روش هندسی را تعریف و میں حساب مقدار نیست و معمولاً از روش های جرسی استفاده شود.

• روش حذف:

در این روش کلر از معادله ها با هدف متعارفه را در خود ری ضرب می کنیم که ضرایب x با ضرایب y در هر دو معادله برابر شوند.
سپس دو معادله را جمع می کنیم تا کلر از مجهول ها خفف شود و مجهول دیگر به دست آید و سپس بگذاریم
مجهول دیگر را با جایگزینی از دیگر از معادله ها به دخواه به دست آوریم.

مثال: دستگاه معادله خطی زیر را به روش حذف حل کنید.

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 6 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases} \quad 9x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{9} = 2 \quad \boxed{x = 2}$$

$$x - y = 3 \quad \boxed{x = 2} \rightarrow 2 - y = 3 \Rightarrow 2 - 3 = y \Rightarrow \boxed{y = -1}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{قطعه رخداد} \Rightarrow$$

• روش جایگزینی:

در این روش نسبت تغییر را در دیگر از معادله ها به دست آورده و در معادله دیگر جایگزینی می کنیم و
یا منطبق می کنیم تا مجهولی می شود و معادله را حل می کنیم. حالا دیگر از مجهول ها به دست آید که آنرا
در دیگر از معادله ها به دخواه جایگزینی می کنیم و مجهول دیگر را به دست آوریم.

مثال: حل رخداد دو خط به معادله $x + 2y = 3$ و $4x + 5y = 4$ را به روش جایگزینی به دست آورید.

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x + 5y = 4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{حذف } x} x = 3 - 2y \\ \xrightarrow{\text{جایگزینی}} 4(3 - 2y) + 5y = 4 \end{array} \Rightarrow 12 - 8y + 5y = 4$$

$$\Rightarrow 12 - 3y = 4$$

$$\Rightarrow 12 - 4 = 3y$$

$$\Rightarrow 4 = 3y \Rightarrow \boxed{y = \frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow x = 3 - 2y \Rightarrow x = 3 - 2(\frac{4}{3}) \Rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{3}}$$



حل مسئله با استفاده از دستگاه معادله ها:

وقتی با مسئله ای موافق نمی شویم، تکنیک از بجهشی راه بردها را برای حل آن تکمیل مغایره ایست.

مراحل تکمیل مغایره با دستگاه معادله در مسائل:

- مسئله را خوب و دقیق بخوانید.
- سعی کنید بفهمید مسئله چند مجھول دارد.
- برای هر مجھول تعدادی نامار با حرف جبری تقسیم کنید.
- با برای تعداد مجھول ها، معادله متفاوت و مستقل شویم.
- هنگام خواسته اندیشی مسئله رفعت کنید.

مثال:

مجموع سن زهرا و شیرین، ۳۷ سال است. می دانیم دوباره سن امروز شیرین، متناسب ۸ سال بعد زهرا می شود. اختلاف سن آنها چقدر است؟

$$\begin{cases} x + y = 37 \\ 2y = x + 8 \end{cases}$$

سن زهرا

کام اول: دوباره مجھول داریم: سن زهرا، سن شیرین

$$x = 37 - y \quad y = \text{سن شیرین}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 37 \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$$

کام دوم: مایل دوباره مرتبط نمی شیم

کام ثالث: اختلاف سن آنها

$$3y = 40 \Rightarrow y = 10$$

سن شیرین

$$x + y = 37 \quad y = 10 \Rightarrow x + 10 = 37 \Rightarrow x = 37 - 10$$

$$x = 27$$

$$\boxed{x = 27}$$

سن زهرا

تمام: مجموع سن زهرا و شیرین ۲۸ سال است. اگر زهرا از خواهش دو سال بزرگتر باشد، متن هر کدام را به دست آورده؟ (با تکمیل دستگاه معادلات خطی)



تمرین:

۱- هر سی از دستگاه معادله های خطی زیر را بر داشت آنرا حل نمایند و نتیجه بخوبی آنرا به دست آورید.

$$(1) \begin{cases} x - 3y = -1 \\ 4x + y = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 0x \\ x - 4y = -19 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} y - x = 1 \\ 2x - 2y = -9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x - 5 \\ y = x - 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$$

۲ - اگر $Ax + by = c$ ضرب های معادله خط $1 = 4y + 2x$ را در عدد ۳ ضرب نماید و هر رو مقدار که خط را در نظر بگیرید،
نمکات رسم ننماید.

۱) آیا دو خط قائم (الف) بهم منطبق شده اند یا خیر؟

۲) آیا تعداد نقاط مترک دو خط بالا به شماره ایک یا بیشتر؟

۳) در مجموع حالت دو خط بهم منطبق را گویند؟

۳ - معادله $5 - x = y$ چند جواب دارد؟ خود را آن را رسم ننماید.

۴) معادله $7 - 2x + 7 = y$ چند جواب دارد؟ خود را آن را رسم ننماید.

۵) روش های برای آن در این جواب مترک برای این معادله را نمایم.

۶) چرا این دو خط جواب مترک دیگری ندارند؟

۴ - در نظر گرفته مقدار a میتواند تا در نظر گرفته باشد یا شمار جواب را نشاند؟

$$\begin{cases} fx - y = 2 \\ ax - ay = f \end{cases}$$

۵ - روش $y = 3x - 2$ و $y = 4x + 2$ را جزئ نقطه مترک هستند؟ چرا؟

۶ - مقادیر a و b چند باشد تا دو خط $ax + by = 1$ و $4x - ay = 3$ به شمار نقطه مترک را نشانند.

۷ - ریشه مدارلات خطی از روش مخفی حل کنید.

(۱) $\begin{cases} 4x - 4y = 2 \\ x + 9y = 29 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = -28 \\ 2x - 5y = -27 \end{cases}$

(۲) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 4y = 20 \end{cases}$

(۳) $\begin{cases} x - y = 1 \\ -x = 4y + 1 \end{cases}$

(۴) $\begin{cases} \frac{y-1}{4} - \frac{y+1}{2} = 0 \\ x - 4y = -1 \end{cases}$

(۵) $\begin{cases} 4(x - 4y) + x = 28 \\ 5x - (x + y) = 11 \end{cases}$

۸ - لستگاه معادله های نمر را به دروش حاصله زنی حل کنید.

$$(الف) \begin{cases} x+y = 5 \\ 2x-4y = -14 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x-4y = +10 \\ 3x+3y = -15 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} y = -x - 1 \\ 2y + 3x = -11 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$(ب) \begin{cases} \frac{1}{4}x - 2y = 11 \\ 2x + \frac{1}{4}y = 17 \end{cases}$$

۹ - طول مکستطیل از سه برابر عرض آن ۵ واحد کمتر است. اگر عرض مکستطیل ۱۶ سانتی متر باشد، طول و عرض را بآلتکمیل (دو معادله دوجهولی) بحث کنید.

۱۰ - در زاده A و B معلم هستند و زاده A از سه برابر زاده B، ۲۰ درجه کمتر است. بنگذ که لستگاه دو معادله دوجهولی A و B را بسازید؟

۱۱ - معادله $a + b = 0$ در هر عبارت زیر تحسین نشود.

$$\text{ا) } \begin{cases} a - b + 4 \\ a + b - 8 \end{cases} = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b + 18 \\ a - b - 4 \end{cases} = 0 \\ a + b = -18$$

۱۲ - بگفت دستگاه معادلهای خطی، معادله خطی نباید از نقطه $[1]$ و $[2]$ بگذرد؟

۱۳ - در معادله خط $y = ax + b$ که جای a عددی مغلق موارد هم، معادلهای خط زیادی به داشته باشد
نمایی $a = 1$ و $a = -1$ و $a = -2$ و $a = 2$ این خطها رسم نمایند و نشان خطا جبر و فرگی
مشترک دارند؟

۱۴ - در میان دستگاه $2x + 3y = 9$ با شرط $x > 0$ و $y > 0$ اکثر تعداد جرخهای آنرا باشد، تعداد هر کدام
را تفصیل دستگاه معادلهای خطی بیانیت آورید؟

۱۵ - قطر نزدیک مکانی از دورابر قطر واحد آن بستره است. اگر دورابر مجموع قطر واحد و نزدیک $\frac{68}{48}$ باشد محیط لوزی ابردست کدام است؟

۱۶ - اگر نقطه مترک در خط $mx+ny=7$ مانند $(\frac{m}{n}, \frac{7}{n})$ باشد، مقدار $m+n$ برابر باشد.

۱۷ - اگر نقطه $M(3x+4y, 2y+8)$ باشد، x و y مابین -13 و 13 باشند. اگر $x+y=13$ باشد، x و y مابین -13 و 13 باشند.

۱۸ - درستگاه معادله های خطی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{4}{3} \\ \frac{4}{y} - \frac{1}{x} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x^2 + 4xy = -4 \\ 4x + 4y = 1 \end{cases}$$

۱- در خط $x = 3$ و $x - 5y = 0$ متر چند است.

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

۲- کدام معادله خط نزدیق رخط $5x - y = 1$ می باشد؟

$$10x - 2y = 1$$

$$5x + y = 2$$

$$10x - 2y = 2$$

$$10x - y = 2$$

۳- تخطی برخور رخط $y - x = 1$ در کدام نزدیق است؟

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۴- اگر $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{4}$ متر کمتر است؟

$$4$$

$$3$$

$$8$$

$$1$$

$$5x - 4y + 11 = 4y + x - 5$$

۵- معادل لدرستی می تواند صدراست؟

$$4$$

$$3$$

$$2$$

$$1$$

۶- می خواهی m درستگاه معادله خط متعال می عدی فراز کردن درستگاه حساب نداشته باشد؟

$$\begin{cases} 4x - 2y = 0 \\ -8x - my = 1 \end{cases}$$

$$12$$

$$-8$$

$$8$$

$$-12$$

۷- دستگاه متعال برای می تواند از m حساب ندارد؟ (نموداری از m)

$$\begin{cases} x + my = -1 \\ mx + 9y = 4 \end{cases}$$

$$\pm 1$$

$$\pm 3$$

$$-1 \text{ و } 3$$

$$-3$$

۸- درستی متعال $a + b$ می تواند صدراست؟ (نموداری از $a + b$)

$$a - 3b - 7 = 7a - vb - 10$$

$$0$$

$$-3$$

$$-5$$

$$3$$

$$\text{9-} \frac{2y}{x^2} + x^3 - 4x^2 - 3y^3 \div 3^{5y} \text{ ماتىر، تقدار } 2x-y \text{ كدام اىست؟ (نونه دولتى 97، البرزندخان)}$$

-10 (ج)

10 (ج)

1-

اىف) 2-

$$\begin{cases} abc = -v\Delta \\ ab^t c = 1\Delta \\ abc^t = -4\Delta \end{cases}$$

1- در سه متعال مقدار abc حىچرا است؟ (نونه دولتى 97 خىزىشى)

-10 (د)

10 (ج)

1-

اىف) 9-

$$11- \text{مساحت كيل حاصل لازم خور خط هاي } 3y + 2x = 9 \text{ و } 2y - 3x = 4 \text{ ، } y = 1 \text{ كدام نونه است؟}$$

اىف) $\frac{44}{3}$ (د)اىف) $\frac{13}{3}$ (ج)اىف) $\frac{15}{4}$ (بـ)اىف) $\frac{15}{3}$

12- بىلارى كدام كىم از تقدارهای زىرى باىي a، دىشكەن معادلات خطى زىرى حساب ندارد؟ (نونه دولتى 96، ماينىزىشى)

$$\begin{cases} 4x - 4y = v\Delta \\ x + ay = 2\Delta \end{cases}$$

4 (د)

1 (ج)

-2 (بـ)

اىف) 4-

$$m-n \text{ حاصل بىشىش، } nx + my = 4m - 4 \text{ ، } mx + 4y = -4n + 4 \text{ عمل } A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \text{ دو خط كىم اىست؟ (نونه دولتى 96 كىلدىشى)}$$

-5 (د)

اىف) 8

-1 (بـ)

اىف) 1-

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

1- ماينىزىشى دىشكەن بىردو، x+y+z را بىرداشت آوردىرى؟

اىف) $\frac{1218}{40}$ (بـ)اىف) $\frac{1128}{40}$ اىف) $\frac{1812}{40}$ (د)اىف) $\frac{2118}{40}$ (ج)

$$13- \text{اگر زانى دىدر حىقىقى } x \text{ دىشكەن بىردىم، } \begin{cases} (x-1)(y+4) = xy \\ (x+1)(y-4) = xy \end{cases} \text{ حاصل xy حىچرا است؟ (اىرىياعى)}$$

-10 (د)

10 (ج)

-40 (بـ)

اىف) 4-

$$\begin{cases} x + 2y = 17 \\ 4x - y = -8 \end{cases}$$

(د)

(ج)

(س)

(الف)

۱۶ - با توجه به دستگاه زیرینه، حاصل (xy) مقدار است؟

$$17 - در دستگاه دو معادله و دو مجهول $\begin{cases} x - y = 4 \\ 3x + 4y = -3 \end{cases}$ محدود است؟ (آنچه هست)$$

(د) صفر

(ج) -۳

(س) $-\frac{1}{3}$ (الف) $\frac{1}{3}$ ۱۸ - نقطه مترک در خط $5x + 4y = 18$ و $2x + 3y = 10$ کدام محدود است؟

$$\begin{bmatrix} \frac{15}{4} \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{20}{3} \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{10}{3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{15}{4} \end{bmatrix}$$

۱۹ - برای دستگاه معادله های زیر درست است؟ (آنچه هست)

(د) جوابی وجود ندارد

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

۲۰ - باشد، حاصل $x - y$ برابر است با: (آنچه هست)

(د)

(ج) -۱

(س) صفر

(الف) ۱

« تمرین‌های آندرفصل ۶ »

۱- مغارله خط‌های را در اسکرین نمایند.

الف) $4x - 3y = 7$

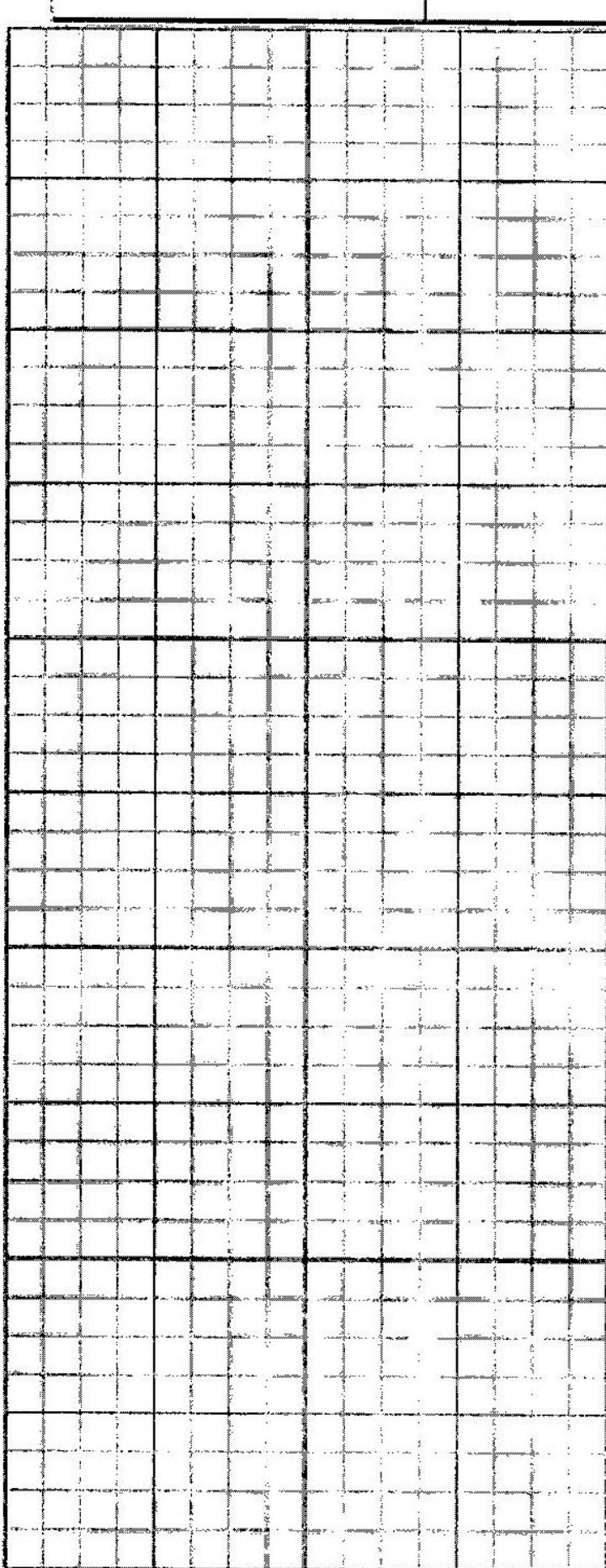
$$\Rightarrow 4x + 3y = -4$$

$$g) y = x - 3$$

$$d) y - 4x = 0$$

$$e) 5x - 4y = 10$$

$$f) y = -\frac{1}{4}x$$



۲- ماروش ترسیم رسمی نمود آنقطه [۳] روی
خط $1 + x = \lambda$ تاردارد باخر؟

۳- دونقطه رکواه از هر لام از خطوطی که
پیدا کرده و میتوان خط را رسم کند.

$$x + 5y = 0 \quad (\text{الف})$$

$$x + y = 0 \quad (\text{ب})$$

$$y = 4x - v \quad (\text{ج})$$

$$y - 4 = 3x \quad (\text{د})$$

۴- الف) معادله خطی نویسید از دو نقطه $[0]$ و $[4]$ میگذرد.
ب) معادله خط که نزدیک از مبدأ مختصات و نقطه $[4]$ نگذارد.

۵- الف) نقطه ای به عرض ۸- از خط $4y = 16 - x$ میگذرد.

ب) نقطه ای به طول $\frac{3}{5}$ از خط $5x - 1 = 2y$ میگذرد.

۶- محل برخورد خط $1 = 2 - 3x$ را با محورهای مختصات میگذرد.

۷- مقدار a چندراست تا خط $ax - 3ay = 12$ محور y را برخط (-1) مقطع کند؟

۸- از نقطه M محل برخورد خط $4y = 4 - 2x$ با محور طولها و نقطه N محل برخورد هم خط با محور y را در مساحت مثلث OMN را ببرآورد آورید.

۹- مقدار m در خط $y = 3x + m - 3$ چندراست تا خط از مبدأ مختصات میگذرد؟

۱۰- سُن ماسن مابی هر سی از معادله های زیر نگذارد و نگذرد هر کدام میگزیند؟

$$2x - 3y = 4 \quad (\text{الف})$$

$$1y = -2x \quad (\text{ب})$$

$$\text{C) } \frac{1}{2}x - \frac{1}{5}y = 1$$

$$\text{D) } y = ax - 1$$



۱۱ - به ازای دام تعداد a نقطعه $\left[\frac{a}{2} - 3 \atop 1 + \frac{a}{2} \right]$ معلق بر خط $1 - 2x = 3y - 4$ می باشد؟

۱۲ - روی خط $3 - \frac{2x+4}{a} + \frac{y-1}{4} = 0$ نقطعه‌ای شخص نسبت طول آن $\frac{3}{2}$ می باشد.

۱۳ - مساحت نقطعه‌ای را بوسیله عرض آن 2 باشد و نقطه روی خط $y = 2x + 4$ آنرا در نظر بگیر.

۱۴ - اگر زوایم m ساطع مساحت $\left[\begin{smallmatrix} m \\ -m \end{smallmatrix} \right]$ معلق بر خط $3 - 2x = 3y$ باشد، معادله آن خط جمیست؟

۱۵ - سُبُّ عرض از سید هریب از خط‌های زیر را تعیین نمایی.

$$1) 4x - y = 3$$

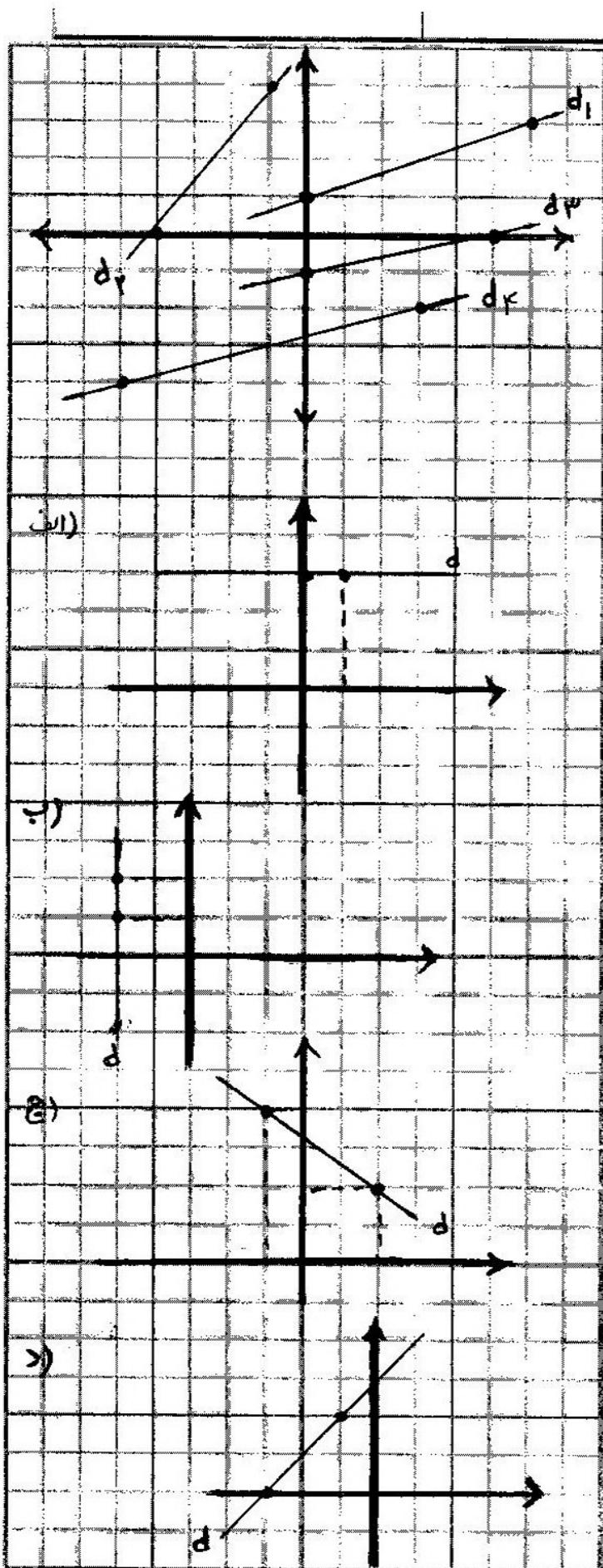
$$2) 2(5x - y) - 3 = 4(2x + 3y)$$

$$3) (x + y)(x + 2) - x^2 - xy = 4$$

$$4) 4x - 4y = 19$$

$$5) y = -\frac{a}{3}x$$

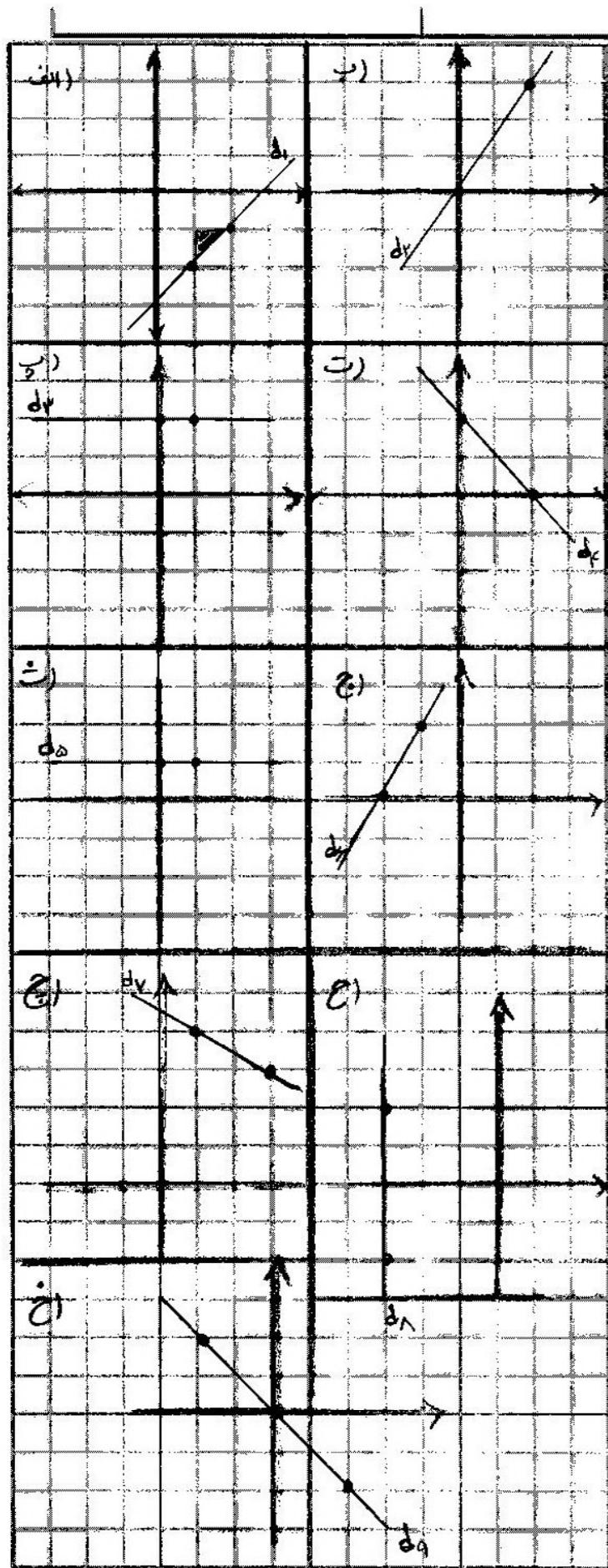
۱۶ - m امپول تعیین شده بر خط $3 - (m-1)x - 2 = 3y$ مدور طول‌ها را در نقطعه‌ای بطول 3 قطع نماید.



۱۷- در هر کدام از خط های او هر چند خط را باز کر
نگذارید و گذرنید تا نکام خط بسته باشد.

۱۸- ماتریس های خط های زیر را خط را برآورده آورید.

۱۹- با مضر بخط‌های رسم شده معادله خط را
نمودار کنید.



۲۰ - معادله خطی نویسید که از نقطه $[4]$ که روی محور x میگذرد.

۲۱ - معادله خطی نویسید که با خط $2x - 3y = 5$ موازی بود و از نقطه $[4]$ میگذرد.

۲۲ - نسبت لذتی از روی میس $[4]$ و $[7]$ را بدست آورد و میس معادله خط را نویسید.

۲۳ - a را طوری تعریف کنید که عرض از مبدأ خط $y = -2x + 5a$ برابر 15 باشد.

۲۴ - معادله خطی نویسید که از محل چخور روی خط $x = 2$ و $y = 1$ که روی محور y میگذرد.

۲۵ - معادله خطی نویسید که ریب آن 5 و عرض از مبدأ آن 7 باشد.

۲۶ - معادله خطی نویسید که از روی نقطه $[4]$ و $[2]$ میگذرد.

۲۷ - در معادله خط $y = ax + b$:

(الف) اگر $a < 0$ ، خط از کدام دو ناحیه همای عبوری کند؟

(ب) اگر $a = 0$ و $b \neq 0$ باشد، خط از کدام دو ناحیه همای عبوری کند؟

۲۸ - معادله a و b را طوری تعریف کنید که روی خط $ax + by = -3$ و $(a-1)x + 2b = y$ هم‌مرادی بشاراً نمایند.

۴۹ - مقدارهای x ، y و z را مشخص کنید م (بروشن راه)

$$\text{(الف)} \quad \begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+1}{6} \\ 2x+y = 3z+1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = z \\ 2x-y+z=6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{3x+1}{2} = \frac{4y-1}{3} \\ \frac{4y+1}{3} = \frac{3x-1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4x^2 + 3xy = -1 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$$

۳۰ - معادلهای a و b را در دستگاه معامل تعیین کنید.

$$\begin{cases} a-b+3 = 1 \\ 4a+2b = 2^{-14} \end{cases}$$

۳۱ - m را طوری تعیین کنید که دو معادله $y = (m-2)x + 7$ و $y = 3x - 4$ هم تخطی مترکی نباشند.

۳۲ - طول مستطیل چهار برابر عرض آن است. اگر ضلع ممکن مستطیل ۷۵ باشد، مساحت مستطیل چقدر است؟

۳۳ - در سی مرداد ۹۳ مرغ کو سفید و خود دارد. اگر تعداد پاها آنها ۹۴ باشد، به چه دستگاه معادلهای خطی تعداد مرغ و تعداد کوسفده را در این نزاعه به دست آوردی.

۳۴ - اختلاف سن بیم دارش ۲۶ سال است. اگر مادر بیم دو سال از چهار بزرگسین بیم بیشتر باشد، به چه دستگاه معادلهای خطی سن هر کدام را تعیین نمایید.

۳۵ - مجموع پول آمیدا و مینا ۵۹۰۰۰ تومان است. دامیدا ۱۰۰۰ تومان از دوربین پول مینا کمتر نداشت. با تکمیل دستگاه معادلهای خطی پول هر کدام را تعیین کنید.

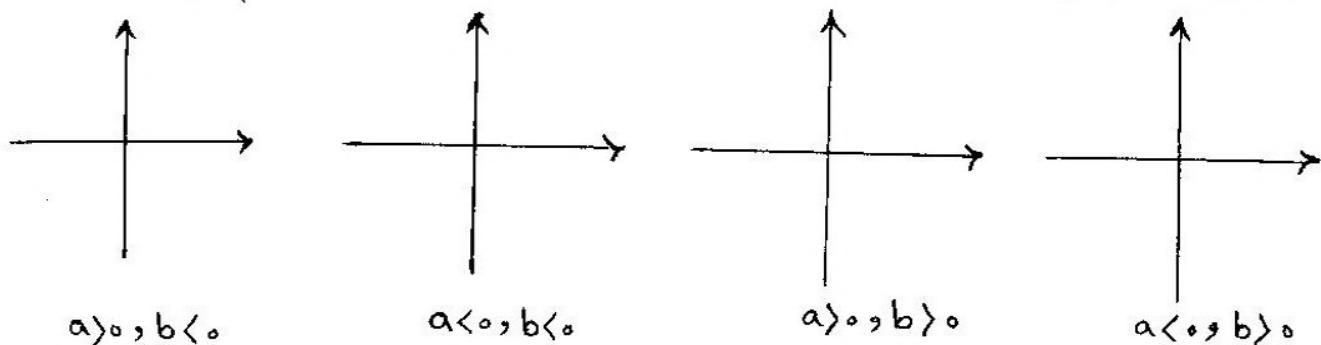
۳۶ - اگر داشته باشیم $\begin{cases} 2x\sqrt{2} + y\sqrt{3} = 5 \\ x\sqrt{2} + 2y\sqrt{3} = -2 \end{cases}$ ، آنگاه حاصل عبارت $x^2 + y^2$ چقدر است؟

۳۷ - معادله خطی از عمل رخداد روخط $2x + 3y = 57$ و $3x - y = 3$ باشد
تکلیل نماییم.

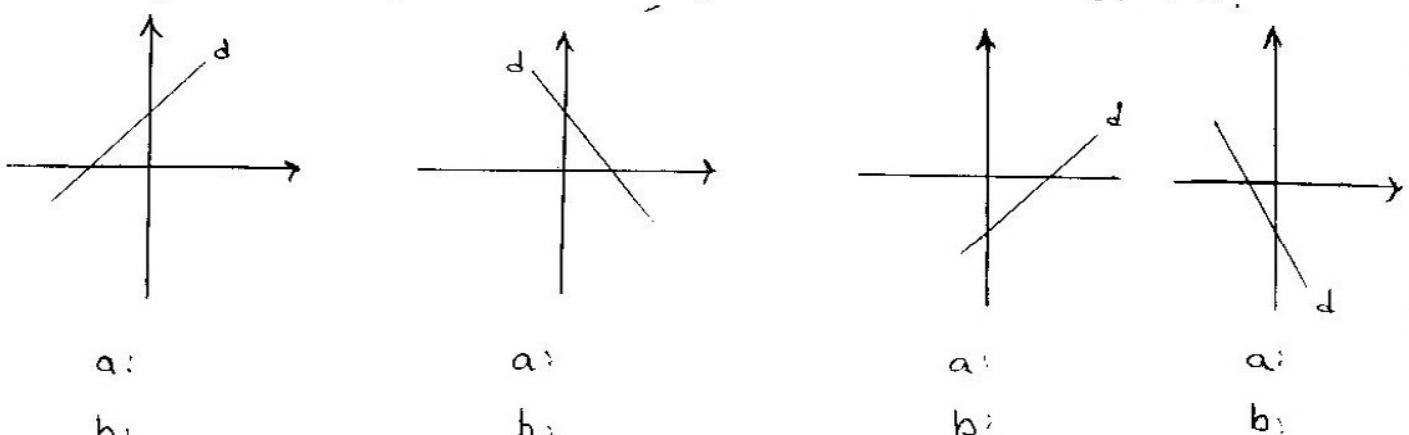
۳۸ - معادله خطی را بنویسید که از عمل رخداد روخط $5x - 2y = 25$ و $3x - y = -1$ و با خط $10x - 5y = 10$ موازی باشد.

۳۹ - خطی به معادله $y = (4k-3)x + 4n-2$ و عرض از مبدأ آن ۶ است.
مقدار k و n را بدست آورید.

۴۰ - در هر قسم بازه بین علاست $y = ax + b$ را بصورت خصی رسم نماییم.



۴۱ - در هر چند بازه بین مقدار a و b سه است یا نه؟



« تست‌های آمُرِ مُصل ۲ »

۱- دو صفت روش‌های مُعادلهای $x+y=5$ و $2x+2y=5$ نسبت بهم چگونه است؟

(د) بوجه دو صفت است.

(ج) تَعَاطُع

(ب) عمود

(الف) موازی

۲- با توجه به رابطه‌های $2x+5y=34$ و $x+y=12$ معادله دل جوهر است؟

$$\begin{array}{l} x=4 \\ y=4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x=8 \\ y=4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x=2 \\ y=10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x=4 \\ y=8 \end{array}$$

۳- معادله خطی بُنْسِیپ از نظر [۲] می‌نذرد، کدام نزاع است؟

$$y=2x-5$$

$$2x-y=-5$$

$$2y=x-2$$

$$y=2x-1$$

۴- نظر [۲] روی دام بُنْسِیپ از خطر نمودار دارد؟

$$y-3x=2$$

$$4a+2b=-4$$

$$2m-4n=4$$

$$5y+2x=7$$

$$4x-2y=2$$

$$x=-2y$$

$$4x-y=1$$

$$2y=-12x+7$$

۵- بُنْسِیپ دام بُنْسِیپ از خطر نمودار (۲) است؟

- (ب) مساوی صفات است.
 (د) نه تنها آن را محاسبه کرد.
 (ج) مساوی نیست است.

۶- بُنْسِیپ خط عمود بر محور طولها ...

- (الف) مساوی صفات است.
 (ج) مساوی نیست است.

۷- معادله خطی از نظر [۲] می‌نذرد دام است؟

$$y=4x+\frac{13}{4}$$

$$4y=x+13$$

$$y-4x=13$$

$$4y+x=13$$

۸- زاویه‌یین روش دام است؟

(د) صفر

(ج) 30°

(ب) 45°

(الف) 90°

۹- دو سه‌گاه معادلات متعال بجزای دام مقادیر m حساب ندارد؟

$$mx-y=4$$

$$\begin{cases} mx-y=4 \\ -fx+my=2 \end{cases}$$

$$-2x=4$$

$$x=-2$$

۱) جای حاکی های مهم فصل ۲

- ۱) خط $\frac{3x}{7} - y = 0$ ، محور طول های دارا در قطع می کند .
- ۲) رابطه مساحت مربع با طول ضلع آن رابطه دارد .
- ۳) صورت کلی معادله خط های امیت که مبدأ مختصات را قطع می کند .
- ۴) دو خط در صورت موازی هستند که آنها هم بردار باشد .
- ۵) در خط $b = ax + c$ به ضریب a و به عدد ثابت c گفته می شود .
- ۶) محل برخورد خط با محور عرض ها می باشد .
- ۷) معادله محور طول های صورت می باشد .
- ۸) آنچه خط $b = ax + c$ فقط از ناحیه سوم عبور نکند را ای سُبَب می باشد .
- ۹) در خط $2x - 4y = 3$ و $x - 2y = 1$ جواب مترک دارند .
- ۱۰) در خط $y = 3x - 1$ و $y = 2x - 1$ نقطع مترک دارند .
- ۱۱) در خط $2x - 4y = 8$ و $x - 2y = 4$ جواب مترک دارند .
- ۱۲) زاویه بین دو خط $x = 3$ و $y = 2$ درجه است .
- ۱۳) عرض از مبدأ خط $\frac{y}{7} - \frac{x}{3} = 0$ می باشد .
- ۱۴) هر معادله می صورت کلی $b = ax + c$ جواب را در دویی می باشد .
- ۱۵) دو خط که سُبَب عرض از مبدأ کلی دارند در نقطع مترک هستند .

عبارت های کویا

فصل ۷

درس اول: معرفی و ساده کردن عبارت های کویا

در فصل های قبل با عبارت های کویا آشنا شدیم، که صدایی جبری و حینه صدایی جبری را هم شناختیم.

عبارت های کویا با عبارت های کویا شایسته را نموده اما عبارت کویا نیستند.

طور کلی اگر عبارت کویا، کسری است که بعد از ساده کردن، صورت و مخرج آن نه صدایی و نه حینه صدایی نباشد. در صدایی جبری، ضریب جمله ها عددی حقیقی و توان تغیرها باید عددی صابی (.... و ۳ و ۲ و ۱) باشد.

مثال: عبارت زیر کویا هستند:

$$\frac{4x-8}{5x^2-4x^2+1}, \frac{-a}{4}, \frac{2}{a}, \frac{x-3}{4}, \frac{x}{y}, x^2 = \frac{1}{x^2}, \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{3}}{x^2 + 11x}, \frac{\sqrt{3}xy}{x-y}$$

$$\frac{\sqrt[3]{27x^3} - 2x}{5x - 2y}, \frac{\sqrt{x^2 + 4y}}{2}, x^2 + 2x - 7, \frac{1}{y}$$

عبارت های زیر کویا نیستند:

$$\sqrt{xy}, \frac{\sqrt{x}}{x+y}, |x-y|, \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x-6}}, \frac{m^2+n^2}{2^m+2^n}$$

جمله زدن
 جمله زدن
 لغه حسابی
 و حینه جمله ای
 و حینه جمله ای

نیست
 حینه جمله ای است
 حسابی است
 و حینه صدایی

تمرین:
کدام از عبارت های زیر کویا است؟

$$\frac{v}{x-1}, \frac{x+8}{2}, \frac{ab}{2}, \frac{\sqrt{v}+x}{a}, \frac{\sqrt{v}x}{2a}, \frac{|x|+|y|}{x}, \frac{x\sqrt{y}+1}{x^2}, \frac{x-8}{\sqrt{v}+1}$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{x}}, \frac{mn+n^2}{a-n}, 18, \frac{mn+n^2}{\sqrt{a}-n}, \frac{|x|+|y|}{|xy+1|} (x>0, y<0), \frac{\sqrt{v}^2 + \sqrt{v}^2}{\sqrt{v}x}$$

$$\frac{\sqrt[3]{8x^3} + 4x - \sqrt{16x^2}}{2y}$$

کلید: وقت کنندۀ بایی تخصیص گویا بودن یا نگویاندن عبارت مقداری است که عبارت را تا حد اعظم سازه کنید.

برای بدآوردن مقدار عددی یک عبارت گویا، طبقی است مقدارها مورد نظر را به جای تغیرمثود دارد و سپس از سازه کردن مقدار عبارت گویا را به دست آوریم.

مثال: هر یکی از عبارت‌های زیر را برای مقدار داره شده به دست آورید.

$$1) \frac{2x+1}{3x-1} \quad \xrightarrow{x=0} \quad \frac{2(0)+1}{3(0)-1} = \frac{1+1}{-1} = \frac{11}{14}$$

$$2) \frac{\sqrt{2}x + 3y}{x^2 + y^2} = \frac{x=\sqrt{8}}{y=-2} \rightarrow$$

$$3) \frac{-3x-1}{x+2} = \frac{x=-\frac{1}{3}}{} \rightarrow$$

$$4) \frac{x+0}{x-3} = \frac{x=3}{}$$

در محاسبه مقدار عددی عبارت‌های گویا، مرغی مقدارها باشد می‌گویند، صدرت عبارت صفر نمود در نتیجه حاصل کل عبارت هم صفر نمود. اما برخی مقدارها باشد می‌گویند که مخرج عبارت صفر نمود که در این صورت عبارت تعریف نشده خواهد شد. بنابراین نباید اسنز مقدارها را در عبارت‌های گویا به جای تغیرها تواند هم.

دالنه عبارت‌های گویا:

مجموع مقدارهای تغیرهایی به درآن عبارت گویا تعریف شده پاسخ، دالنه عبارت گویا می‌گویند. یک عبارت گویا در مقدارهایی تعریف نمی‌شود که مخرج آن برای ای اسنز مقدار داری برای صفر شود.

بنابراین: «دالنه یک عبارت گویا، مقدارهایی است که مخرج در آن ها مساوی صفر نشود».

برای بدآوردن دالنه یک عبارت گویا، مخرج آن را مساوی صفر دارد و مقدارهایی به دست آمده را حل می‌کنیم و دالنه برای است ما مجموعه ای از اعداد حقیقی که مقدار صفر نشده مخرج را ندارد.

مثال: دالنه عبارت $\frac{1+x}{x-1}$ چیست؟

پاسخ: عبارت گویای $\frac{1+x}{x-1}$ در مقدار $x=0$ تعریف نمی‌شود \Leftrightarrow



- برای برداشت آوردن مقادیری که عبارت‌های کویا را تعریف نشده می‌لذ، باید قبل از راه کردن محارت گویا مخرج عبارت گویا را مساوی صفر توانداره و سپس معادله برداشت آمده را حل کنیم. جواب‌های برداشت آمده از این معادله را نمی‌توان در مقادیر دهنده عبارت‌های گویا را استخراج کرد.

مثال: عبارت‌های گویای زیر برای چه مقادیری تعریف نشده هستند؟

$$\text{چون در مخرج تفیر نداریم هشیه تعریف شده است} \rightarrow \frac{8x+@}{x} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{v+x}{x} \quad (\text{الف}) \rightarrow x = 0$$

$$\text{ج) } \frac{3x}{x^2+4} \rightarrow x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$$

جهوں مربع هم عددی -4 - نمی‌شود پس مخرج این گویایی برای
هر عددی سبب می‌باشد، پس همواره تعریف شده است.

$$\text{د) } \frac{x}{x^2-1} = \frac{x}{(x-1)(x+1)} \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

برای او. تعریف شده

$$\text{ه) } \frac{a+@}{a^2 - @a + 4} =$$

$$\text{و) } \frac{4x^2 + @x - 1}{x^2 + @x + 4} =$$

- وقتی حاصل ضرب حینه عبارت با بر صفر شود، حداقل یکی از آنها صفر بوده است.
- اگر غواصیم بفهمیم دو عبارت گویایی برای چه مقادیری مانند یکی برای می‌شوند آنکه دو عبارت را مساوی می‌کنند و ماتحت معادله مقدار یا مقادیری که دو عبارت را باهم برای می‌لذ، برداشت آورم.

مثال: برای ازای چه مقادیری دو عبارت گویایی $\frac{3}{x+1}$ و $\frac{5}{2x}$ باهم برایند؟

- برای اینکه مقدار بعدی عبارت گویایی را بر صفر شود باید صورت آن عبارت گویایی را بر صفر کنیم.

مثال: عبارت‌های گویایی زیر برای ازای چه مقادیری گویای را بر صفر هستند؟

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} \quad (\text{الف})$$

$$\rightarrow 1 - \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1} =$$

تمام: ۱ - هر کدام از عبارت‌های زیر برای حروف مavarri از تعریف نشده است؟

$$1) \frac{ax + f}{ax - 14} =$$

$$2) \frac{fx + a}{x^2 - 100} =$$

$$3) \frac{ay - y^2}{y(y-a)} =$$

$$4) \frac{x + \Delta}{x^2 - ax + 12} =$$

$$5) \frac{x^2 - fx + \Sigma}{x^2 + \Sigma} =$$

$$6) \frac{-\Sigma - x}{-x^2 - ax - 4} =$$

$$7) \frac{x^2 - \Sigma a}{x^2 - ax + 1\Sigma} =$$

$$8) \frac{x^2 + qx + a}{-q} =$$

$$9) \frac{x + k}{fx + 14} =$$

$$10) \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2 - bx + 2} + \frac{1}{x - b} =$$

$$11) \frac{fx}{\Delta xy^2} =$$

۲ - عبارت $\frac{(x+\Delta)(x-\Sigma)}{(x-f)(x+q)}$ در حروف مavarri صور است؟



۳ - به ازای هر قدر x ، عبارت کویای $\frac{fx+3}{x-\Delta}$ برابر ۲ - خواهد بود؟

۴ - به ازای هر قدر از t ، دو عبارت $\frac{-12}{t+1}$ و $\frac{4}{4t-\Delta}$ برابر خواهد بود؟

۵ - در عبارت‌های کویایی زیر قدر x را جوانل (بین بین) کنید. عبارت کویایی آن صفر است.

$$\text{ا) } \frac{x^2-fq}{x^2+\Sigma} =$$

$$\text{ب) } \frac{\Delta}{x^2-\Sigma} =$$

$$\text{ج) } \frac{\Delta x+\Sigma}{\Delta x-\Sigma} =$$

$$\text{د) } \frac{\Lambda x+\Sigma}{x^2-100} =$$

ساده کردن عبارت‌های کویایی:

هرگز طوری می‌دانیم که می‌توانیم نهاد را ساده کنیم که در صورت دفعه بین اعداد و پرانتزها فقط علاوه نیز
دارسته باشیم و اگر در صورت دفعه علاوه جمع و تفاضل را داشتیم، استدآ با استفاده از تجزیه (فالنتینوی)
اعمارها و براحتی (آنچه کسر را بر ضرب تبدیل می‌کنیم و سپس کسر را ساده می‌کنیم، درصورت عبارت‌های کویایی هم)

$$\text{م) هسن صورت عمل می‌کنیم. شال: } \frac{4xy}{3x^2} = \frac{4x(2y)}{3x(x)} = \frac{2y}{x}, \quad \frac{x^2+10x+9}{x^2-1} = \frac{(x+1)(x+9)}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+9}{x-1}$$

تمرین: عبارت‌های کویایی زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$\text{۱) } \frac{1ay^4}{4.y^\Delta} =$$

$$\text{۲) } \frac{x^2+4x+9}{x^2+fx+4} =$$

$$\text{۳) } \frac{y^2-9}{4y+9} =$$

$$\text{۴) } \frac{ab^2}{a^2b^3} =$$

$$\text{۵) } \frac{b-\Delta}{\Delta-b} =$$

$$\text{۶) } \frac{m^2-14}{f-m} =$$

$$V) \frac{4m+18}{Vm+21} =$$

$$q) \frac{x^4-y^4}{y-x}$$

$$11) \frac{x+4}{-x-4}$$

$$14) \frac{x^2+vx+10}{x^2+11x+10}$$

$$16) \frac{4x-y}{-4xy+4y^2}$$

$$18) \frac{10x^2y^4}{10x^2y^2}$$

$$19) \frac{46x^2}{10x+14x^2}$$

$$11) \frac{4x+8}{8+4x}$$

$$4) \frac{ax+1}{-ax+1}$$

$$1) \frac{a^2-5a-14}{a^2+a-4} =$$

$$10) \frac{a+ax}{a}$$

$$14) \frac{(x+v)^2}{x^2+12x+36} =$$

$$17) \frac{\sqrt{4}x^2+\sqrt{4}x}{2x+2} =$$

$$17) \frac{4x+4}{x^2-4x-10} =$$

$$18) \frac{x^2+9x+1}{x^2-4x}$$

$$19) \frac{x^2+12x+36}{x^2+10x+25} =$$

- ۱ - این را معلوم کنید

$$2) \frac{-9x^2+v}{-v+9x^2}$$

$$4) \frac{2\epsilon x^2+x}{-x-4\epsilon x^2}$$

- حاصل عبارت $\frac{a(b-c)}{d}$ نامنفی از عبارت $(b-c)$ نیز برابر است و با نامنفی برابر نیست؟

$$1) \frac{ab-ac}{d}$$

$$2) \frac{a}{d}(b-c) =$$

$$4) \frac{ab-c}{d} =$$

$$5) \frac{b-ad}{d}$$

$$6) \frac{ab-ac}{ad}$$

$$7) \frac{ab}{d} - \frac{c}{d} =$$

- ۲ - خالی مربع را باز نویسید

$$2) \frac{x+4}{x-4} = \frac{\dots}{x^2-vx+v}$$

$$4) \frac{-4x+\epsilon}{v} = \frac{1}{v} \dots$$

$$1) \frac{x+v}{x+v} = \frac{x-v}{\dots}$$

$$4) \frac{ax}{x-v} = \frac{ax^2+10x}{\dots}$$

$$6) \frac{(x-v)x}{(x-v)(x-v)} = x+v$$

$$4) \frac{1+x}{x} = \frac{\dots}{x^2+x}$$



توجه: در کام ترین‌ها مخرج عمالف صفر مرض شده است.

لست:

۱- کدام از عبارت‌های زیر کوچک است?

$$\frac{5x-4y}{\sqrt{3}xy} \quad (ج) \quad \frac{3}{\sqrt{x+y}} \quad (ج) \quad \frac{\sqrt{v+x}}{\sqrt{v}x+x} \quad (ب) \quad \frac{3x^2+5x}{-3x+1} \quad (الف)$$

۲- عبارت کوچک سه از میان مقداری از x تعریف نشده است؟

$$-13 \quad (ب) \quad -3-\frac{1}{2} \quad (ج) \quad -3-6\frac{1}{2} \quad (ج) \quad -3-13 \quad (الف)$$

۳- کدام از عبارت‌های زیر هرگز تعریف نشده نماید؟

$$\frac{3x-1}{x} \quad (ب) \quad \frac{5x}{x+3x} \quad (ج) \quad \frac{3}{8x-4} \quad (ب) \quad \frac{3x+1}{5x} \quad (الف)$$

۴- سه متشده عبارت کدام عبارت نزدیک است؟

$$\frac{x+y}{a} \quad (ب) \quad \frac{x+3y}{3a} \quad (ج) \quad \frac{9xy}{9a} \quad (ج) \quad \frac{x+3y}{4a} \quad (ب) \quad \frac{x+2y}{3a} \quad (الف)$$

۵- حاصل کدام عبارت نزدیک است؟

$$\frac{x-y}{x+y} \quad (ب) \quad \frac{-x-y}{x+y} \quad (ج) \quad \frac{-x+y}{y-x} \quad (ب) \quad \frac{-x-y}{-x+y} \quad (الف)$$

۶- در عبارت کدام ترتیب را در جای خالی خاردمیم؟

$$x+1 \quad (ب) \quad x^2+x \quad (ج) \quad x^2 \quad (ب) \quad x^2+1 \quad (الف)$$

۷- کدام ترتیب عبارت کوچک را صفری نماید؟

$$260 \quad (ب) \quad -26-10 \quad (ج) \quad 361 \quad (ب) \quad -16-3 \quad (الف)$$

۸- سه از میان عبارت دو عبارت کدام خواهد بود؟

$$\frac{-10}{11} \quad (ب) \quad -10 \quad (ج) \quad \frac{-3}{11} \quad (ب) \quad \frac{-11}{10} \quad (الف)$$

۹ - اگر نسبت $y-x$ به $2x-y$ برابر $\frac{3}{2}$ باشد؛ آنست ۱) x برابر است با:

- (۱) $\frac{y}{11}$ (۲) $\frac{11}{y}$ (۳) $\frac{-11}{y}$ (۴) $\frac{7}{11}$

۱۰ - عبارت $\frac{x^4 - x^2 - 20x}{x^2 - 25}$ به صورت تجزیه کنل برابر است با:

- (۱) $\frac{x^2 + 4x}{x - 5}$ (۲) $\frac{x^2 + 4x}{x + 5}$ (۳) $\frac{x^2 - 4x}{x + 5}$ (۴) $\frac{x^2 - 4x}{x - 5}$

۱۱ - اگر نسبت $y-x$ به $x+y$ برابر $\frac{3}{4}$ باشد، آنگاه نسبت $y+x$ به $2x-y$ برابر است ۱) $(m+n)(n-m)$ ۲) $(m-n)(n+m)$ ۳) $(m+n)^2$ ۴) $(m-n)^2$

- (۱) $\frac{1}{\frac{3}{5}}$ (۲) $\frac{2}{\frac{2}{5}}$ (۳) $\frac{3}{\frac{2}{5}}$ (۴) $\frac{4}{\frac{2}{5}}$

۱۲ - حاصل عبارت $\frac{(x-y)}{(y-x)} \cdot \frac{\sqrt{m-n}}{\sqrt{n-m}}$ نام است ۱) $(m \neq n \wedge x \neq y)$ ۲) $(m=n \wedge x \neq y)$ ۳) $(m \neq n \wedge x=y)$ ۴) $(m=n \wedge x=y)$

- (۱) $\frac{x^2 - y^2}{m^2 - n^2}$ (۲) $\frac{x-y}{m-n}$ (۳) $\frac{x+y}{m+n}$

۱۳ - صارچه عبارت $\frac{x^2 - 4xy + y^2 - x + y}{x^2 - xy - x}$ برابر با کدام میزان است؟ ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{1}{8}$ ۴) $\frac{1}{16}$ (عنوان دولتی آذربایجان غربی)

- (۱) y (۲) $-y$ (۳) $\frac{y-x}{x}$ (۴) $\frac{x-y}{x}$

۱۴ - دانش تعریف کر نام است ۱) $(x^2 + x^2 + 2x + 2)$ ۲) $\frac{x^2 x^2 - 16}{x^2 + x^2 + 2x + 2}$ (سابت جزء)

- $R - \{-1, \sqrt{2}\}$ (۱) \emptyset (۲) $\{0\}$ (۳) $R - \{-1\}$ (۴) $R - \{-1, 2\}$

۱۵ - اگر عبارت $\frac{ax^2 + bx + c}{ax^2 - 10x + 12}$ برابر باشد، آنگاه x میباشد؟ (عنوان دولتی آذربایجان غربی)

- (۱) -5 (۲) صفر (۳) $\frac{a+b}{a}$ (۴) $\frac{a-b}{a}$



درس دهم: معادلات جبارت‌های کویا:

- ضرب و تقسیم عبارت‌های کویا همانند ضرب و تقسیم اعداد کویایی باشد. همین می‌توانیم مانند ضرب و تقسیم اعداد کویایی، عوامل مشترک را باهم ساره کنیم.
- برای ضرب عبارت‌های کویا مانند کرها صورت را در صورت و مخرج را در مخرج ضرب می‌کنیم.

$$\text{ا) } \frac{3}{a} \times \frac{2}{v} = \frac{3 \times 2}{a \times v} = \frac{6}{av} \quad \text{ب) } \frac{x}{x+1} \times \frac{ay}{3} = \frac{x \times (ay)}{3 \times (x+1)} = \frac{axy}{3x+3}$$

$$\text{ج) } \frac{axy^3}{8x^2z^2} \times \frac{14z^4}{18y^2} =$$

$$\text{د) } \frac{x+3}{x} \times \frac{x}{x^2-2x-15} =$$

$$\text{ه) } \frac{x-4}{x^2-12x+36} \times \frac{x^2-3x-18}{x^2+7x+12} =$$

$$\text{و) } \frac{4x^2y^6}{5xz} \times \frac{10x^4z^4}{18xy^4} =$$

تقسیم عبارت‌های کویا:

برای تقسیم عبارت‌های کویا، ابتدا عبارت کویایی اول را می‌نویسیم، علامت تقسیم را تبدیل به علامت ضرب می‌کنیم و عبارت کویایی دوم را مکمل می‌کنیم و ضرب را انجام می‌دهیم.

$$\text{ا) } \frac{2}{a} \div \frac{3}{v} = \frac{2}{a} \times \frac{v}{3} = \frac{2v}{3a}$$

$$\text{ب) } \frac{10x^4}{4xy} \div \frac{10x^4}{14y^4} =$$

$$\text{ج) } \frac{4x^2}{3xy} \div \frac{8x}{y^3} =$$

$$\text{د) } \frac{a^2-4a-8}{a^2-4a} \div \frac{a^2+4a+4}{a-4} =$$

تمرین:

۱- حاصل عبارت های زیر را به صورت آورید.

۱) $\frac{a^4 - a - 4}{a + 4} \times \frac{a + 4}{a^2 - 4} =$

۲) $\frac{a^r b + ab^r}{a} \times \frac{r ab}{(a+b)^r} =$

۳) $\frac{x^r + 4x + 2}{x+2} \div \frac{x+1}{x+5} =$

۴) $\frac{rx^r}{rxy^r} \div \frac{rx}{y^2} =$

۵) $\frac{x^r - x - 20}{x-10} \times \frac{x-4}{x+4} =$

۶) $\frac{x^r + ax + r}{x+1} \div \frac{x+r}{x^r - 1} =$

۷) $\frac{x^r - 1}{x^r - 12x + 48} \div \frac{x^r + rx - 18}{x^r - 48} =$

۸) $\frac{a^r + ra + 10}{(a+r)^r} \div \frac{a+r}{a^r - r} =$

۹) $\frac{x^r - x^r}{x-1} \times \frac{x+r}{rx} =$

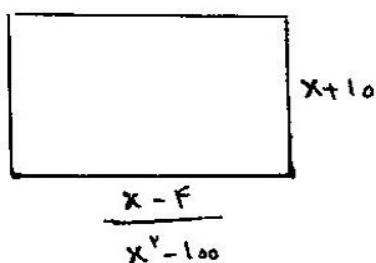
۱۰) $\frac{x^r + rx + 10}{x+r} \times \frac{x^r - 9}{x^r - r^2} =$

۱۱) $\frac{x^r - 4r}{x+10} \div \frac{x+r}{x^r - x - 10} =$

۱۲) $\frac{rx^r - 9a^r}{abc - a^r c} \div \frac{rx - ra^r}{a^r b - a^r} =$

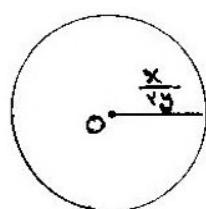
۲- مساحت هر یکی از شکل های زیر را حساب کرده اید.

(الف)



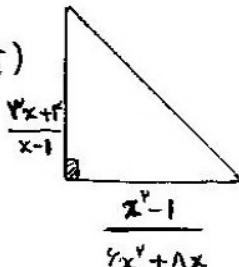
$$(x+10)(x-4)$$

(ب)



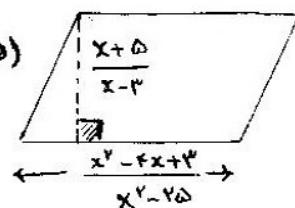
$$\pi \left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)^2$$

(ج)



$$(x-1)\sqrt{x^2 + 1}$$

(د)



$$(x+4)(x-3)$$

۳- حاصل ضرب و تقسیم های زیر را بدست آورید.

$$1) \frac{12x}{18yz^2} \times \frac{12yz}{4x^2} =$$

$$2) \frac{x^2y}{xz^2} \times \frac{z}{xy^2} =$$

$$3) \frac{3a^2 - 4ab}{2a} \times \frac{12a}{9a - 12b} =$$

$$4) \frac{x^2 - 4}{x^2 - 2x} \div \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + x} =$$

۴- مساحت مستطیلی با شرط $\frac{x+3}{x} = 7$ است، اگر طول آن $x^2 + 4x + 9$ باشد، عرض آن را باید.

تست :

۱ - حاصل ضرب $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} : \frac{a}{b}$ برای تمام نزدیک است؟

۱ (ج)

$$\frac{ac}{bd}$$

$$\frac{b}{c}$$

$$\frac{a}{d}$$

۲ - حاصل عبارت $\frac{8x^2}{4xy} \div \frac{16x}{4y^3}$ برای تمام نزدیک است؟

$$\frac{y^2}{4}$$

$$\frac{8y^2}{x}$$

$$\frac{4y^2}{x}$$

$$\frac{4y^3}{x}$$

۳ - از میان عبارت های زیر کدام عدد مساوی $\frac{1}{y}$ است؟

$$\frac{y}{xy^2}$$

$$\frac{xy}{xy^2}$$

$$\frac{x^2y}{xy}$$

$$\frac{xy}{y}$$

۴ - اگر $a = \frac{ax^2 + ax}{4x} \times \frac{2x - 4}{x^2 - 2x - 4}$ کدام است؟

۴ (ج)

$$-4$$

$$3$$

$$9$$

۵ - حاصل عبارت $\frac{x-1}{x^2y - xy} \div \frac{3x^2 + 3x}{4y}$ کدام است (فرج هایلوف صورهتی)

$$\frac{3}{xy}$$

$$\frac{1}{2x-y}$$

$$\frac{1}{2x}$$

$$\frac{2}{x^2}$$

۶ - اگر عبارت $\frac{a+12}{a^2x - 10a + 12}$ تعریف نشده باشد، آنچه خوب است؟

۶ (ج)

$$0$$

$$-1$$

$$1$$

۷ - حاصل عبارت $\frac{x^{10} - b^{10}}{b^{10} - x^{10}} \times \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - x^2 - 1}$ کدام است؟ (از نظر درس اصولی)

۷ (ج)

$$\frac{fax}{b}$$

$$\frac{x-1}{x^2}$$

$$-1$$

۸ - حاصل عبارت $\frac{a^2 - 1}{a^3b^2 - a^2b^3} \div \frac{(a+1)^2}{a^2b^2}$ کدام است؟ (فرج هایلوف صورهتی)

$$\left(\frac{a-1}{a+1} \right) \left(\frac{1}{a-1} \right) = a+1$$

۹ - ساده شده عبارت $\frac{x^4 + x - 4}{x^2 + x - 1} \times \frac{x^4 - 2x + 1}{x^2 + x + 2}$ کدام است؟ (علان طبقه طبایی ۹۰)

$$(x+1)^2$$

$$(x-1)(x+2)$$

$$(x-1)^2$$

$$x^2 - 1$$

جمع و تفرق عبارت‌های کویا:

برای جمع و تفرق عبارت‌های کویا دقتاً همانند جمع و تفرق اعداد کویا باشد مخرج مُنْتَر بگیریم.

$$(a) \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}, (b \neq 0) \quad (b) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

یادآوری: برای مخرج مُنْتَر بگیری بسن دو کر از (ک.م.م) استفاده می‌کنیم. در عبارت‌های جری کویا هم بعد از تجزیه عبارت‌های جری، مخرج از محاصل ضرب عامل‌های مُنْتَر با نزدیک‌ترین آوان در عامل‌های غیرمُنْتَر به دست می‌آید. (ک.م.م)

مثال: حاصل جمع و تفرق های زیر را به صورت آورید.

$$(a) \frac{3}{24} + \frac{2}{30} = \frac{3 \times 5}{120} + \frac{2 \times 4}{120} = \frac{15 + 8}{120} = \frac{23}{120} = \frac{7}{40}$$

$$[24, 30] = 120 \quad \text{زیرا } 24 = 3 \times 8 \text{ و } 30 = 2 \times 5 \Rightarrow [24, 30] = 2 \times 3 \times 5 = 120$$

$$(b) \frac{3x+5}{x+2} + \frac{4x-3}{x+2} = \frac{3x+5+4x-3}{x+2} = \frac{7x+2}{x+2}$$

$$(c) \frac{4x+5}{x+2} - \frac{3x-4}{x+2} =$$

$$(d) \frac{a^2-20}{a^2-4} + \frac{a-4}{a+2} =$$

$$(e) \frac{4}{x+2} - \frac{x-1}{x+4} =$$

$$(f) \frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} =$$

$$(g) \frac{4}{ax} - \frac{4}{x}$$



تمرین:

۱- محاصل عبارت های زیر را به صورت آ درید.

$$1) \frac{yx^2 - 14}{x^2 - 4} - \frac{x+4}{x+2} =$$

$$2) \frac{v}{x^2 - x - 2} + \frac{x}{x^2 + 5x + 6} =$$

$$3) \frac{q}{x} + \frac{\Delta}{-x} =$$

$$4) \frac{yx+1}{x-y} + \frac{fx+1}{y-x} =$$

$$5) \frac{yx+12}{x^2 - 4y} - \frac{x+4}{x-y} =$$

$$6) \frac{x}{x^2 + 5x + 6} + \frac{yx}{x^2 + \Delta x + y} =$$

$$7) \frac{\Delta x + 1}{x+y} - \frac{yx - f}{x-y} =$$

$$8) \frac{yx+1}{\Delta x+1} + \frac{yx-f}{y\Delta x+\Delta}$$

$$9) \frac{yx+y}{yx+\Delta} - \frac{\Delta x}{fx^2 - fy} =$$

$$10) \frac{x^2 - 10 - 9x}{x-10} - y - x =$$

$$11) \left(\frac{yx+1}{x+1} - \frac{x}{x-1} \right) : \left(\frac{x}{x^2 - 1} \right) =$$

$$12) \left(\frac{yx-1}{x} - \frac{yx}{x-1} \right) x \frac{x^2}{\Delta x-1} =$$

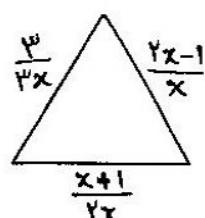
$$13) \left(\frac{x-v}{x^2 - 1} + \frac{x+y}{x^2 - fx + 1} \right) x \left(\frac{v}{x} \right) =$$

$$14) \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} =$$



۲ - محیط هر کل را بحسب x بدست اندیشه کنید.

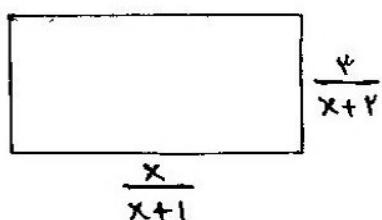
(الف)



(ب)



(ج)



۳ - عبارت $\frac{4x+1}{x^2+x}$ را با $\frac{2x}{x+1}$ جمع شود.

۴ - طول مستطیل از سه برابر عرض آن دو واحد است. نسبت محیط به مساحت این مستطیل را به صورت تک عبارت $\frac{A^2-B^2}{C^2}$ بدهید.

$$\text{حصیر: } C = 2xy \quad , \quad B = x^2 + y^2 \quad , \quad A = x^2 - y^2 \quad \therefore \frac{A^2 - B^2}{C^2}$$

۵ - اگر $a + \frac{1}{a} = 2$ باشد، حاصل عبارت $a^2 + \frac{1}{a^2}$ را بدهید.

ساده کردن عبارت های مرکب :

عبارت های کوای مرکب : به عبارت های کوایی که صورت و مخرج آن خود ب عبارت کوای هستند، عبارت های مرکب می گویند.

ساده کردن عبارت های مرکب :

برای ساده کردن عبارت های مرکب باید صورت و مخرج را به طور جدا کانه ساده کرد و سپس آنها را بهم تفکیم نمود. با از داشتن های دیگر همچنان لا دور در دور و زمزمه در زمزمه «استفاده کرده و یا اینکه از همان استادا صورت و مخرج را در عبارتی مناسب و غلاف ضرب کرد.

مثال: محاصل عبارت های زیر را به رسمت آورید.

$$(1) \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \frac{x^2(1 - \frac{1}{x} - \frac{4}{x^2})}{x^2(1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2})} =$$

$$(2) \frac{1 - \frac{1}{x} - \frac{4}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = \\ x \neq 0$$

$$(3) \frac{\frac{r}{a} - \frac{r}{a+1}}{\frac{r}{a+1} - \frac{r}{a}} =$$

$$(4) \frac{\frac{r}{a} - \frac{r}{a+1}}{\frac{r}{a+1} - \frac{r}{a}} = \\ a \neq 0, a \neq -1$$

$$(5) \frac{n - \frac{n^r}{n-m}}{1 + \frac{m^r}{n^r - m^r}} =$$

$$(6) \frac{\frac{y}{x+y} - \frac{x}{x-y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}} =$$

+ بررسی معالجه صفحه ۱۲۲ تا ۱۲۳ درسی و کادر کلاس صفحه ۱۲۳ درسی.

آغاز:

۱- حاصل عبارت های زیر را مساوی صورت نمذید.

$$1) \frac{y + \frac{y^2}{x+y}}{y - \frac{x^2}{x^2-y^2}} =$$

$$2) \frac{\frac{1}{x+3} + \frac{2}{x-3}}{\frac{1}{x^2-9} + \frac{2}{x^2-9}} =$$

$$3) \frac{\frac{1+\varepsilon}{x} + \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{9}{x} + \frac{1+\varepsilon}{x^2}}$$

$$4) \frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{\left(\frac{1+x}{1-x} - 1\right)\left(1 - \frac{1}{1+x}\right)} =$$

$$5) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x-1}}} =$$

۲- فقط این از عبارت های کوچکی زیر قابل مساواه شدن است آن اعماقی و ساده نماید.

$$\frac{x^2-4}{x}, \frac{4x^2+\varepsilon}{x+1}, \frac{5a^2+2ab}{3a}, \frac{a^2+b^2}{a+b}$$

۳- عبارت $\frac{-a-b}{a-b}$ از عبارت های زیر برابر است؟

الف) $\frac{a-b}{-a-b}$

ب) $\frac{a+b}{-a+b}$

پ) $\frac{-a-b}{-b+a}$

ز) $\frac{-a-b}{-a-b}$



۴ - ندام هم از عبارت های زیر درست ساده شده است؟

الف) $\frac{x+4}{x^2+4x+9} = \frac{x+4}{(x+3)(x+3)} = (x+3)$

ب) $\frac{x+4}{x^2+4x+9} = \frac{x+4}{(x+3)(x+3)} = \frac{1}{(x+3)}$

۵ - آنچه حسب $\frac{A^2-B^2}{C}$ ، $C = x^2$ ، $B = x^2 - b^2$ ، $A = x + b$ بر دست آورید.

۶ - دو عبارت کو یافته شود که:

الف) حاصل ضرب آنها $\frac{a+2}{a-7}$ شود.

ب) حاصل تفاضل آنها $\frac{a+1}{1-a}$ شود.

۷ - آنرا ساخت ساده شده با $\frac{4x+1}{4x+1}$ دعوه آن $\frac{4x^2+5x+1}{14x^2-1}$ باشد، طول سطحی را به کمترین آورید.

۸ - عبارت کو یافته آورید که با $\frac{3x+1}{x-1}$ جمع شود و حاصل برابر ۵ شود.

۹ - حاصل عبارت $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{3x-3} - \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{4x+2}$ ، حینه برای این است؟

مسئلہ:

1 - حاصل عبارت زیرینہ کیسا ہے؟

$$\frac{4x^2-4}{5x+2} - \frac{4x^2+2}{5x+2}$$

$$\frac{4x^2+1}{10x+2} \quad (A)$$

$$\frac{4x^2-4}{10x+2} \quad (B)$$

$$\frac{4x^2-4}{5x+2} \quad (C)$$

$$\frac{4x^2+1}{5x+2} \quad (D)$$

2 - سادہ شدہ عبارت $\frac{\frac{a+b}{a} + 1}{\frac{a-b}{a} - 1}$ کیسا ہے؟

$$\frac{a+b}{a-b} \quad (A)$$

$$-1 \quad (B)$$

$$\frac{2a+b}{-b} \quad (C)$$

$$\frac{2a-b}{b} \quad (D)$$

3 - در عبارت $\frac{2}{2x-4} + \dots = \frac{x+1}{2(x^2-4)}$ کیا خارجی کلام اسٹے؟

$$\frac{2x-1}{x^2-4} \quad (A)$$

$$\frac{2x+1}{2x^2-8} \quad (B)$$

$$\frac{-(x+4)}{2x^2-8} \quad (C)$$

$$\frac{-2x-1}{2(x^2-4)} \quad (D)$$

4 - حاصل عبارت $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}$ کیماں اسٹے؟

$$\frac{xy+2y}{y-2x} \quad (A)$$

$$\frac{x+y}{x-y} \quad (B)$$

$$\frac{yx+2y}{-y} \quad (C)$$

$$\frac{yx+2y}{-x} \quad (D)$$

5 - سادہ شدہ عبارت $\frac{m+\frac{m}{m+n}}{m-\frac{m}{m+n}}$ کیماں اسٹے؟

$$\frac{m+n}{m-n} \quad (A)$$

$$\frac{m+n+1}{m+n-1} \quad (B)$$

$$\frac{m+n}{m+n+1} \quad (C)$$

$$\frac{m+n+1}{m+n} \quad (D)$$

6 - در عبارت $\frac{x+y}{x}$ و عرض $\frac{y}{x}$ ؛ نسبت محیط به ماحت کیماں اسٹے؟

$$\frac{y+x}{2x+y} \quad (A)$$

$$\frac{xy+4xy}{xy+y^2} \quad (B)$$

$$\frac{2x+y}{2x^2+y} \quad (C)$$

$$xy \quad (D)$$

7 - حاصل $(x + \frac{y}{x-2})(1 - \frac{1}{x-2})$ کیماں اسٹے؟

$$2x+1 \quad (A)$$

$$x+2 \quad (B)$$

$$x+1 \quad (C)$$

$$x-1 \quad (D)$$

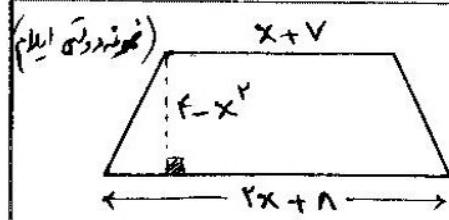
8 - حاصل $1 + \frac{1}{Ax}$ کیماں اسٹے؟ $B = \frac{yx}{1+x^2}$ ، $A = \frac{yx}{1-x^2}$

$$\frac{B}{A} \quad (A)$$

$$\frac{A}{B} \quad (B)$$

$$\frac{1}{B^2} \quad (C)$$

$$B^2 \quad (D)$$



- ۹- اگر مساحت ذوزنقه ممکن است $\frac{1}{2}(x+7)(x+x^2)$ باشد، مقدار x کدام است؟ ($x \neq 0$)
 (۱) -2 (۲) 0 (۳) 1 (۴) 2 (۵) -1

۱۰- حاصل کدام نزدیکترین مقدارها تفاوت است؟ (فرج همه کردها مختلف صور است) (نموداری کلیدن)

$\frac{4a-3b-9a}{4a+3b}$	$\frac{a^2-a}{(3-a)(3+a)}$	$\frac{a^2-2a+1}{2a-a^2-1}$	$\frac{a-3}{a+3}$
--------------------------	----------------------------	-----------------------------	-------------------

۱۱- محیط یک مستطیل 72 واحد است. اگر از طول آن 8 واحد کم کنیم، تبدیل به چه مربعی شود، عرض این مستطیل کدام است؟ (نموداری کردن)

- (۱) 18 (۲) 14 (۳) 12 (۴) 10 (۵) 8

۱۲- اگر $x+\frac{1}{x}=5$ باشد، حاصل $\left(\frac{x^4-1}{x^2+x}\right)^2$ کدام است؟ (فرج مختلف صور است) (نموداری کردن)

- (۱) 24 (۲) 22 (۳) 21 (۴) 20 (۵) 19

۱۳- اگر $A+B=\frac{x}{y(x-y)}$ باشد، عبارت A کدام نزدیک است؟ (نموداری کردن)

$\frac{x-y}{x^2-y^2}$	$\frac{-x-y}{x^2-y^2}$	$\frac{-x+y}{(x-y)(x+y)}$	$\frac{x+y}{x-y}$
-----------------------	------------------------	---------------------------	-------------------

۱۴- حاصل عبارت $\frac{2}{3x-4} - \frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{2x+2}$ کدام است؟ (نموداری کردن شریعه)

$\frac{x}{4(x^2-1)}$	$\frac{1}{4(x^2-1)}$	$\frac{1}{4(x-1)}$	$\frac{1}{4x+8}$
----------------------	----------------------	--------------------	------------------

۱۵- حاصل عبارت $\frac{(a-b)^r}{a^r-b^r} + \frac{(b^r-a^r)}{(a+b)^r}$ کدام است؟ (نموداری کردن شریعه)

- (۱) 1394 (۲) 1395 (۳) 1396 (۴) 1397 (۵) صفر

درس سوم: تقسیم جمله‌ای ها

• تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای:

برای تقسیم یک جمله‌ای، ابتدا ضریب عدی را با بودجه به قوانین ساده کرده و سپس با بودجه به قوانین ساده کردن توان‌ها، عبارت‌های توان دار را ساده می‌کنیم.

$$1) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \longrightarrow m > n, a \neq 0 \quad , \quad \frac{2^6}{2^2} = 2^{6-2} = 2^4$$

▪ نتیجه: $a^0 = 1$

$$2) \frac{a^m}{a^n} = 1 \longrightarrow m = n, a \neq 0 \quad , \quad \frac{3^3}{3^3} = 1$$

$$3) \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \longrightarrow m < n, a \neq 0 \quad , \quad \frac{2^3}{2^6} = \frac{1}{2^{6-3}} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$$

مثال: حاصل عبارت‌های زیر را به صورت آورید.

$$1) \frac{18x^5y}{2x^2y^2} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{x}^2 \times \cancel{x}^2 \times \cancel{x}^2 \times \cancel{y}}{\cancel{x}^2 \times \cancel{x}^2 \times \cancel{y}^2} = \frac{18x^2}{y}$$

$$2) \frac{-18a^2xz^4}{24x^3z^2} =$$

$$4) \frac{18x^2yz^2}{-18x^2yz^2} =$$

$$5) \frac{4x^2yz^2}{12x^2y^2z^2} =$$

$$6) \frac{-9x^2y^4}{18xy^2} =$$

$$7) \frac{14x^5y^2t^3}{-44x^2y^2t^2} =$$

$$8) \sqrt[3]{\frac{a^2b^5x^3}{2\sqrt[3]{a^2b^2x^5}}} =$$

$$9) \frac{10^0x^2y^2z^3}{10^0x^2y^2z^2} =$$

$$10) \frac{90a^2b^2c^4}{(abc)^4} =$$

$$11) \frac{-18a^2b^2c}{18abc^2} =$$

$$12) \frac{-18a^2b^2c}{18abc^2} =$$

تئیم مین جملهای بین جملهای:

اسنخ نفع تئیم را به خوبی تئیم که جملهای بین جملهای تعلق دارند کرده و پس حاصل آن را به دست می آوریم.

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}, \quad (d \neq 0)$$

شل: حاصل هر سه از عبارت های زیر را به دست آورید.

$$1) \frac{12x^4 - 18x + 2}{4} =$$

$$2) \frac{4a^4 + 8a^3 - 1a}{4a^3} =$$

$$3) \frac{14x^4yz - 9xy + 4x^2y^2z^2}{2xyz} =$$

$$4) (8y^4 - 4y^3 + 12y) \div (-4y^2) =$$

$$5) \frac{10x^4y + 10x^3y^2 - 10xy^4}{10xy} =$$

$$6) \frac{10x^4y^2 - 10x^3y^3 + 10xy}{-10x^3y^2} =$$

$$7) (14x^4y^2z - 10x^3y^3z + 12xy^4z^2) \div (10x^3y^3z^2) =$$

$$8) \frac{14x^4y - 10z + 14xyz}{x^2z} =$$

$$9) (-10x^3y + 10y + 10y^2) \div 10y =$$

• تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای :

یاد آوری عملیات تقسیم :

در هر قسم مقسوم بر مقسوم علیه تقسیم می‌گردد و خارج قسمت را باقی مانده به اینست می‌آید. اگر باقی مانده تقسیم صفر باشد، می‌گوییم: «مقسوم بر مقسوم علیه عین نیز را دارد.»

$$\begin{array}{c} \text{مقسوم علیه} \\ \hline \text{خارج قسمت} \\ | \\ \text{مانده} \end{array} \quad \text{مقسوم}$$

نمایل کنید !!

در همه تقسیم‌ها از طبقه رو برو بردار است، لذا بر از طبقه درستی علیه تقسیم (باقی مانده + خارج قسمت × مقسوم علیه) = مقسوم با اینسان تقسیم معروف است.

مراحل تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای :

$$(3x^3 + 7x^2 + 2x - 1) : (x+2) = ?$$

کام اول: ابتدا هم مقسوم هم مقسوم علیه را از بزرگترین توان به کوچکترین آوان متغیر، به صورت نزولی مرتب می‌کنیم (برای این عمل از تابع از ادرس ای نیز می‌توانیم).

$$3x^3 + 2x^2 + 7x - 1 \quad | \quad x+2$$

کام دوم: اولین حمله مقسوم را بر از ادرس حمله مقسوم علیه تقسیم کرده و حاصل را در خارج قسمت می‌نویسیم.

$$3x^3 + 2x^2 + 7x - 1 \quad | \quad x+2 \qquad \frac{3x^3}{x} = 3x^2$$

کام سوم: عبارت خارج قسمت را در عبارت مقسوم علیه ضرب کرده و نتیجه حاصل را از عبارت مقسوم نوشتند، پس علاوه‌ها را قرعه کرده و حاصل جمع یا ترکیب را بر اینست می‌آوریم.

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 2x^2 + 7x - 1 \quad | \quad x+2 \\ + 3x^3 + 4x^2 \\ \hline -4x^2 + 7x - 1 \end{array}$$

کام چهارم: مرحله دوم و سوم را تابعی از اینست می‌ریسم تا باقی مانده صفر با درجه چند حمله‌ای باقی مانده از مقسوم علیه کوچکتر باشد.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{3x^3 + 2x^2 + 7x - 1} \\
 + 4x^3 + 4x^2 \\
 \hline
 - 4x^2 + 7x - 1 \\
 - 4x^2 - 8x \\
 \hline
 15x - 1 \\
 + 15x + 30 \\
 \hline
 - 31
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 |x+2| \\
 3x^2 - 4x + 10
 \end{array}
 \quad
 \frac{-4x^2}{x} = -4x$$

$$\frac{10x}{x} = 10$$



- در هر مرحله بعد از جمع و تفریق در هنگام نوشتن حینه حمله‌ای باقی مانده باید بر حسب توان‌های مرتب شده باشد. (آستانادار (بارش))
- راهنمۀ درستی عمل تقسیم ماباید باشد: باقی مانده + (خواجست \times مقسم علیه) = مسوم
- هرگاه در تقسیم رو حینه حمله‌ای باقی مانده صفر شود، می‌تویم مقسم به مسوم علیه بخش نماییم.
- در تقسیم حینه حمله‌ای بر حینه حمله‌ای همواره نزدیک‌ترین توان مقسم (در صورت مقسم) از نزدیک‌ترین توان باقی مانده (در صورت باقی مانده) بیشتر است.

عمل: تقسیم‌های زیر را انجام داده و درست آنها را بررسی نمایید.

$$1) (4x^3 - 3x^2 + x + 7) \div (x^2 - 2) =$$

$$2) (x^2 - 5x - 24) \div (x - 8) =$$



$$۴) (10x^4 - 3x^2 + 2x - 19) \div (-3 + 2x^2) =$$

$$4) 9x^4 - 19x^2 + 14x - 4 \quad | \underline{2-x}$$

$$5) -x^3 - 12 + 8x \quad | \underline{x+4}$$

• اگر در تقسم دو حینه حمله ای رهم نباشم مقدار پارامتری مجهول را حین $\frac{b}{d}$ اینم که دو عبارت به لذتگیر غش بزرگ باشند دریا باقی مانده آنها عددی را کوچک باشد به دور داش نزدیکی کوچک محل کرد:

روش اول: ابتدا تقسم را انجام دهیم و در آنها اگر نباشم در تقسم بزرگ باشند باقی مانده را سایر صفر تراو داره و معادله را حل می کنیم و اگر نباشم باقی مانده دو عبارت برابر عددی دلخواه باشد، باقی مانده را سایر آن عدد تراو داره و معادله را حل می کنیم.

مثال: در تقسم (الف) مقدار a را حین b بیابید که دو حینه حمله ای رهم غش بزرگ باشند و در تقسم (ب) مقدار a را حین b بیابید که باقی مانده آنها بر لذتگیر پراور (-2) باشد.

$$4x^3 + 2x - k \quad | \underline{x+1}$$

$$(b) 4x^3 + 3x + a \quad | \underline{x-3}$$

درس دهم:

ابتدا عبارت مسوم علیه را بر صفر بخواهد مثلاً مقدار عددی مسوم را بازی جواب مسوم بدهیم به دست آمد، درست می‌آوریم و اگر مسئله خواسته بود (و حینه حمله ای) برای خوش نظر باشد، مقدار عددی را بر صفر و اگر خواسته بود که باقی مانده برای عددی دلخواه باشد، مقدار عددی را برآور آن عدد دلخواه آواری ریسم و مقدار با راه را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{الف) } x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$4x^4 + 2x - k \xrightarrow{x=-1} 4(-1)^4 + 2(-1) - k = 0 \\ \Rightarrow 4 - 2 - k = 0 \Rightarrow k = 2$$

$$\text{ب) } x-3=0 \Rightarrow x=3$$

$$2x^4 + 2x + a \xrightarrow{x=3} 2(3)^4 + 2(3) + a = -2 \\ \Rightarrow 18 + 18 + a = -2 \Rightarrow a = -38$$

▶ تعریف:

- مطابقی خاص را کنند و راه حل تکمیل نمایید.

$$1) \frac{4x^4 + 4x^2 - ax}{2x^4} = \frac{4x^4}{\dots} + \dots - \frac{ax}{2x^4} = \dots + \dots$$

$$2) (2ax^3y - 17x^2y^4) \div (4x^2y^2) = \frac{2ax^3y - 17x^2y^4}{4x^2y^2} = \dots \dots \dots$$

$$3) (9a^3 - 11a^2 + 4a) \div 4a = \dots \dots \dots = \dots \dots \dots + \dots$$

- تقسیم های از را انجام دهید.

$$4) \frac{-18a^2y^3}{4ay^2} =$$

$$2) \frac{\sqrt{34}a^4y^3z^8}{-4a^2y^5x} =$$

$$3) \frac{-18ab - 12a^2b^2 - 34a^2b^3}{12a^2b^2} =$$

$$4) \frac{-8mn - 14m^2n^2 + 14m^2n}{-m^2n} =$$



۳- تئیم‌های نمره‌را انعام دهید و درستی عمل تئیم را بازرسن و ارتباط تئیم‌ها را دهید.

$$1) 4x^3 + 3x - 8 \quad | 3-x$$

$$2) (8x^4 - 14x^3 - 9x + 1) : (1+x) =$$

$$3) (2x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 8x - 1) : (1+x) =$$

$$4) 4x^3 - 1 \quad | x^2 + 1$$

$$5) 4x - \sqrt{8 - 9x} \quad | 8 - 9x$$

۴ - حجم کعبه مکعب مستطیل سُکل $x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ است. اگر ارتفاع جعبه x و عرض جعبه 1 باشد، طول جعبه را به راهست آورید.

۵ - اگر صد صفحه از $5x^4 - 4x^3 + 20x^2 - 13x + 9$ باشد، رابطه راهست آورید.

۶ - اگر عطفی ب دایره متساوی $\frac{24x+12}{5x}$ باشد، اندازه سُکاع را به صورت جبری برداشت آورید. (۷۰۳)

- نتیجه که این دو عبارت برابر باشند.

۷ - تعداد کارهای $4x^2 - 4x + 1$ برابر باشد.

۸ - اگر رضه معموم ب دو قسم آن ۳ باشد؛ در رضه باقیمانده صورت عبارتی می‌تراند باشد؟

لست: ۱- اگر $\frac{4x^2 - 5x + 9}{2x^2 - 3x}$ باشد، a چهار است؟

(۱)

(۲)

(۳)

(۴) الف

۲- نتیج قسم تقسیم $4x^2 + x$ بر x کدام نتیجه است؟

(۱)

(۲)

(۳)

(۴) الف

۳- باقیمانده تقسیم صور حابی $x^3 - 12x^2 + 8x$ بر عبارت $x^3 + x^2 + 1$ باشد، تعداد $(b-a)$ کدام است با:

(۱)

(۲)

(۳)

(۴) الف

۴- اگر $\frac{3x^2 + ax^2 + b}{x+1}$ باشد، تعداد $(b-a)$ کدام است؟

(۱)

(۲)

(۳)

(۴) الف

۵- صور عباری را بر $x^2 - x - 4$ تقسیم کنید و حاصل آن را بر $\frac{3x}{x-3}$ بخورد؟

(۱)

(۲)

(۳)

(۴) الف

۶- حاصل تقسیم $(x^2 + 2x - 3a)(x^2 - 2x - 3a)$ بر $x^2 - 2a$ کدام است؟

(۱)

(۲)

(۳)

(۴) الف

۷- در تقسیم $(4x^3 + 8x^2 - 11x) \div (2x - 1)$ تعداد نتیج قسم به ازای $x = \frac{1}{2}$ کدام است؟

(۱)

(۲)

(۳)

(۴) الف

۸ - باقی مانده تفییم حدود حلهای $x^2 + 8x - 12$ بر عبارت $x+3$ برابر است با: (نمودار کدام نزدیک است) (۹۶)

- ۲۷ (د) $-4x+3$ (ج) $x^2 - 9$ (ب) $-21x - 12$ (الف)

۹ - محدود حلهای $x^4 + 13x^2 + a$ ، صاحب مستطیل است، عرض آن، $2x^2 + 2$ می باشد. مقدار a کدام نزدیک است؟ (نمودار دولتی فارس)

- ۸ (د) $x^4 + 8$ (ج) -4 (ب) 6 (الف)

۱۰ - در تجزیه عبارت $x^4 + 3x^2 - 2$ می از بزرگترها عبارت $(x^2 - x + 2)$ است، بر اثر تجزیه کدام است؟

- $x^2 - x - 1$ (د) $x^2 + x - 1$ (ج) $x^2 - x + 1$ (ب) $x^2 + x + 1$ (الف)

۱۱ - در تفییم عبارت $(1 + 4x)(4x + 1)$ به دو حلهای $3x + 2$ ناخالص است به صورت آوان نزدیک مرتب شده است، ضریب حلهای درجه یک کدام است؟

- ۲ (د) 1 (ج) -1 (ب) -2 (الف)

۱۲ - اگر صاحب مستطیل $2y^2 - 4y^2 + 5y - 2$ باشد؛ عرض آن کدام است؟

- الف) $1y^2 - 2y - 1$ (د) $y^2 - 2y + 1$ (ج) $y^2 + 2y + 1$ (ب) $2y^2 + 2y - 1$ (الف)

۱۳ - اگر حدود حلهای $x^3 + 10x^2 + k$ برابر باشد؛ مقدار k کدام است؟

- ۶ (د) -4 (ج) صفر (ب) -1 (الف)

۱۴ - اگر عبارت $A = x^3 + ax^2 + x + A$ بعنوان زیر باشد؛ A کدام است؟

- ۴ (د) 3 (ج) -3 (ب) 4 (الف)

۱۵ - اگر باقی مانده تفییم $x^2 - ax + a$ باشد؛ مقدار a چهار است؟

- ۱۴ (د) 3 (ج) 15 (ب) 14 (الف)

«تمرین‌های اخر قصل ۷»

۱- عبارت‌های کوچک‌تر از صفر نباشد.

$$\frac{\sqrt{(x+2)^2}}{4x^2+x}, -18, \frac{-2x}{4x+1}, \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x+y}, \frac{4}{x-2}, -\frac{ax}{\sqrt{y}}, \frac{1x+1+\sqrt{14}}{1-5x+1x}$$

۲- هر چه از عبارت‌های زیر از ای حجم متعادل‌تر یا تعریف نشده است؟

$$1) \frac{2x+1}{ax-10} =$$

$$2) \frac{x^4-1}{x^2-x-44} =$$

$$3) \frac{8x+4}{x^4+2a} =$$

$$4) \frac{x^4+8x+18}{x^4+4x+2}$$

۳- عبارت‌های زیر را دره لند و سین اعدادی که عبارت‌های کوچک‌تر از صفر نباشند آورید.

$$1) \frac{x^4-100}{x^4-8x-40} =$$

$$2) \frac{9x^4+10x}{x^4+x-2} =$$

$$3) \frac{x^4+10x+24}{x^4-9} =$$

۴- اگر نسبت $x-y$ بر $\frac{3}{4}$ باشد، نسبت $y-4y-x$ به x آورید.

۵- عبارت‌های کوچک‌تر از صفر نباشد.

$$1) \frac{yx+1}{x-y} + \frac{fx+1}{y-x} =$$

$$2) \frac{x^4-2x-11}{x^4-fx} \times \frac{4x}{(x+2)} =$$

$$3) \frac{4x^4}{axy} \div \frac{10x}{y^4} =$$

$$4) \frac{9x^4-14}{4x-1} \times \frac{x^4}{x^4+x} =$$

$$5) \frac{x-\omega}{x^4+4x+4} \times \frac{x^4+x-\gamma}{x^4-4x+\Delta} =$$

$$6) \frac{x^4+x-4\gamma}{x^4+4x+4\omega} \div \frac{x^4-4x-1\Delta}{x^4+4x^2+4\omega x} =$$

$$7) 4x-4 - \frac{9x^4-4x+4\omega}{4x+\Sigma} =$$

$$8) 1 - \frac{4}{x+\omega} - \frac{x^4-x+\Sigma}{x^4+\Sigma x-\Delta} =$$

$$9) \frac{\frac{x^4+4x-4\Delta}{x^4-x-\Delta\gamma}}{\frac{x^4-4x-4}{x^4-4x-\Delta}} =$$

$$10) \frac{1}{x^4-4x+4\gamma} - \frac{\Delta-x}{(x-4)(x-\Delta)} =$$

$$11) \frac{(x+v)}{x(x+\Delta)} \times \frac{(x+\Delta)}{(x+1)(x-1)} =$$

$$12) \frac{\frac{1}{a^4-ab} - \frac{1}{b^4-ab}}{\frac{1}{a^4b-ab^4}} =$$

$$13) \frac{1}{(x+y)^4} - (x^4-y)^{-1} =$$

$$14) \frac{x^4-y^4}{(x^4-y^4)(x-y)^4} =$$

• مجموع عبارت ها با $\frac{AB}{-x^4+4x-1}$ مصل جواز است، $B = x^4 - 4x + 4$ ، $A = x^4 + 4x - 4$

$$\frac{2x}{x-4}$$

$$\frac{x^2 + 2x - 18}{x^2}$$

۷- در نکل معادل مساحت هاتور خود را برابر کنید.

۸- عبارت $\frac{x^2 + 4x + 3}{x-1}$ اگر در ضرب بخود حاصل برابر ۵ شود.

۹- عبارت $\frac{x-2x}{4x-4}$ اگر با جمع بخود حاصل شود.

$$1) \frac{\dots}{a} - \frac{ac}{a} = \frac{ab-ac}{\dots}$$

$$2) \frac{2x}{x+y} + \dots = \frac{x+y}{x+y} = 1$$

$$3) \frac{(x+1)x}{(x-4)} = \frac{x^2 + ax + \dots}{x^2 - x - 4}$$

۱۰- حاصل تقسیم های زیر را برابر کنید.

$$1) \frac{-4ax^4y^4z^4}{-2v x^4y^4z^4} =$$

$$2) \frac{4ax^4y^4 - vax^4y^3 - 1ax^4y^2}{-ax^4y} =$$

$$3) (-14x^4y^4 - 21x^4y^3 - 30x^4y^2) \div (-7x^4y^4) =$$

۱۱- تقسیم های زیر را انجام داده و سپس درست تقسیم را انجام دهید.

$$1) 12x^4 - 8x^3 + 2x - 13 \quad | \underline{2x^3 + 2}$$



$$2) (3x^3 - 4x + 2x^2 - 1) \div (x-1) =$$

$$3) 10x^3 - 5x^2 - 4x + 1 \quad | \underline{2x^2 - 4}$$

13- اىرىسەحت سەنلىرى $x^3 + 9x^2 - 4x + 12$ ماشد دا زازە قەطىرە كەپ كەن $x - 3$ ماشد، دا زازە قەطىرە كەن
آنرا بىحسب x بىرىت آورىد؟ ($x > 3$)

14- مۇدارى m ئاچىل بىلەك بىرىتىنلىك عبارەت $2x^3 + mx + 2$ غىش نىزىرىڭىز.

15- بىلەك بىرىتىنلىك $11x^3 + 5x^2 + x + 9a$ سىدارى a را بىرىت آورىد.



۱۴- مطابق با خواص اصل نه.

۱) $4x^4 + 4x + 1 = (x+2)(\dots\dots) + (\dots\dots)$

۲) $4x^4 - 1 = (x-2)(\dots\dots) + (\dots\dots)$

۳) $4x^4 + 2x - 3 = (\dots\dots)(x+3) + (\dots\dots)$

۴) $3x^4 + 5x - 1 = (x-1)(\dots\dots) + (\dots\dots)$

۱۱- نتیجه‌ای آنچه فعل می‌شود؟

۱- نامنفی از نتیجه‌های زیر عبارت کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{x+y}}{1+\sqrt{2}}$

(۲) $\frac{y}{\sqrt{x^2+4}}$

(۳) $\frac{x+y+1}{\sqrt{x+y}}$

(۴) $\frac{x^2+1}{\sqrt{x}}$

۲- عبارت کدامیک از این موارد معرفی شود؟ $A = \frac{x^2-x+1}{x^2+2x-3}$

R (۱)

R-{-1} (۲)

R-{-2,-1} (۳)

R-{-1} (۴)

$\frac{ab-1}{ab}$ (۱)

$a^2b^{-2}-a^{-1}b^{-1}+2$ (۲)

ab (۳)

$\frac{1-ab}{ab}$ (۴)

$\frac{a-\lambda}{a^2-a-4} + \frac{a-\gamma}{a-\beta}$

۳- حاصل عبارت تبدیل نمایم است؟ ($a \neq 3, -2$)

$\frac{a+\tau}{a+\gamma}$ (۱)

$\frac{a+\beta}{a+\gamma}$ (۲)

$\frac{a-\gamma}{a-\beta}$ (۳)

$\frac{a-\beta}{a-\gamma}$ (۴)

۴- نامنفی از عبارت‌های زیر را در ضرب سه تا حاصل نمایم که شود؟

$\frac{x-\tau}{x+\alpha}$ (۱)

$\frac{x-\alpha}{x+\beta}$ (۲)

$\frac{x+\beta}{x+\gamma}$ (۳)

$\frac{x+\beta}{x+\alpha}$ (۴)

۵- x^2-14 $\frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1} = ?$ حاصل عبارت روی روی وحدت را بیابانی کنید.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

$\frac{1}{\alpha}$ (۴)

۶- در قسم $x^4 - x^2 + \alpha$ بر دهدای $x^2 - x - 3$ ، مجموع ضریب مخرج تعمیم نمایم است؟

۱۶ (۱)

۲۲ (۲)

۳۰ (۳)

۴۴ (۴)

۱۱) مجاوی های هم نصل ۷

۱) هر عبارت کویا، کرمی ایست در صورت و فرج آن باشد.

۲) وقتی حاصل ضرب جمله عبارت صفر است،

۳) معلوس عبارت $\frac{x^3}{x+4}$ برابر باشد.

۴) مقدار عددی عبارت کویای $\frac{5}{1+x}$ برای $x=5$ برابر باشد.

۵) اگر $\frac{1}{x}$ عبارت کویا صفر است، آن عبارت کویا تعریف نشده است.

۶) صورت و فرج عبارت کویا را می توان در عبارت ضرب کرد.

۷) در جمع و تفرق دو عبارت کویا اگر عبارت ها مابین عبارت های باشد گرفت.

۸) حاصل عبارت کویای $\frac{3y^2}{9x^2} \cdot \frac{3x}{y^2}$ برابر باشد.

۹) وقتی دو خرد طبایی رهم غصیل نیزند یعنی آنها صفا است.

۱۰) در تقسیم جمله ای بر جمله ای ابتدا و را استاده اند می نینم.

۱۱) میان انتقال درست تقسیم دو جمله ای از ایجاد رود و اتفاق داشتم،

۱۲) عبارت کویای $\frac{-8x}{4x+4}$ برای x برابر باشد.

۱۳) برای انتقال کردن درست عمل تقسیم باید در جمله باقی مانده نسبت به درجه معقول باشد.

۱۴) وقتی باقی مانده باشد کسر داره شده تحدیل نیز نمی باشد.

۱۵) عبارت $\frac{x^3 - 5x}{5}$ قابل ساده شدن

فصل ۸

« جم و مساحت »

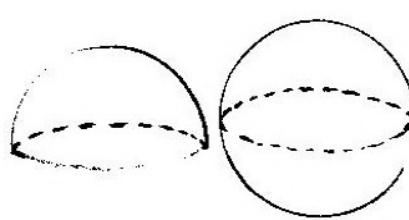
یادآوری:

درسال های قبل با ازاع جم های هندسی آشناس شدیم. آموخته که جم ها را می ران بود و درسته کلی هندسی و غیر هندسی تقسیم کرد.

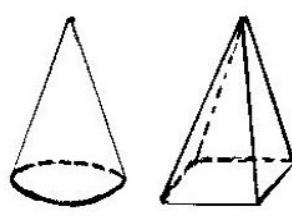
• جم های هندسی: جم هایی که در خاطر منظم بردن آن ها، می توانیم با استفاده از روابط ریاضی، مقدار آن را محاسبه کنیم.

• جم های غیر هندسی: جم هایی که ظاهر آن ها دارای نظم خاصی نیست، مانند جم می تله هست.

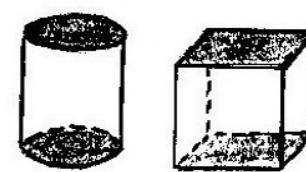
انواع جم های هندسی



کروی ها



جم ها



منشورها

■ منشورها: جم هایی که رو مانعده موازی و متساوی دارند. برای محاسبه جم و مساحت منشورها، از رابطه های زیر استفاده می شود.

$$(S \text{ مقطع})^2 + \text{ جانبی} = S \text{ کل} \rightarrow (\text{مساحت مانعده})^2 + \text{مساحت جانبی} = \text{مساحت کل}$$

$$P \cdot h = \text{جانبی} \rightarrow \text{ارتفاع} \times \text{محیط مانعده} = \text{مساحت جانبی}$$

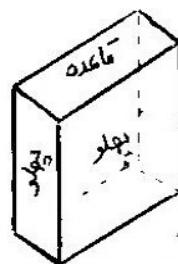
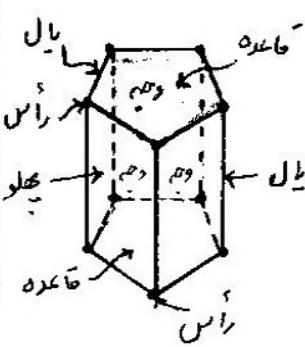
$$V = S \cdot h \rightarrow \text{ارتفاع} \times \text{مساحت مانعده} = \text{جم منشور}$$

اجزای یک منشور:

وجه: به صفحه هایی که کل را تشکیل می دهند، وجه های کویند.

بال: هایی که وجه ها بهم وصل می شوند (لبه های کل) را بال می کویند.

رأس: گوش های منشور را هایی بر جای های راسند، رأس می کویند.



« منشور ۱ پخلو »

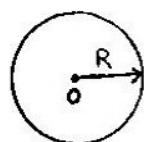
« منشور ۲ پخلو »

« منشور ۳ پخلو »

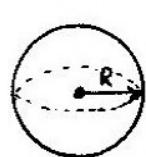
« منشور ۴ پخلو »

نکره: هر منور n پلکو، n رأس، $n+2$ بال و $n+2$ وجه (و حجم جانبی و فاعله) دارد.

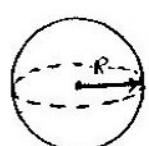
درس اول: حجم و مساحت مرکز



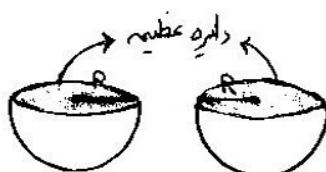
دایره: به مجموعه نقاطی از صفحه که مابین آنها از مرکز نعطی درهای صفحه به نام مرکز بگیر
اندازه ثابت و مشخص باشند دایره می‌گویند.
بسیار اندازه ثابت، شعاع دایره می‌گویند. (اندازه ثابت = شعاع (شعاع = R))



کره: به مجموعه نقاطی از نصفهای مابین آنها از نقطه‌ای به نام مرکز به که اندازه ثابت باشد،
کره می‌گویند. این نصفهای ثابت، شعاع کره می‌گویند. (اندازه ثابت = شعاع کره = R)

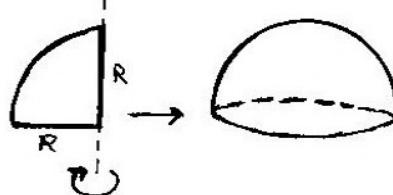
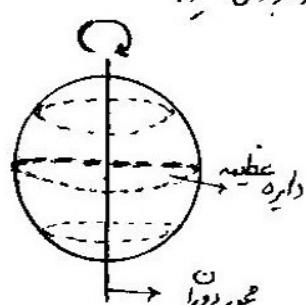


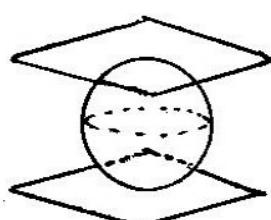
پیکره: آنکه کره را نصف کنیم، به هر نیم آن نیم کره می‌گویند.



* هر کاهنگ دایره بانیم دایره را حول قطرش دوران دهیم، کره به وجود می‌آید.

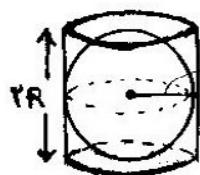
* هر کاهنگ بیرون دایره را حول سطحش دوران دهیم نیم کره به وجود می‌آید.





حجم کره:

برای برآورده کردن حجم کره، نوشته پلاستیکی بر گل کره همیشه نیست. ساخته بغل
قابل نابودی را در آن نوشته می‌دانیم، این را اندازه می‌کریم. اگر ارتفاع
کره (نوشته پلاستیک) R باشد، نیاز به ناحیه بین نوشته صاف موادی که قطع کرده است،
بلطفاً $2R$ است.

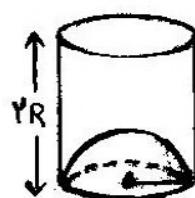


پس بگذار طبق مکان استوانه درآمده باشند، مطابق نوشته کروی به طور کامل درون
آن آزاد گردیده از اطراف: با اینسان برآیند می‌شود. درین حال استوانه کویم کره در
استوانه محاط شده و استوانه نیز کره محیط مشده است.

بنابراین: $V = \text{ارتفاع} \times \text{ماحت قاعده استوانه} = R \times h = 2R = h$

$$V = \text{ارتفاع} \times \text{ماحت قاعده (دایره)} = \pi r^2 h \xrightarrow[r=R]{h=2R} V = \pi R^2 (2R) = 2\pi R^3$$

استوانه $V = 2\pi R^3$



حالا تو سیم از استوانه خارج می‌کنیم و بازدست آن را فرمایم تا به دو نیم کره مساوی تبدیل شود.
لکن از نیم کره‌ها را در داخل استوانه مبارزی دهیم و نیم کره دیگر را از آب نمی‌کنیم و که نیم را
درون استوانه مخایل می‌کنیم. اگر این نیم کره را بازدست آن خام دهیم مادر نیم کره، فضای بایم مانده
نیز آب می‌شود.

$$\text{حجم نیم کره} = \frac{1}{2} \text{ حجم استوانه} \quad (\text{استوانه}) V = \frac{1}{2} \text{ حجم کره}$$

$$\text{حجم کره} = \frac{2}{3} \text{ حجم استوانه} \quad \text{استوانه} V = \frac{2}{3} \text{ حجم کره} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} V = \frac{1}{3} V \quad \text{کرو} V = \frac{1}{3} \pi R^3$$

$$\text{حجم کره} = \frac{2}{3} \times (\text{استوانه}) V = \frac{2}{3} \times (\pi R^2 \times 2R) = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3} \times (\text{ارتفاع} \times \text{ماحت قاعده}) = \frac{4}{3} (2\pi R^3)$$

نحوه $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

نیم کره $V = \frac{1}{2} \pi R^3$

تمرين:

۱- كره اي در استوانه اي به قطر ناعده و ارتفاع $\frac{1}{2}$ سانتيمتر مغاطشد. است.

الف) حجم كره را به دست آوريد.

ب) حجم استوانه را به دست آوريد.

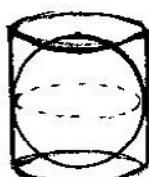
ج) حجم خصایق بین كره و استوانه را به دست آوريد.

۲- حجم نیم کره اي به شعاع $\frac{1}{2}$ سانتيمتر را به دست آوريد.

۳- حجم کره اي به شعاع $\frac{3}{4}$ سانتيمتر را به دست آوريد.

۴- حجم حاصل از دوران نیم را به $\frac{1}{2}$ سانتيمتر حول قطر آن را حساب کنید.

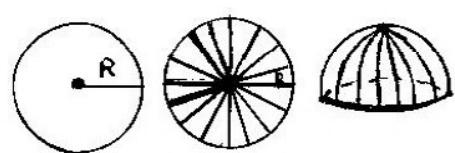
۵- حجم خصایق بین کره و استوانه در طرف استوانه اي شکل $56/52$ سانتيمتر است. حجم کره و حجم استوانه را حساب کنید. (مرصد ۷)



مساحت کره :



که توپ و بلندی از صاف برده نیم کره ای به شعاع R بزرگ است آورید.
اگر نیم کره را روی صفحه کاغذ تراوید و دوبار تصویر دایره عظیمه آن را مسکنید. لیکن دو قاعده دایره ای کلی ساحت هر کدام πR^2 میباشد را بازفت گلده کرده روی سطح نیم کره کاغذها را میگذراند. همانها موجود باشند و بجهاتی شاهده خواهید نمود که سطح نیم کره کاملاً پوشیده باشد.



$$\text{مساحت نیم کره} = S = \frac{1}{2} \times \text{مساحت دایره عظیمه} \rightarrow S = \pi R^2$$

$$\text{مساحت نیم کره} = S = \frac{1}{2} \times \text{مساحت دایره عظیمه} \rightarrow S = \pi R^2$$

$$\text{دوبار مساحت نیم کره} = S = 2 \times (\pi R^2) = 2\pi R^2$$

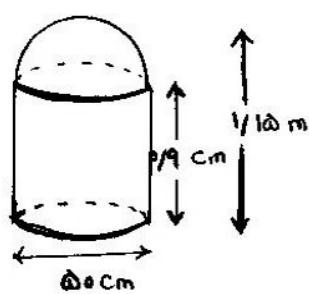
آنچه: ۱- مساحت کره ای به شعاع ۳۰ سانتی متر را حساب کنید؟

۲- مساحت نیم کره ای به قطر ۱۰ سانتی متر را حساب کنید؟



۳- مساحت کره کله (عرق چین) به شعاع ۴۰ سانتی متر را حساب کنید.

۴- می خواهیم ساخت نیم کره چوبی توپ به شعاع ۱۰ سانتی متر را زنگ کنیم. مساحت کله کله کله را پیدا کنید.
آنچه مساحت کله نیم کره چوبی توپ و مساحت دویست کله عرق چین در جایست؟



۴- یک کیلو از مرغ رفتن که نیم کره روی سطح استوانه صورت ممال ریخته آمده است. اگر قطر دایره قاعده کیلو ۵۰ سانتی‌متر و ارتفاع آن ها ۱۰ سانتی‌متر باشد، حجم کیلو را حسب متر مکعب به (نمودار دید) $(\pi = 3)$ از نظر اینم سطح کل این کیلو را تقدیم کنیم؛ حدود ۲۵ کیلوگرم بقیه لازم است، بر قرط آنکه هر متر مربع بی ۲۵ کرم بقیه احتیاج داشته باشد.

۵- نیم کروی به شعاع ۵ cm را از کتاب پر کرده و در استوانه ای به شعاع مابعده ۵ سانتی‌متر می‌فرمایم. ارتفاع آن را محاسبه کنید.



۶- شعاع سیاره کروی سُکل تقریباً $121,000,000$ کیلومتر است. شعاع را به صورت خارج‌العملی بحسب کیلومتر و متر منویید و مساحت سیاره را محاسبه نمایید.

۷- دریاچه جیوه حلقه سَمِّطِل سُکل به اندازه ۱۵۰ و ۲۵۰ هزار کیلومتر مربع در ۵ سانتی‌متری توان چهی دارد؟

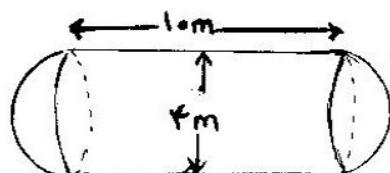


۸ - حجم کره ای $\frac{32}{3}$ متر است. مساحت کره را به امت آورید. (برحسب ۷)

۹ - کله ای داریم که درون آن خای است. اگر ضخامت کله ای ۳ سانتی متر باشد، حجم کله ای حدوداً برابر حجم قصای خای آن است؟

۱۰ - کره ای را با سی صفحه برش می دهیم تا زبرترین سطح مقطع ایجاد شود. اگر سطح مقطع ایجاد شده 200 cm^2 باشد، مساحت کره چقدر است؟

۱۱ - قطر کله کله 400cm متر است. مقدار ظرفیت خارجی نسبت دو倍 حجم کله را محاسبه کنید.



۱۲ - غزنه مانند سکل تعالی داریم.

الف) حجم غزن را محاسبه کنید.

- اگر برای نیز کاری بینه خارجی غزن 150cm باشد، حجم سکل تعالی باید
شکننده آنرا لازم داریم؟



تسنی:

۱- اگر شعاع کره ای ۳ سانتی متر باشد، مساحت و جسم کره همچو رابطه ای دارند؟

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V < S$

$V > S$

$V = S$

۲- مساحت کره بشعاع ۱۰ سانتی متر --- سانتی متر مربع است.

$\frac{1256}{3}$

1256

1256

1256

$\frac{4}{3}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}$

۳- مساحت نیم کره همیز با برابر طبع قطع آن است؟

$\frac{1}{2} \pi r^2$

$\frac{1}{2} \pi r^2$

$\frac{1}{2} \pi r^2$

$\frac{1}{2} \pi r^2$

۴- اگر کره ای بشعاع R را درون سیمکعب محاط ننم، جسم کره همیز با رحیم مکعب است؟

$\frac{3}{4}\pi R^3$

$\frac{4}{3}\pi R^3$

$\frac{\pi}{6} R^3$

$\frac{\pi}{3} R^3$

۵- اگر شعاع کره ای سه برابر شود، حجم آن حینه را برابر شود؟

$3\pi r^3$

$9\pi r^3$

$27\pi r^3$

$81\pi r^3$

۶- اگر مساحت کره ای $\frac{4\pi}{3}r^2$ باشد، حجم آن کره چهارم است؟ (نموده رویی سه بعدی)

$\frac{17}{8}\pi r^3$

$\frac{32}{3}\pi r^3$

$\frac{32}{3}\pi r^3$

$\frac{32}{3}\pi r^3$

۷- کره ای دراستوانه ای محاط شده است، اگر حجم استوانه 12π سانتی متر مکعب باشد، حجم کره کدام است؟ ($r=3$)

$8\sqrt{2} \text{ cm}^3$

$4\sqrt{2} \text{ cm}^3$

$4\sqrt{2} \text{ cm}^3$

$8\sqrt{2} \text{ cm}^3$

۸- حجم کره بمساحت آن سه برابر شده است. شعاع کره چهار برابر باشد با:

4

$4\sqrt{2}$

3

2

۹- اگر شعاع کره ای ۱۰٪ از اتنین دهم، مساحت آن حینه رضامنوسی چه باید باشد؟

100%

50%

250%

125%



- به طور کلی وقت شعاع کره ای را α برابر کنیم، حجم آن $\frac{4}{3}\pi r^3$ برابر می شود.
- به طور کلی اگر شعاع کره ای را α برابر کنیم، مساحت آن $4\pi r^2$ برابر می شود.

- در هر کره، نسبت حجم به مساحت (از نظر عدی)، همیشه برابر با $\frac{R}{3}$ است:

$$\frac{\text{حجم}}{\text{مساحت}} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2} = \frac{1}{3}R = \frac{R}{3}$$

- هرگاه شعاع کره ۳ بارش، حجم و مساحت آن از نظر عدی باهم برابرند.

$$R=3 \Rightarrow \text{حجم} = 4\pi R^3 = 4\pi (3)^3 \approx 108 \quad \text{کره} = \text{مساحت} = 4\pi r^2 = 4\pi (3)^2 \approx 108 \quad R=3$$

- اگر شعاع از ۳ بیشتر باشد، مساحت از حجم بزرگتر می شود و اگر از ۳ بیشتر باشد، حجم از مساحت بزرگتر می شود ($n=3$)

$$\text{شعاع} = 4 \Rightarrow \text{حجم} = \frac{4}{3}\pi n^3 = 209 > \text{مساحت} = 4\pi n^2 = 192$$

$$\text{شعاع} = 2 \Rightarrow \text{حجم} = \frac{4}{3}\pi n^3 = 42 < \text{مساحت} = 4\pi n^2 = 48$$

مثال: اگر شعاع کره ای را α برابر کنیم، مساحت چه تغییری می کند؟

پاسخ:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مساحت اولیه} = 4\pi R^2 \\ \text{مساحت جدید} = 4\pi (\alpha R)^2 = 4\pi \alpha^2 R^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\text{مساحت جدید}}{\text{مساحت اولیه}} = \frac{4\pi \alpha^2 R^2}{4\pi R^2} = \alpha^2 = 25$$

مساحت ۲۵ برابر شده.

مثال: شعاع کره ای را α برابر کردیم، حجم آن ۱۲۵ برابر ترده است. مساحت چه تغییری کرده است؟

$$\text{شعاع} = \sqrt[3]{125} = 5 \Rightarrow \alpha = 5$$

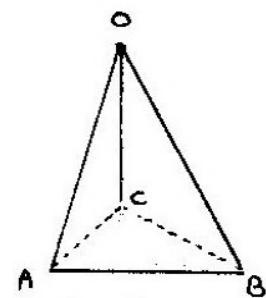
شعاع را α برابر کردیم \Leftrightarrow مساحت $\alpha^2 = 25$ برابر شده.

آخرین: شعاع کره ای را به مساحت آن $\frac{36}{34}$ برابر حجم آن است (از نظر عدی) به دلیل آن درست است.

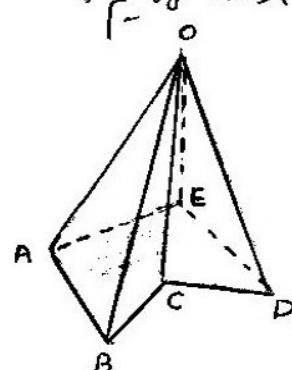
درس دوم: حجم هرم و مخروط

هرم: هرم مُصلٌ فضای (سه بعدی) است، فقط یک قاعده دارد (وجهی ماقعده بالایی، نک رأس خارجی کرید).
قاعده هرم می‌تواند چهارضلعی مغلوب (کوپ) و یا یک چهارضلعی منعکس (کاو) باشد.

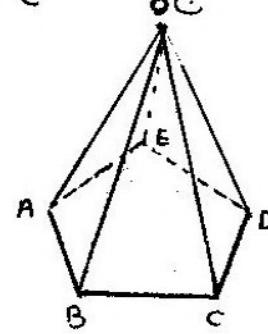
- بایی نام نذاری هرم بگفته حروف انگلیسی از رأس هرم شروع کرده و سپس نام حروف قاعده را بگذاریم.
- نام نذاری هرم به اینسی بحسب آنکه قاعده هرم مُصلٌ، مربع، چهارضلعی و... باشد، آنرا هم مُصلٌ، آنقدر (چهار و جویی) و مربع المقادیر (چهار و جویی) و... می‌نامیم.



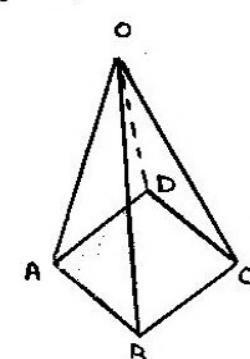
هرم مُصلٌ المقادیر
 OABC هرم



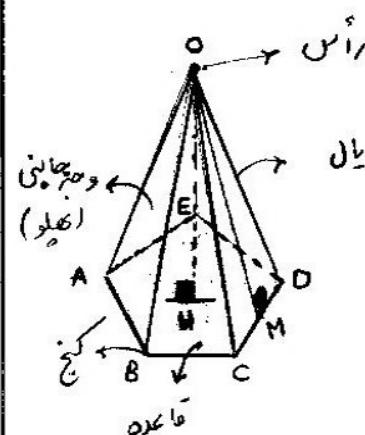
هرم مُصلٌ
 OABCDE هرم



هرم چهارضلعی
 OABCDE هرم



هرم مربع المقادیر
 OABCD هرم



اجزای هرم:

هرم OABCDE شش اجزای ابریمی باشد:

رأس هرم: نقطه خارج از صفحه چهارضلعی را رأس هرم می‌کویند (نقطه O)

ارتفاع هرم: پایه خطی از رأس هرم بر صفحه قاعده آن محور می‌شود. (OH)

آرخانع هرم: پایه خطی از رأس هرم بر صفحه قاعده آن محور می‌شود. (آنچه از قاعده هرم مکرر تقارن دارد) باشد: بایی آرخانع روی مرکز تقارن آن می‌افتد.

قاعده هرم: نک چهارضلعی است که می‌تواند مستطیل یا غیرمستطیل باشد. (در اینجا چهارضلعی منتظم)

وجه (جهات): هر کدام از مُصلٌ هایی که بعد از هرم رایه پوشاند نک و وجه جانبی می‌شوند. مثلاً $\triangle ABC$, $\triangle BOC$, $\triangle AOB$, ... و ...

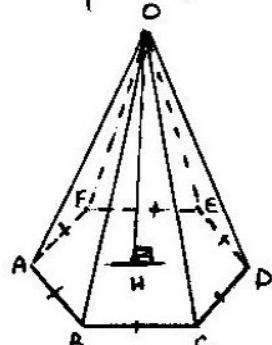
پای هرم: محل قطع هر دو وجه را پای هرم می‌کویند. (OA , OB , OC , OD , OE , OC , OB , OA)

کتف یا گوش: محل برخورد سه سطح (وجهی که پای های هم می‌شوند). (A , B , C , D , ...)

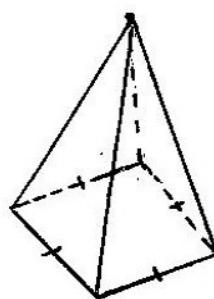
سهم هرم: آرخانع مُصلٌ های جانبی (در وجه های جانبی هرم) می‌کویند (OM در وجه جانبی $\triangle COD$ سهم هرم است).

هرم منتظم:

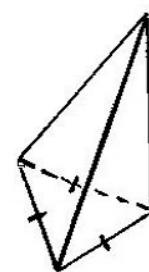
اگر قاعده هرم سطحی صاف و درجهای جانبی آن هم هست باین هرم را منتظم می‌کوییم.



هرم منتظم با قاعده صاف منتظم



هرم منتظم مربع القاعده



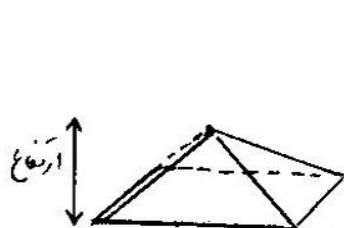
هرم منتظم مثلث القاعده

- هر هرم n یکلو؛ $(1+n)$ رأس، $2n$ یال، $1+n$ وجه (ووجه جانبی در هر قاعده) و n صفحه قاعده دارد.

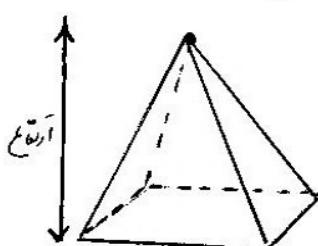
- در همه هرم‌های منتظم، ارتفاع هرم، قاعده آن را در محل برخورد محورهای قاعده قاعده قطع می‌کند.

- در هرم‌هایی که قاعده میان را دارند، هرچه ارتفاع بیشتر است، حجم بیشتر می‌شود.

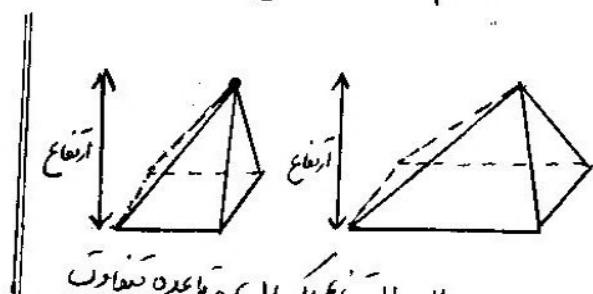
- در هرم‌هایی که ارتفاع آن هایگان است، هرچه قاعده بزرگ‌تر است، حجم بیشتر می‌شود.



هرم‌هایی با ارتفاع تعداد قاعده میان



هرم‌هایی با ارتفاع تعداد قاعده میان

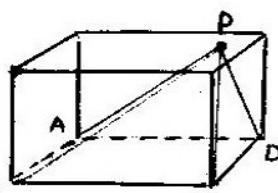
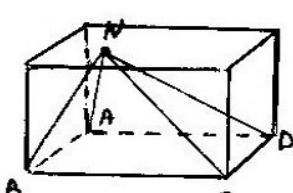
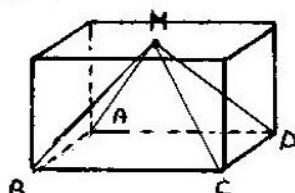


هرم‌هایی با ارتفاع میان و قاعده تعداد

- حجم بزرگ‌تر هرم به ساحت قاعده و ارتفاع آن هرم بسیار بزرگ‌تر است.

- اگر دو هرم را ایجاد کنیم که هم ساحت و ارتفاع هایی مساوی باشند، دارایی جم‌ها برابر هستند.

تمدن: در مثلث‌های زیری خواهیم از درون سه مکعب مستطیل بین، هرم‌های $PABCD$ ، $NABCD$ و $MABCD$ را خارج ننمی‌خیم کدام بیشتر است؟ حرا؟

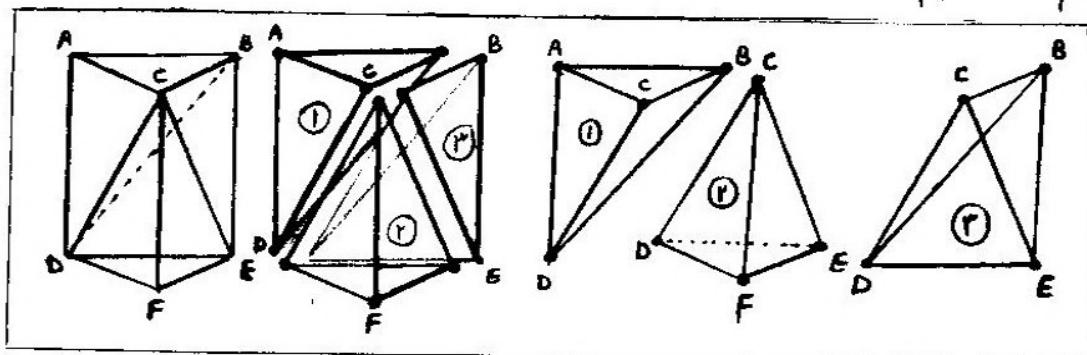


محاسبه حجم هرم

اگر ارتفاع هرم را h و مساحت قاعده آن را S نوشان دهیم حجم هرم برابر است با:

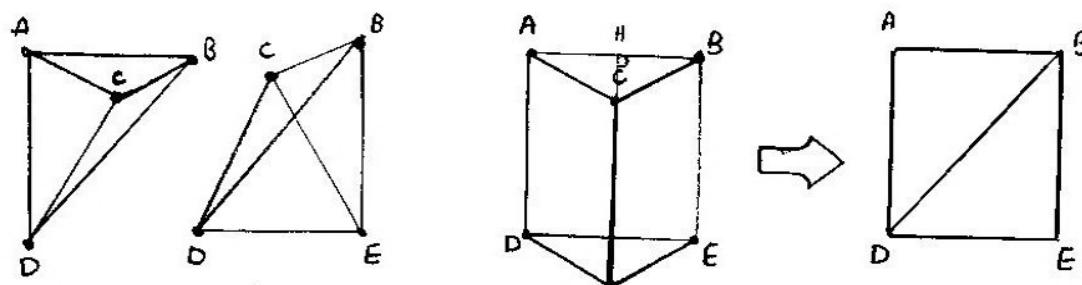
$$\text{حجم هرم} = \frac{1}{3} \times \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \Rightarrow V = \frac{1}{3} Sh$$

ایمیت:
هرگز طور که می رایم مساحت منشور برابر است با (مساحت قاعده \times ارتفاع). با امثال زیر نشان دهیم حجم هرم، مُلت حجم منشور است.

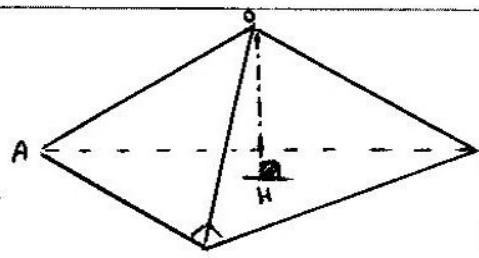


منشور بالا را دریش زدن به $\frac{1}{3}$ هرم تبدیل می کنیم. در این منشور دو قاعده ABC و DEF باهم برابرد.

در دو هرم (۱) و (۲) قاعده ها برابرند ($ABC \cong DEF$) و ارتفاع هر دو با ارتفاع هرم برابرند (هرم (۱) و (۲)). مساحت هر دو قاعده های آنها متساوی تواند به ترتیب ABD ، BED در نظر گرفت. مانند کل زیر در این هرم ها، مُلت های BED ، ABD برابرند، زیرا هر دو نصف مستطیل $ABED$ هستند.



از طرفی ارتفاع هر دو هرم بارگذشته برایها CH است. بنابراین مساحت هر دو قاعده های (۱)، (۲) هم دارایی حجم مُلت هستند. بنابراین حجم $\frac{1}{3}$ هرم باهم برابر است. و حجم هر کدام از این هرم ها، $\frac{1}{3}$ (مُلت) حجم منشور اولیه است.



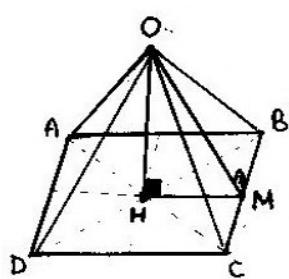
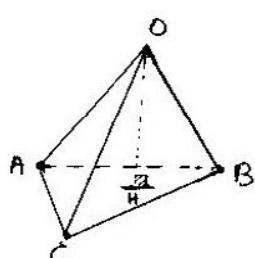
تمام:

۱- در مثلث هم $\hat{A}CB = 90^\circ$ و زاویه $BC = 10\text{ cm}$ و $AC = 4\text{ cm}$ است $\triangle ABC$ و OH ارتفاع هم متساوی با 5 cm است. با طبق کردن عبارت های

بر حجم هم را برایست آورید.

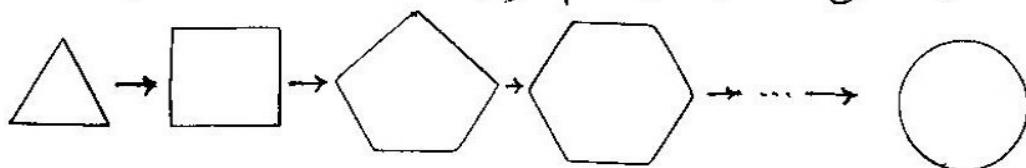
$$S_{\triangle ABC} = \frac{AC \times CB}{2} = \frac{\dots \times \dots}{2} = \dots \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times \dots \times \dots = \dots \text{ cm}^3$$

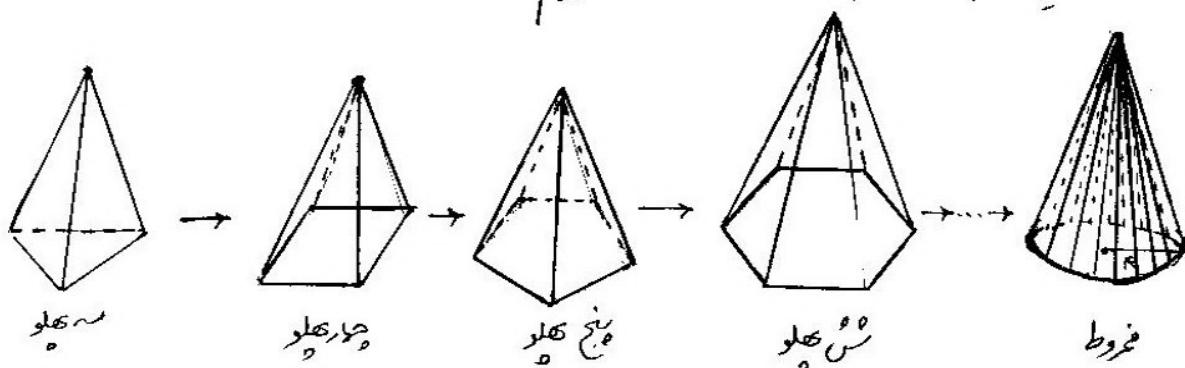
۲- در مثلث هم $\triangle ABC$ با قاعده BC . رسم شده که وصعدهای جانبی آن همکن مثلث های متساوی الافن و طول ساق های آن 10 cm و M وسط BC است.(الف) با محض OM در مثلث $\triangle OBC$ چه خواصی دارد؟(ب) مثلث $\triangle OBM$ چه نوع مثلث است؟(ج) اگر طول ضلع OB 12 cm باشد، آنکه قضیه قیمتی در مثلث $\triangle OBM$ از OM را محاسبه کنید.(د) مثلث $\triangle OMH$ چه نوع مثلث است؟ طول MH چقدر است؟(ه) آنکه قضیه قیمتی در مثلث $\triangle OHM$ از OH را محاسبه کنید.(و) حجم هم $\triangle ABCD$ را برایست آورید.۳- در مثلث هم $\triangle ABC$ با قاعده AB و زاویه $B = 80^\circ$ و $AC = 4$ و زاویه $C = 40^\circ$ است که در آن $\triangle ABC$ ارتفاع OH متساوی با 9 cm است. حجم هم را برایست آورید.

مفروط:

در حل کل نکته آمیختن هرچه وکنار ضلع های کسر نکل سطم بیشتر شود، نکل به "رایره" سمعه مردم نمود.

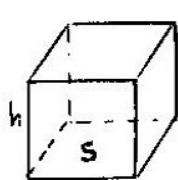


در هرم های سطم هم هرچه وکنار ضلع های ماعده بیشتر شود نکل ماعده به رایره سمعه مردم نمود، اگر هر چند ماعده رایره ای باشد، به آن "مفروط" می گوییم.

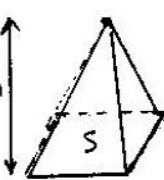


حجم مفروط:

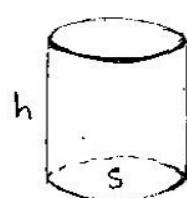
هم رابطه ای که من هرم و منشور وجود دارد، بین مفروط و استوانه نیز وجود دارد. جرم هرم، $\frac{1}{3}$ جرم منشوری است که ماعده و ارتفاع آن با ماعده هرم برابر است و جرم مفروط نیز، نکل جرم استوانه ای است که ماعده و ارتفاعش با ماعده مفروط برابر است.



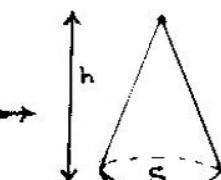
$$V = Sh$$



$$V = \frac{S \cdot h}{3}$$



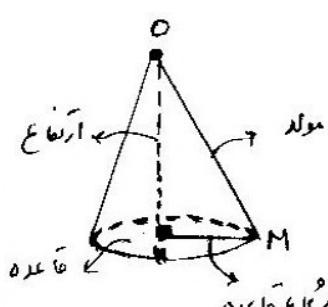
$$V = S \cdot h$$



$$V = \frac{S \cdot h}{3}$$

مفروط قائم: هرم سطم با ماعده رایره می باشد. رأس مفروط O، ارتفاع OH قاعده به نکل رایره و OM مولد مفروط می باشد.

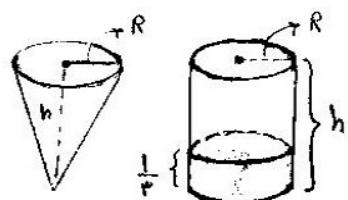
$$\text{هرم } V = \frac{1}{3} S \cdot h$$



ارتفاع مفروط: پایه خطی است از رأس به ماعده نکویی نمود. در مفروط قائم پایی عمود (H) قاعده مفروط مکرر رایره ماعده می باشد.

- بازی میشن حجم فضای محصور بین دو سطوح استوانه ای که شعاع فاصله دارند a ، باشاع
فاصله دارند b ، باشند، بازند. اگر فضای محصور بین دو سطوح بزرگتر از $\frac{1}{3}$ استوانه
را نسبت فرمی کنید و باشد فضای استوانه نیز می شود.

به بین:

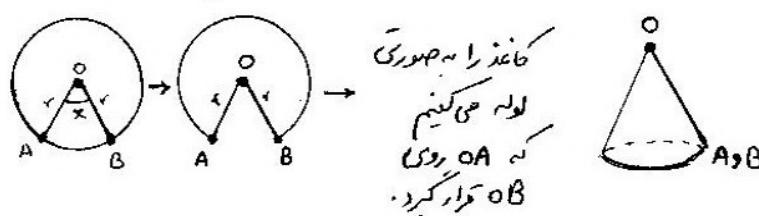


$$\text{حجم استوانه} = S \cdot h \Rightarrow \text{حجم فضای محصور} = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

فضای محصور $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

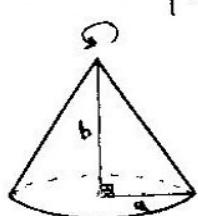
روش ساخت فضای محصور:

- اگر دایره ای به شعاع r ، دارسته باشیم و از آن مقطعی با افزایش دلخواه « x » جدا کنیم. با درادن شعاع ها
بر روی هم کنیم فضای محصور ایجاد می شود.

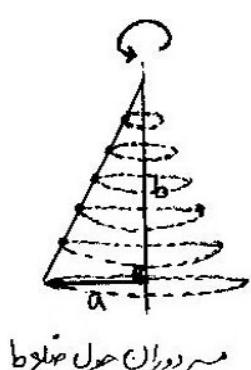
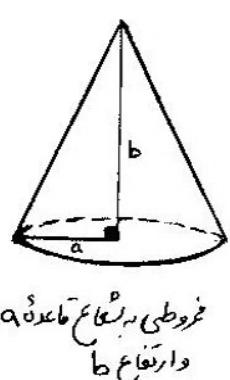
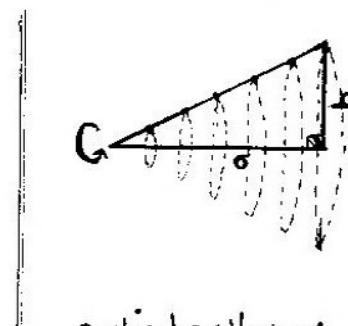
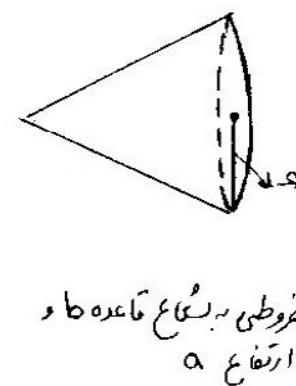


نکته: وقتی با مقطعی از دایره، فضای محصور می سازیم، «شعاع مقطع» به «مولده فضای محصور» و «کمان مقطع (\widehat{AB}) » به «مولده فضای محصور» می شود. «مرکز مقطع» همان دو اس فضای محصور خواهد بود.

- اگر می سلکت قائم ازدواج به اضلاع ثانیه a و b را حول می از اضلاع ثانیه دوران دهیم، فضای محصور بر جای می آید. و تر سلکت قائم ازدواج مولده فضای محصور را نیز می کنند.



در این مقابل مدل سلکت قائم ازدواج حول ضلع a دوران نموده و b همان ارتفاع فضای محصور
و a یا ضلع دیگر قائم همان شعاع فاصله است.

می دران حول ضلع a فضای محصور می باشند
و ارتفاع b می دران حول ضلع c فضای محصور می باشند
ارتفاع a



• ضلعی، حول آن دوران را داره ایم (درست قائم انزواج)، ارتفاع مخروط و صلع دکر شعاع ماعدة

(نمای نزدیک)

مخروط خواهد بود.

• وقتی درست قائم انزواج حول ضلع بوجھتر دوران دهیم، هم بمسیری ایجاد می شود.
زیرا وقتی حول ضلع بوجھتر دوران می دهیم آنرا ضلع ارتفاع و صلع قائم دکر شعاع ماعدة می شود. در جم مخروط، شعاع تأثیر بسیاری نسبت به ارتفاع دارد. حین

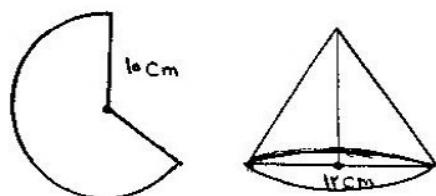
$$\text{مخروط} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

(صلع بوجھتر) کیبار
دوبار (صلع بزیر)

• جم مخروط با میزور شعاع ماعدة رابطه مستقیم دارد؛ یعنی اگر شعاع مخروط K برابر می شود، جم مخروط K^2 برابر می شود.

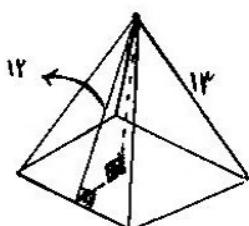
• جم مخروط با ارتفاع مخروط رابطه مستقیم دارد؛ یعنی اگر ارتفاع مخروط K برابر می شود، جم مخروط K ضرب می شود.

تمرین:



* ۱- علی یا سمتی از داره ای شعاع 10cm ، مخروطی به قطر ماعدة 12cm ساخته است. جم این مخروط را به رسم آورید.

۲- جم هرمی را در یک لئیر که عاعدة آن ۱۲ است، قطر 15 و طول 12 باشد و ارتفاع هرم $4\sqrt{5}$ نشانه کن.



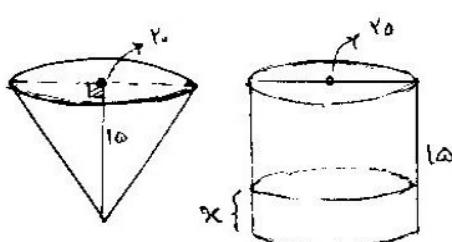
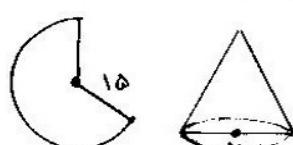
- ۳- حجم هرم نشتم مربع القاعده که بال آن 13 دارای عرض برابر با 12cm است را محاسبه کنید.

- ۴- شعاع قاعده فروط و اسوانه ای را بر مبنای متر و ارتفاع هردو 12 سانتی متر از برابر آورده و آنرا محاسبه کنید.

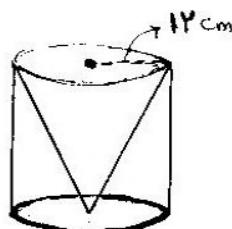
- ۵- حجم هرمی را محاسبه کنید که قاعده آن لوزی به قطرهای 24 و 15 دارای عرض هرم 18 سانتی متر باشد.

- ۶- مولد فروطی 13 سانتی متر و شعاع قاعده آن 5 سانتی متر است. حجم فروط محاسبه کنید؟

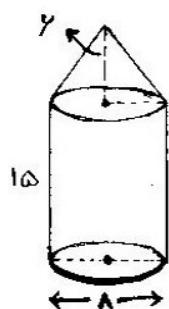
- ۷- مساحت از راهیه برگشبع 15 cm فروطی به قطر قاعده 18 سانتی متر با خانه ایم. حجم فروط را محاسبه کنید.



- ۸- فروط متعال را از آب پر کرده و در اسوانه می خشم.
ارتفاع آب در اسوانه حین محاب است؟ (واحدها حسب cm^3)



- ۹- مخروطی به شعاع قاعده 12 cm و ارتفاع 15 cm متر را در یک استوانه محاط کرده‌ایم.
حجم فضای بین رو جسم را به دست آورید و با جم مخروط مقایسه کنید.



- ۱۰- حجم گُل تھال را به رشت آورید. (واحدها بحسب نوشته متر است).

- ۱۱- آب درون یک مخروط به شعاع قاعده 8 cm و ارتفاع 15 cm را درون یک مکعب به ضلع 15 cm رفم، آب با هم از هم جدا شود.
 $\pi = 3$

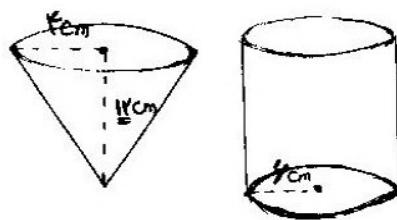
- ۱۲- یک قالب نخ یک گُل مخروط و به شعاع قاعده 15 cm دارم. حجم نخ و قی زوب می‌شود. آنرا با 15 cm از جمیش کم می‌شود. اگرین از آب شدن نخ، آب حاصل را درون گرهایی به شعاع 15 cm بزیرم، چه مقدار از آب اضافه می‌آید؟ $(\pi = 3)$

- ۱۳- اگر شعاع مخروطی را 4 cm برابر کنم حجم آن مُترمی شود یا اگر ارتفاع آن را 4 cm برابر کنم؟



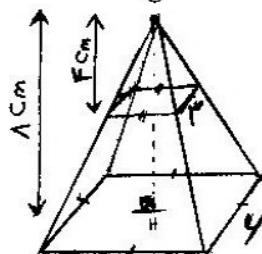
۱۴* - حجم هرمی را به درست آورید که قاعده‌ی آن مستطیل بر ابعاد ۶ و ۵ سانتی‌متر و ارتفاع آن ۱۰ سانتی‌متر باشد.

۱۵ - حجم هرمی با قاعدهٔ مربع را به درست آورید که ضلع قاعدهٔ آن 4 cm باشد و وضوح‌های جانبی آن مُلت‌های ساوی‌اند. افقینهٔ ساق‌های 8 cm باشد.



۱۶ - ظرفی به شکل خروط با ارتفاع رهانه 4 cm و به ارتفاع 12 cm را از آب پر کنیم و در لیوانی استوانه‌ای به شکل کره ارتفاع قاعدهٔ آن 4 cm است، مخابهٔ کنیم؛ آب تا حجم ارتفاعی در لیوان سر بالا می‌آید؟

۱۷ - در هرم زیر که قاعدهٔ آن مربع است، نکه بالای هرم را مرازی با بسطع قاعدهٔ کره بر این می‌زنیم و مبدأی کنیم. حجم کلهٔ باقی‌ماندهٔ هرم را بدست?



۱۸ - حجم هرمی را به کمینهٔ قاعدهٔ آن مُلت‌سَری ارتفاع و ضلع ۶ و ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر باشد.

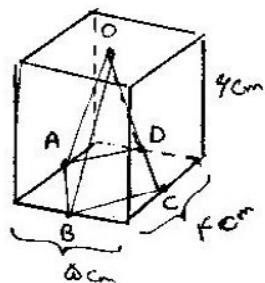
۱۹ - مساحت قاعده یک هرم مربع القاعده 36 cm^2 و ارتفاع آن از ووجه جانبی آن cm است، حجم هرم را بیابید.

۲۰ - حجم یک مخروط با ارتفاع 20 cm برابر $42,8 \text{ cm}^3$ است، مساحت قاعده مخروط را بدلست آورید.

۲۱ - حجم هرم را حساب کنید که قاعده آن ملکث متساوی الاضلاع است و قاعده 12 cm و ارتفاع هر 25 cm است.

۲۲ - مساحت قاعده هرم مربع القاعده 40 cm^2 و ارتفاع آن 25 cm است، حجم هرم را حساب کنید.

۲۳ - در مثلث زیر $OABCD$ وسط اضلاع مستطیل قاعده هستند. حجم هرم حاکم از جمیع سطوح مستطیل است؟



۲۴ - اگر شعاع قاعده مخروط را ۳ برابر کنیم و ارتفاع آن را نیز کنیم، حجم آن چند برابر باشد؟

۲۵ - حجم هرم ۶ هیلیوی سنتیم 3×120 سانتیمتر مربع است، اگر ارتفاع هرم 10cm باشد، مساحت قاعده هم چند سانتیمتر مربع است؟

تست:

- ۱ - ماحصله رأس هرم، رأس های قاعده آن را..... می کویند.
 (۱) قاعده (۲) بال (۳) وجه (۴) ارتفاع

۲ - دستور $h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ را در حجم لامگزینه است؟

- (۱) کسریه اندوب (۲) استوانه (۳) هرم (۴) مخروط

۳ - اگر تعداد ضلع های قاعده مخروط را خیلی زیاد کنیم، هرم به..... نزدیک شود.

- (۱) استوانه (۲) مخروط (۳) مئور (۴) کره

۴ - حجم مخروطی، ربع قاعده و ارتفاع آن با استوانه مداری باشد..... حجم استوانه است.

- (۱) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ (۲) $\frac{1}{4}\pi r^2 h$ (۳) $\frac{1}{2}\pi r^2 h$ (۴) $\frac{1}{6}\pi r^2 h$

۵ - برای ساخت یک مخروط از استفاده می کنیم.

- (۱) مکعب خمیده صافی (۲) دایره (۳) مطابع اندراجه (۴) میله

۶ - حجم هرمی که مساحت قاعده آن 24 سانتیمتر مربع و ارتفاع آن 6 سانتیمتر است سانتیمتر مکعب است.

- (۱) 144 (۲) 48 (۳) 144 (۴) $\frac{144}{3}$

۷ - حجم مخروطی که قطر قاعده آن 1 سانتیمتر و ارتفاع آن 9 سانتیمتر است سانتیمتر مکعب است.

- (۱) 252 (۲) 502 (۳) 225π (۴) 75π

۸- باریع دایره ای به شعاع $\frac{1}{2}\text{ متر}$ مخروط ساخته ایم، قطر قاعده هی مخروط کدام است؟

- (د) 15 (ج) 8 (ب) 4 (الف) 5

۹- یک دایره ای به شعاع 6 cm مخروطی به قطر قاعده 4 cm ساخته ایم، حجم مخروط کدام است؟

- (د) $12\sqrt{3}\pi$ (ب) $14\sqrt{2}\pi$ (ج) $\frac{16}{3}\pi$ (الف) $\frac{16}{3}\pi$

۱۰- اگر شعاع قاعده مخروطی را نصف داره ایم آن را دور برگینم، حجم آن چه تغییری می کند؟ (نمودار دولتی ۹۴، خوان جهان)

- (الف) تغییر نمی کند (ب) دوباره می شود (ج) نصف می شود (د) چهار برابر می شود.

۱۱- یک نیم دایره را بر کل کنید قیف مخروطی مصل درمی آوریم. زاویه رأس این مخروط چند درجه است؟ (نمودار دولتی ۱۳ام، مرز)

- (د) 45° (ب) 60° (ج) 30° (الف) 90°

۱۲- مساحت هم میان صفحه تنظم و صفحه $\frac{1}{4}$ می باشد. اگر ارتفاع آن $3\sqrt{2}\text{ cm}$ باشد، حجم هرم کدام است؟ (نمودار دولتی ۱۷)

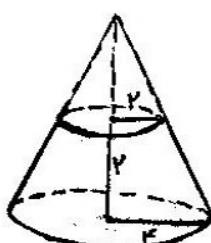
- (د) 240 (ب) $720\sqrt{3}$ (ج) 720 (الف) $48\sqrt{3}$

۱۳- حجم هرم مربع اتساعه به ضلع ط ارتفاع ط با حجم مخروطی به شعاع اتساعه ط برابر است، ارتفاع مخروط چقدر است؟

- (د) $\frac{\pi}{\sqrt{6}}$ (ب) $\frac{\sqrt{6}}{\pi}$ (ج) $\frac{\pi}{6}$ (الف) $\frac{6}{\pi}$

۱۴- با 40 درصد سطح دایره ای به قطر 10 cm مخروط مانع ساخته ایم، حجم این مخروط کدام است؟ (ازمی ۱۵)

- (د) 100π (ب) 160 (ج) 140π (الف) 120π



۱۵- حجم مخروط ناقص درون کدام است؟

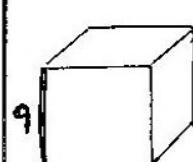
- (د) $\frac{557}{3}$ (ب) $\frac{557}{2}$ (الف) $\frac{56\pi}{3}$

درس سوم: سطع و حجم

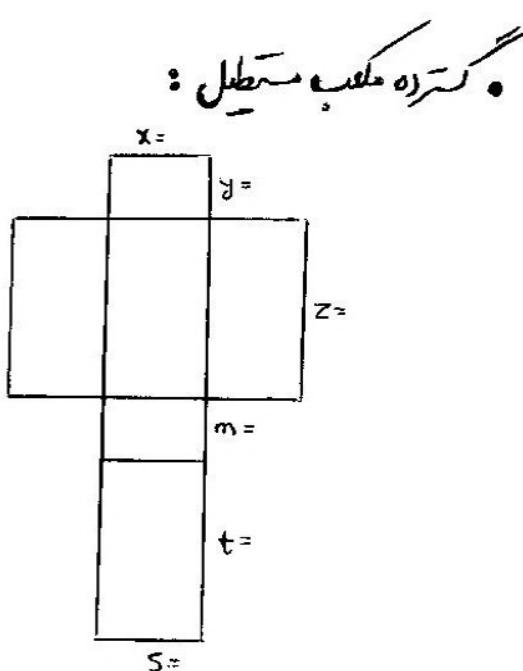
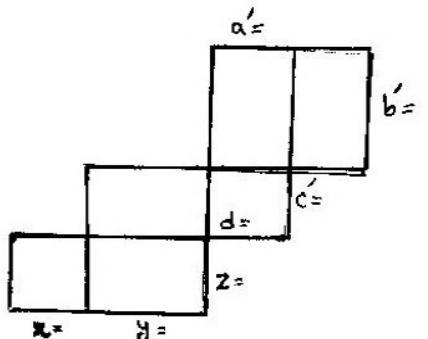
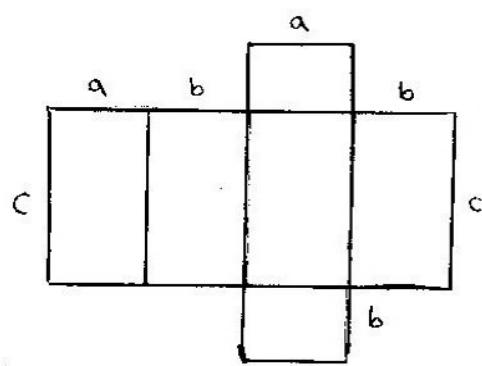
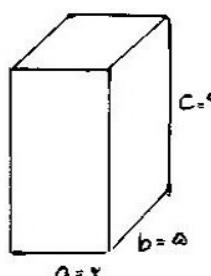
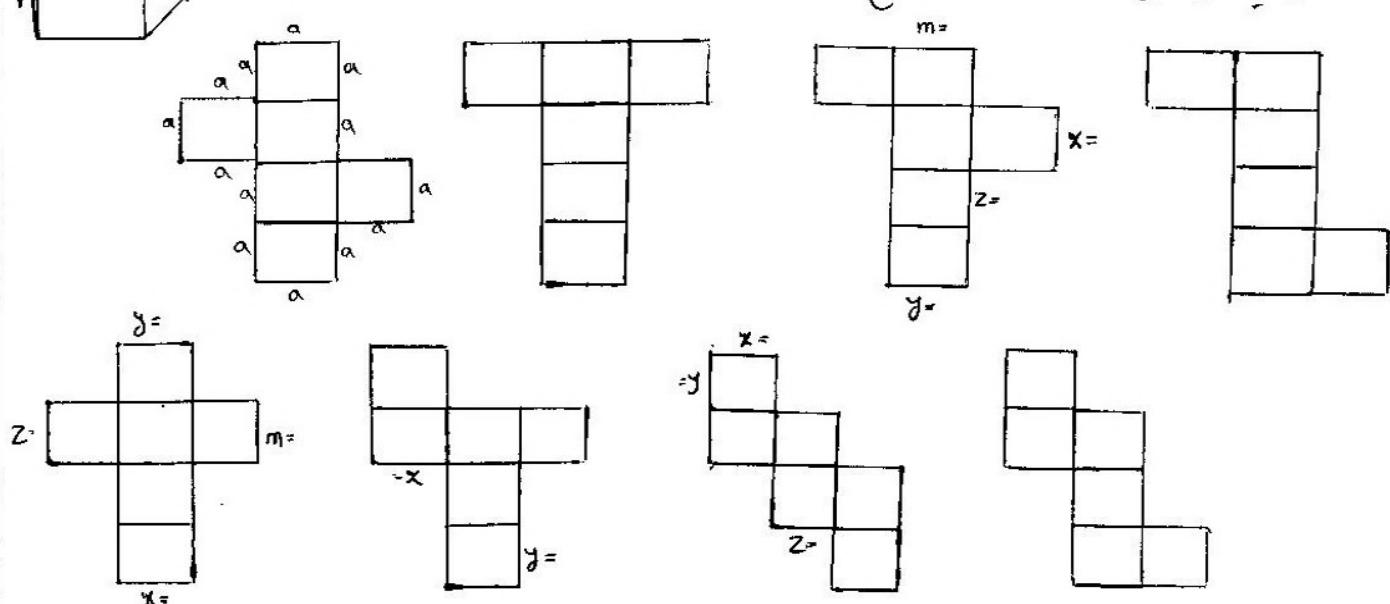
درسال های نزدیک بازترده روان ملکب مرتع و مستطیل و کترده کردن انواع منشورها آن شدید جهتمن

آنچه در بازه مساحت محتوی و مساحت کل اشکال را بیان نموده است اور طبقاً حجیمه نموده

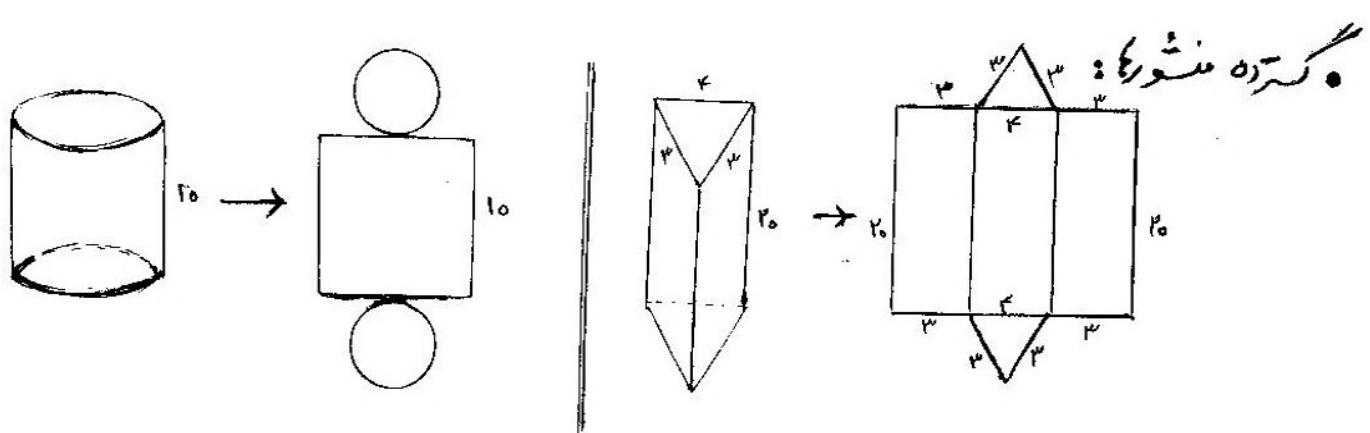
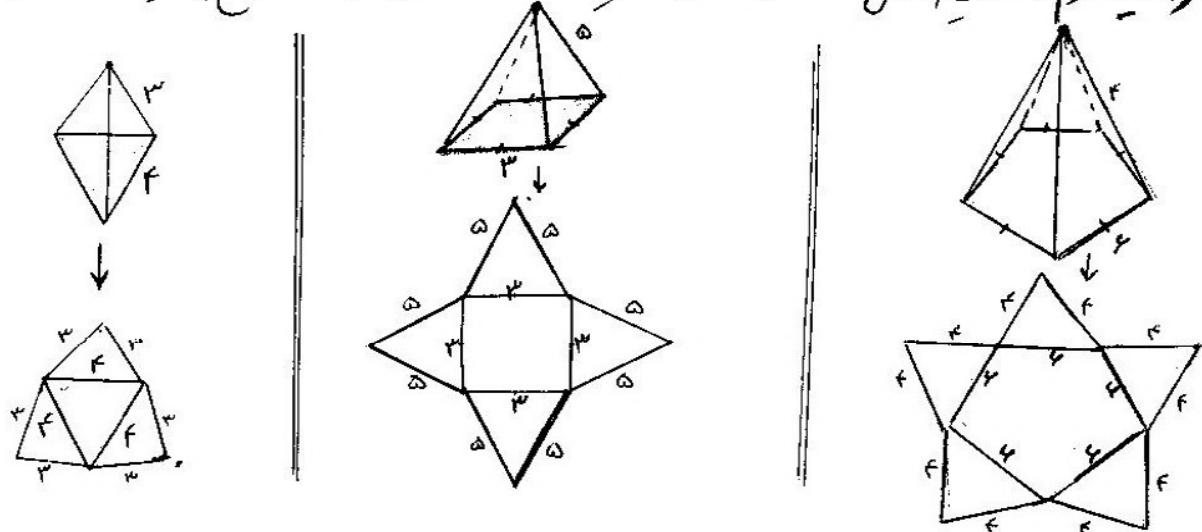
از گترده آنها که در سال نهم را ای اهمیت بیشتری داشت در زیر آورده ایم.



• کترده ملکب مرتع:
اسکال زیر همیگی کترده های مختلف ملکب مرتع هستند. تعداد خواره شده را مشخص نمایند.



• در گزینه هم، هشت چهل مسأله در طبقه ای برداشت و را طرف آن (روی هر ضلع) میگذرد و حور دارد.



• **گزینه مخروط:**
گزینه مخروط، هشت مطالعی از دایره است که مولد آن، شعاع مطالع و محیط دایره قاعده آن، همان کافی مطالع است.
 $\widehat{AB} = 2\pi r = \text{محیط دایره} \times \frac{\theta}{360^\circ}$
 $R = \text{مول مخروط} = OA = \text{شعاع مطالع}$

• **گره:** برای گره نمیتوان گزینه رسم کرد.

مساحت کل و مساحت جانبی:

$$\text{مساحت جانبی منتشر} = P \cdot h$$

• **منتشر:** مجموع مساحت های همه وصفهای جانبی منتشر یا

• **مساحت کل منتشر:** مجموع مساحت جانبی با مجموع مساحت های دو قاعده منتشر.

$$\text{مساحت کل} = S_{\text{جانبی}} + 2(S_{\text{قاعده}})$$

• مساحت کل مکعب مستطیل با ابعاد a, b, c برابرست با: $S_{\text{کل}} = 2(ab + ac + bc)$

• مساحت جانبی مکعب به صفحه a برابر $4a^2$ و مساحت کل آن برابر $4a^2$ می‌باشد.

$S_{\text{کل}} = 2nrh + 2(7r^2)$ مساحت جانبی افقی $= 2\pi rh$ مساحت جانبی استوانه برابر

• مساحت کل درهم‌ها:

برخطور کلی دوروش برای برآمدت آوردن مساحت کل هرم‌ها دارد دارد:

۱- کترده سازی کل و بد اگردن مجموع مساحت‌های هر کس از اسطوح

۲- استفاده از فرمول زیر:

$$\text{مجموع مساحت‌های سطح‌های جانبی} = \text{مساحت جانبی هرم}$$

$$\frac{\text{سهم} \times \text{محیط مأعاده}}{2} + \text{مساحت جانبی} = \text{مساحت کل هرم}$$

مثال: سطح کل هرم مربع اقعاده سطتم به صفحه مأعاده ۱۲ و بال جانبی ۱۵ را حساب نماید.

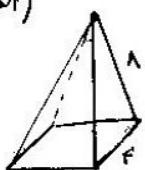
مثال: مساحت کل مکعب مستطیل با ابعاد ۲۵، ۱۵، ۱۰ سانتی‌متر را به دوروش (از طریق زدن و کترده کل) برآمدت آوردید.



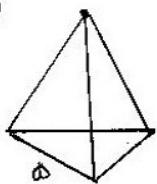
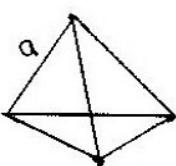
تمام:

۱- مساحت کسره هرم از هرم های زیر را برداشت آورید.

(الف)

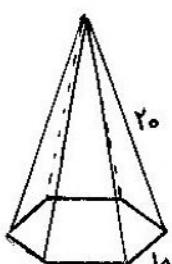


(ب)

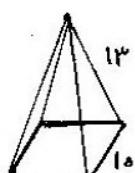
۲- مساحت کل هرم سطح متعال را برداشت آورید. طول همیال های آن a است.

نهان:

۳- با توجه به اندازه های راده شده، کسره هرم را رسم نماید و مساحت جانبی آن را برداشت آورید.

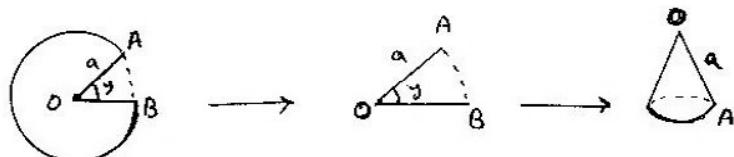


۴- مساحت کل هرم متعال را برداشت آورید.



روشی دست آوردن طول قسمت از کمان دایره:

هزار طریق آمده‌خیم برای ساختن سرخروطی برازشی قسمت از دایره (قطاعی از دایره) را با این ترتیب می‌شنویم (مثلًا $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, ...). با زاویه‌ای مشخص حد کنیم و سپس در قاعده مقطع جدا شده با قطاع پائی مانده را بهم عصبانیم تا سرخروط بسازیم.

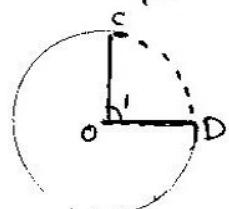


$$\text{مولد سرخروط} = \text{شعاع دایره اولیه} = r \\ \text{طول } \widehat{AB} \text{ از رابطه زیر بدست می‌آید:}$$

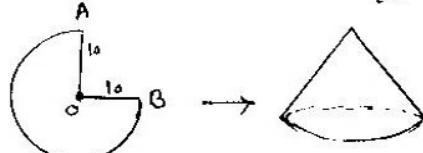
$$\frac{\pi r \alpha}{360^\circ} = \frac{\widehat{AB}}{y^\circ} \Rightarrow \widehat{AB} = \frac{\pi r \alpha \times y^\circ}{360^\circ}$$

- محیط دایره قاعده سرخروط برابر با طول کمان \widehat{AB} می‌باشد زاویه کمانی که می‌باشد، است.
- مساحت صافی سرخروط برابر مساحت قطاع بوده است.

مثال: یک دایره ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر ابرداشته ایم و بگذاریم سرخروط دریخت کردیم. طول کمان CD دایره دست آورید. شعاع قاعده سرخروط را بدست آوردیم.



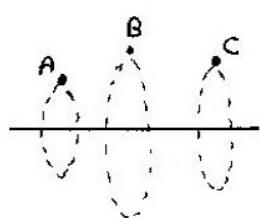
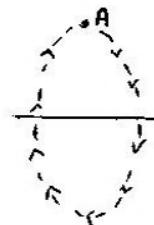
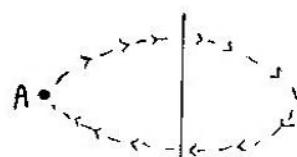
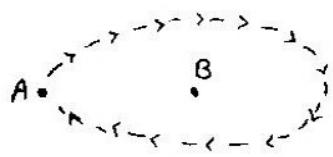
مثال ۲: یک $\frac{3}{4}$ دایره ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر بسط مفروطی سُلول دریخت کردیم؛ طول کمان AB محدود است؟



ب محیط دایره ای بین طول کمان AB و محیط دایره قاعده سرخروط و محدود دارد؟ شعاع قاعده سرخروط را پیدا کنید.

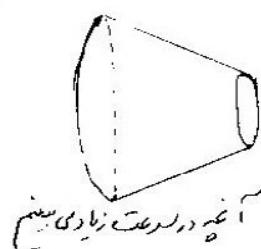
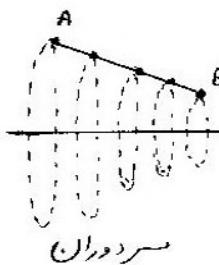
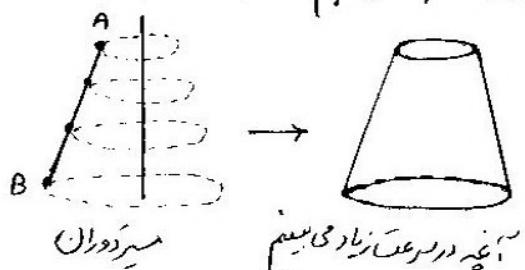
دوران:

- متعود از دوران، چندین بیشتر شنیده بود که خط یا سطح نمایند اینست. مسیر دوران بدین حلقه را مردم ای می‌نامند. در حلقه‌های زیر مسیر دوران نقطه A را حول (دور) که نقطع و خط‌های عمودی و افقی می‌گذرد.



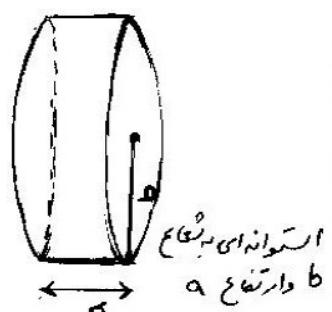
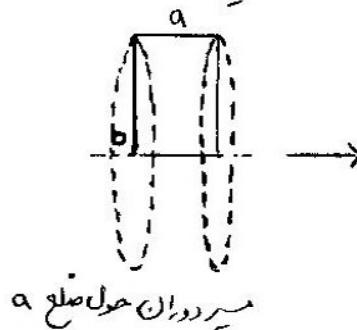
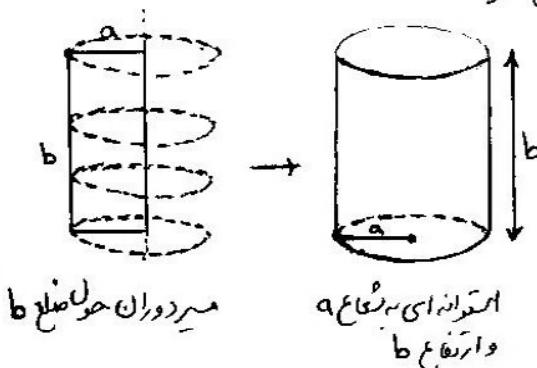
- در این بحث بیشتر مادره همراه دوران حول که خط صحت می‌گذشت.

- وقتی که پاره خط حول که خط دوران پیدا می‌گذارد، در واقع کل نقطه روی آن را حول آن را خط دوران پیدا می‌گذارد. حال آنچه این چشم با سرعت زیاد انجام شود، جسم ما قادر به زنای کردن مسیر حرکت نمی‌شود، بلکه تک جسم مسیر عدی می‌گذارد.



دوران مستطیل:

- از دوران که مستطیل حول طول با عرض آن، استوانه حاصل می‌شود.

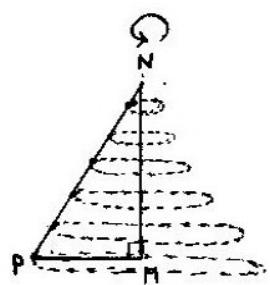


- همه‌های می‌گویند وقتی مستطیل را حول یکی از صفحه‌های آن درایم رهیم، آن ضلع «ارتفاع» استوانه خواهد بود و ضلع دیگر «ساعع ممتد» استوانه است.

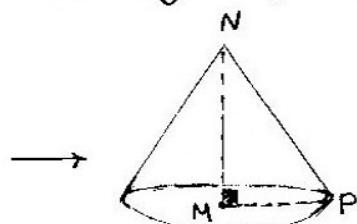
دوران: جم حاصل از دوران مستطیل حول عرض آن، بزرگتر از جم حاصل از دوران مستطیل حول طول آن می باشد، بنابراین اگر \angle جم حاصل از دوران مستطیل حول عرض باشد و \angle جم حاصل از دوران مستطیل حول طول باشد $V_1 > V_2$

دوران، مثلث قائم الزاویه:

از دوران 360° سُلْت قائم الزاویه حول هر ضلع مانند آن، مخروط حاصل می شود.

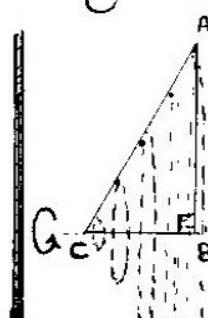


سُر دوران حول ضلع MN



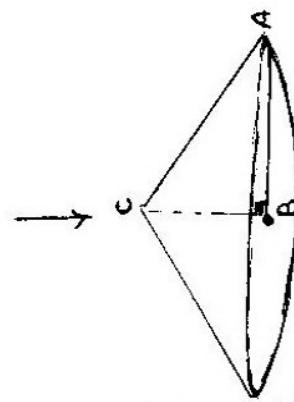
$$r = \overline{PM} \quad , \quad h = \overline{MN} = \text{ارتفاع} \quad (\text{حول ضلعی در دوران})$$

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (\overline{PM})^2 \times \overline{MN}$$



$$r = \overline{AB} \quad , \quad h = \overline{BC} = \text{ارتفاع} \quad (\text{حول ضلعی در دوران})$$

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (\overline{AB})^2 \times \overline{BC}$$

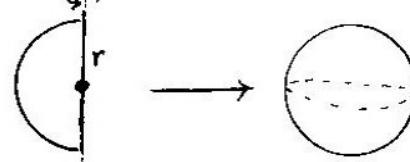


• جم حاصل از دوران 360° سُلْت قائم الزاویه حول ضلع بزرگتر می باشد از جم حاصل از دوران 360° سُلْت قائم الزاویه حول ضلع کوچکتر می باشد، بنابراین $V_2 > V_1$

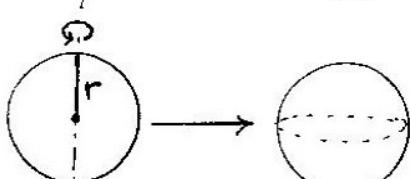
دوران، دایره، نیم دایره و رباع دائرة:

از دوران 360° درجه کمتر نیم دایره یا دایره یا دوران 180° درجه کمتر دایره حول قطر آن کره به وجود می آید.

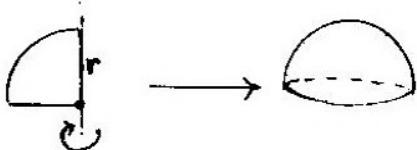
$$S = 2\pi r^2 = \text{مساحت کره به شاعر}$$



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \text{حجم کره به شاعر}$$



از دوران 360° رباع دائرة، حول شاعر آن، نیم کره حاصل می شود.





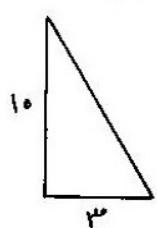
مثال ۱- اگر دواری را در مسیر مستطیل حمل ضلع آن همچوی بروزت می‌آید؟

ب) شعاع مالده رُكْل حاصل:

ج) ارتفاع رُكْل حاصل:

د) جمجم رُكْل حاصل را بدرا کنید.

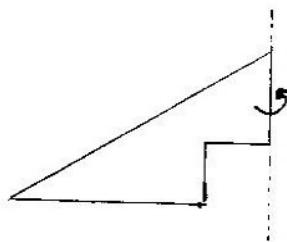
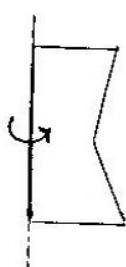
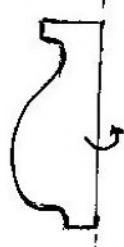
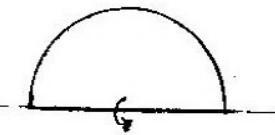
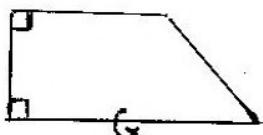
مثال ۲- اگر میله قائم الزاویه را حول ضلع شخص شده در رُكْل دور رهم، همچوی بروزت می‌آید؟ جمجم آن را بدرا کنید.



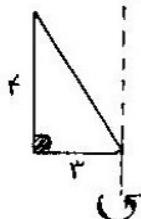
ب) شعاع مالده رُكْل حاصل:

ج) ارتفاع رُكْل حاصل:

مثال ۳- در هر رُكْل ماتوجه به محور دواری. رُكْل جمجم حاصله را شخص کنید.

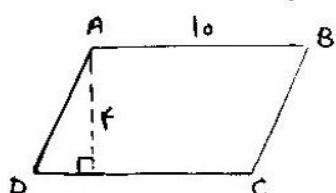


مثال ۴- اگر میله ABC را حول خط پین دواری دهم. همچوی بروزت می‌آید؟ آن را حساب کنید.



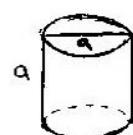
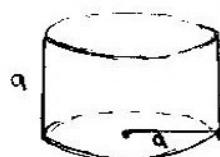
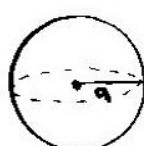
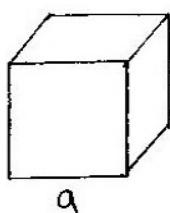
شل ۵ - حجم حاصل از رولنگ یک رایه بر شاعع 5 cm احتمال شاعع آن میدانید.

شل ۶ - اگر نکل زیر احتمل CD دوای ریم، حجم حاصل حود رخواهد بود $(\pi = 3)$



لست حجم و مساحت در بین محض ها:

حجم و سطح شکل های زیر را به اگر دو و نسبت $(\frac{V}{S})$ رایه ایست آورید؟ در کدام نکل این لست بزرگ است.



$$V =$$

$$V =$$

$$V =$$

$$V =$$

$$S =$$

$$S =$$

$$S =$$

$$S =$$

$$\frac{V}{S} =$$

$$\frac{V}{S} =$$

$$\frac{V}{S} =$$

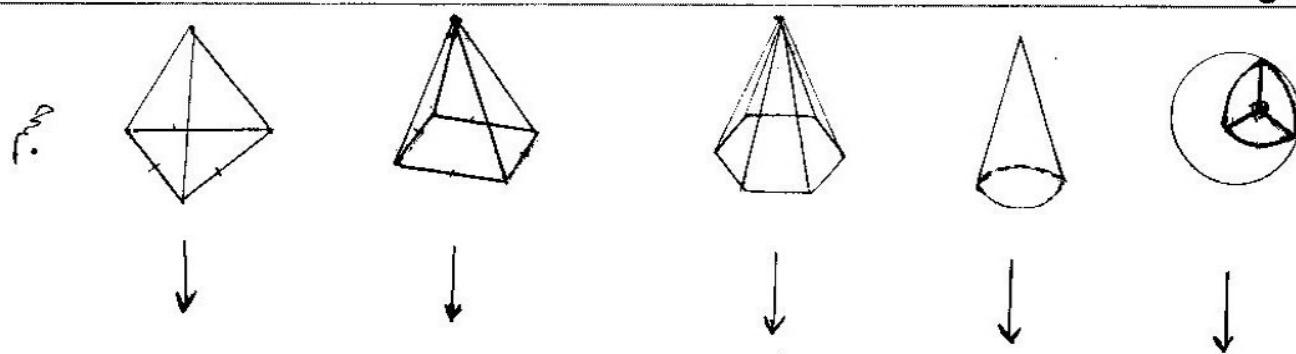
$$\frac{V}{S} =$$

دید از بالا:

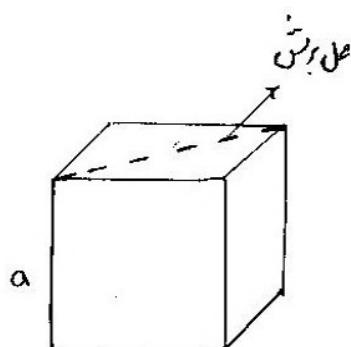
هنگامی که بحث حجم از بالا (یا هر جفت ریزی) نکاه می کنیم، فقط لبه ها و سطح هایی که عمود بر جفت نکاه ماهستند را می بینیم و یعنی دل های لبه های بیرونی نکل از آن جفت (لبه های خود).

تمرین:

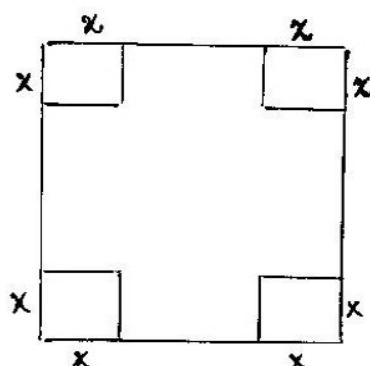
۱- هر کدام از شکل های زیر از نکایی بالا مطابق دیده می شوند؟



نهاز ما

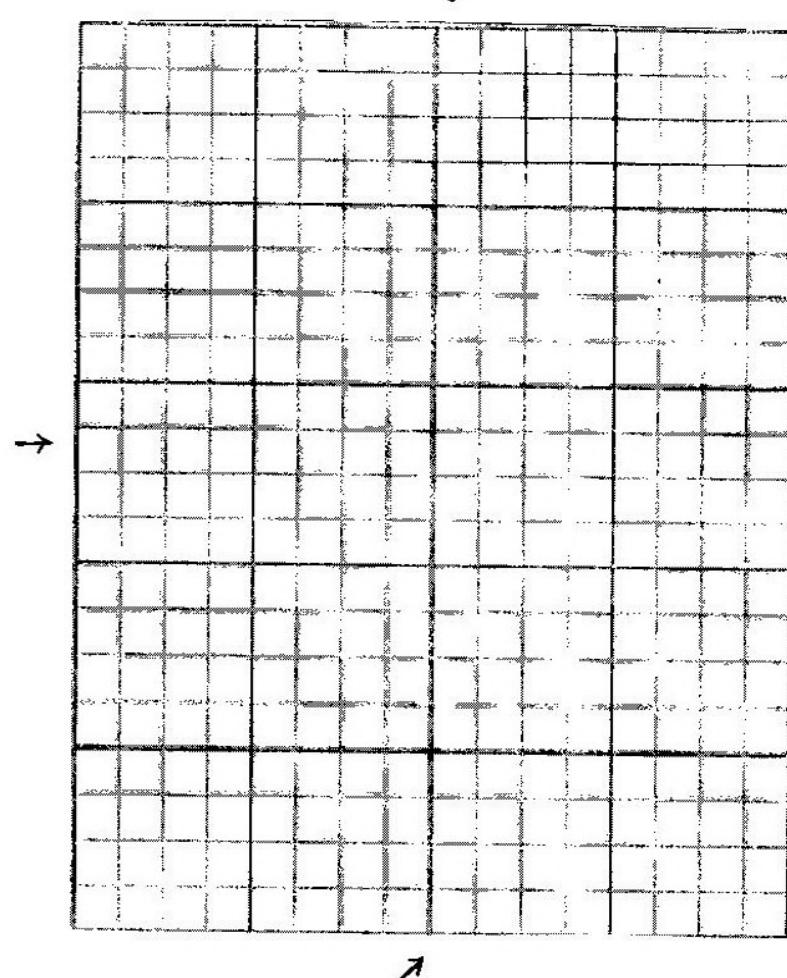
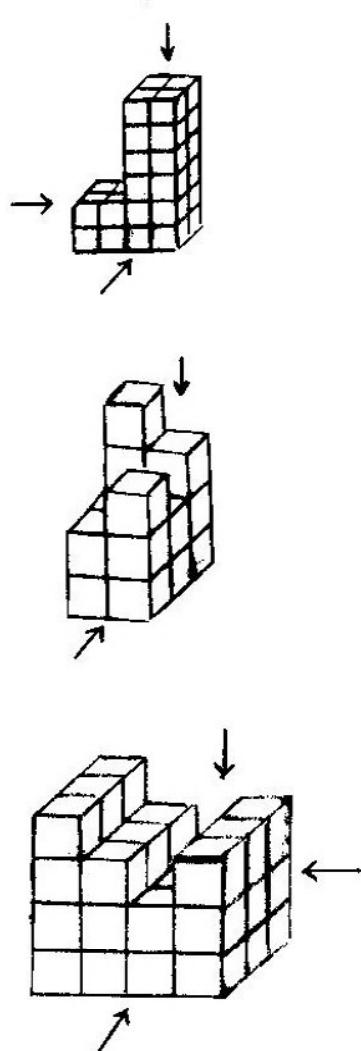


۲- اگر انتخیج ملکه بُکل به صنع a را باشد کل مساحت برده ایم.
مساحت برده شده به همچو کل است؟ اندازه ضلعهای آن را
پیدا کنید.

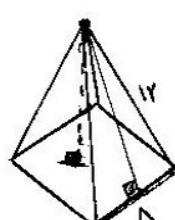


۳- از این مقادیر ضلعهای کوثرهای مرتع بُکل به صنع x را برده و با رفع
باقی نهاده کن جعبه ملکه مساحتی کل درست کردیم. صهر از طبقی
بین a و b باشد تا توان چهار کره را به مساحت x داخل این جعبه
حاصل داریم طوری که هر کره بزرگتر از این مساحت و بزرگتر از جعبه مساح
باشد؟

۴- با توجه به حجم‌های زیر، در صفحه شطرنجی، مطلع درجه شده از جهات‌های مشخص شده را رسم نماید.



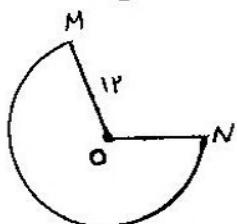
۵- مساحت کل مکعب به صفحه ۱۵ را بازترده کردن به درست آورید.



۶- مساحت کل هرم سنتوم مربع افرازه مقابل را بازترده کردن آن به درست آورید.



۷ - $\frac{2}{3}$ دامنه برشع ۱۲ سانتی‌متر که مخروط ساخته ایم. طول کمان MN را محاسبه کرده و ضلع ممکن نمود.



۸ - جم هم سطح چهارک طول هر یال آن ۸ و ضلع ممکن آن ۴ سانتی‌متر است رابه داشت آورید.

۹ - مساحت کل هم چهارچوب سطح که طول هر ضلع آن ۶ است رابه داشت آورید.

۱۰ - مستطیل بایار ۶ و ۲ سانتی‌متر را حول ضلع ۲ سانتی‌متری آن دورانزدی دهیم. جم کل حاصله را محاسبه کنید.

۱۱ - دایره‌ای به قطر ۲ cm را حول قطر آن 180° دورانزدی داده، جم و مساحت جم را به داشت آورید. (حسب ۷)

۱۲ - یک دایره به شعاع ۶ سانتی‌متر را حول شعاع 180° دورانزدی داده، جم و مساحت روی آن را محاسبه نماید.

۱۳ - تصویر هر کس از هرم‌های زیر را برداز و با رسم کنید.

۱) هرم منتظم با ۸ ضلع

۲) هرم با ۶ ضلع

الف) هرم با ۱۲ ضلع

۱۴ - سُلْطَن قائم از ادویه به صیلухای ۳ و ۴ را حول ورقان دورانه رهیم، حجم به وحیز امده را براحت آورید.

۱۵ - سُلْطَن کل هرم منتظم مربع افلاعه که ارتفاع آن ۱۲ سانتی‌متر است به درست آورید.

۱۶ - می خواهیم چهار توب به شاعع ۲ سانتی‌متر را در جمعینه ملکب مستطیل نگذش که با مستطیل متوالی زیر درست شده خواهد داشت. ابعاد متساوی و اندازه قسمت‌هایی که ناید از چهارگوش آن برداشته شود را محاسبه کنید.



۱۷ - حجم و مساحت اصل ملکب به صیلух ۳ را براحت آورید. (برحسب ۳)



لست:

۱- سطح کتره مکعب بungle ۱۵ سانتیمتر کدام است؟

(الف) ۳۳۷۵

(ج) ۱۴۵۰

(ب)

(د) ۱۰۰۰

(ه) ۲۲۵

۲- سطح کل استخر مکعب مستطیل نکل با طول، عرض و ارتفاع به ترتیب $90 \times 45 \times 4$ متر... ترمیع است.

(الف) ۵۱۳۵

(ج) ۸۱۰۰

(ب)

(د) ۱۵۸۵

(ه) ۱۹۴۰۰

۳- از دو وال ربع دایره به اندازه 90° حول شاعر آن --- به وجود نمی‌آید.(الف) $\frac{1}{8}$ کره (ب) $\frac{1}{4}$ کره (ج) $\frac{1}{2}$ کره (د) $\frac{1}{3}$ کره۴- $\frac{3}{4}$ رایه به شاعر \wedge خروطی ساخته ایم. مساحت جانبی خروط... است.

(الف) ۱۵۰۱۴۴

(ج) ۱۵۱۱۴

(ب)

(د) ۱۵۰۱۷۲

(ه) ۱۵۰۱۷۳

۵- سطح کل هم منظم مربع القاعده که ارتفاع هر وجه جانبی آن ۱۵ و صفحه قاعده آن ۲۰ سانتیمتر است

سانتیمتر مربع است.

(الف) ۱۴۰۰

(ج) ۱۰۰۰

(ب)

(د) ۸۰۰

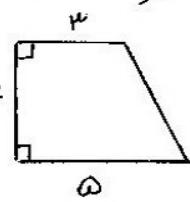
(ه) ۴۰۰

۶- حجم هرم که مساحت قاعده و ارتفاع آن باشد متساوی برابر باشد... مسأله است.

(الف) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{1}{4}$ (د) $\frac{3}{4}$

۷- سطح متعال ذوقه ای با قاعده های ۳ و ۵ و ارتفاع ۴ را از محاسبه بده. حجم حاصل از دو وال این ذوقه حول

قاعده کوچک کدام است؟ (نموداری سنگ)

(الف) $\frac{198\pi}{3}$ (ج) $\frac{220\pi}{3}$

(ب)

(د) $\frac{208\pi}{3}$ (ه) $\frac{174\pi}{3}$

۸- مساحت کل هم منظم قاعده آن سه برابر و طول هر یال آن ۴ سانتیمتر است. کدام است؟ (نموداری اضافی)

(الف) $14\sqrt{2}$ (ج) $14\sqrt{3}$

(ب)

(د) $4\sqrt{2}$ (ه) $4\sqrt{3}$

۹- در کدام زیره... بینت حجم به مساحت کل، بزرگتر از تقدیر است؟ (نموداری کلید)

(الف) مکعب بسطه (ب) کره به شاعر (ج) استوانه به ارتفاع ۹ و قاعده 9π (د) کره به قطر ۹۱۰- مکعبی به قطر $12\sqrt{2}$ را درون استوانه ای محاط کرده ایم. حجم استوانه کدام است؟ (نموداری کلید)

(الف) ۴۸

(ج) 372π

(ب)

(د) 227π

(ه) ۱۶۷

« تمرین‌های آموزنده »

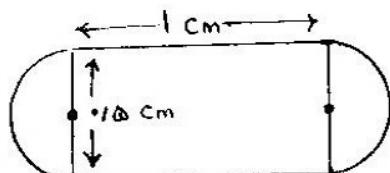
۱- قطر توپ والیبال 24 cm است. جم مساحت توپ را به دست آورید.

۲- جم مساحت نیم کره‌ای به شعاع 5 cm را محاسبه نماید.

۳- کره‌ای در استوانه‌ای به قطر و ارتفاع 12 cm خاط شده است، جم مساحت بین کره و استوانه را به دست آورید.^(۱۰)

۴- برای پوت‌انل نیم کره چوبی توپ به شعاع 10 cm ، هندس نئی مربع کاغذ لازم است؟

۵- مساحت رویی نیم کره مابال ۷۲۸ متر مربع است. شعاع و جم کره را به دست آورید.



۶- از یک کپیل آنتی بیوتیک رادر کل تخلیه مهدوی کنید، جم آن را محاسبه کنید.
۷- مساحت کپیل را به دست آورید.

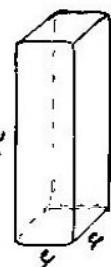
۷- جم کره‌ای 113104 cm^2 متر مربع است. شعاع کره را به دست آورید.

۸- مینیم کره را درون مکعب مستطیل عاط کرده ایم. در صورتی که ربع نیم کره $\frac{1}{12}$ سانتی متر مربع باشد، حجم مکعب مستطیل را بردست آوردید. (۷۲۳)

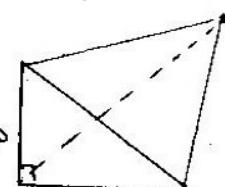
۹- اگر اپرول کره ای به قطر $\frac{1}{2}$ را درون استوانه ای به شعاع قاعده $\frac{1}{4}$ بگذرم، آنچه اینها عی بازابی آید؟

۱۰- هر گاه شعاع کره ای را $\frac{1}{5}$ بزرگتر نمایم، حجم وساحت آن چند برابری را خود؟

۱۱- در چهاره منظری مسال حلید توپ به شعاع 3 cm متران کاملاً خالی دارد. حجم فضای خالی را بردست آورید.

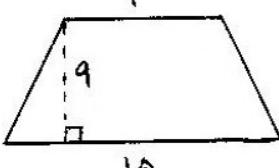


۲۲



۱۰

۱۲- مقدار هر میل م مائم از زاویه به اصطلاح عامل 5 و 12 سانتی متر دارای عرض آن 18 سانتی متر است. حجم هرم حین سی سی کیلومتر دارد؟



۱۵

۱۳- هرم مربع آلتی معرفه با ارتفاع 8 cm و حجم 48 سانتی متر مکعب داریم، طول ضلع قاعده حین سانتی متر است؟

- ۱۵- هرچه مربع افلاطونی در انداخته داریم . اگر ضلع قاعده را $\frac{4}{3}$ برابر و ارتفاع را $\frac{1}{3}$ برابر نمی‌کنند؟
- ۱۶- حجم هرمی با قاعده مستطیل که قطر آن $\underline{13}$ و طول آن $\underline{12}$ و ارتفاع هرم $\underline{5}$ است را به دست آورید.
- ۱۷- هری دایره که ارتفاع آن $\underline{8}$ است ، قاعده آن مُلت مساحت اسپس با اضلاع 14 و 12 است حجم آن
هرم را به دست آورید.
- ۱۸- یک کله آولاد با شعاع قاعده 12 cm و ارتفاع 35 سانتی متر ، در این چه محی می‌باشد؟
- ۱۹- یک استوانه از یک دایره به قطر 50 و یک نیم کره به صیغه قاعده 90 سانتی متر ، حجم خروج طراحی شده گالند.
- ۲۰- مولده خروطی 25 cm و ارتفاع آن 20 cm است . حجم خروط را به دست آورید.
- ۲۱- ظرف خروطی به شعاع قاعده 9 cm و ارتفاع 15 cm را از آب پر کرد و در پارچه استوانه ای به شعاع قاعده
 12 cm برخیم ارتفاع آب در پارچه حدوداً است؟
- ۲۲- حجم هرمی را به کمترین قاعده آن مربع بصلع 8 و وصفهای جانبی آن مُلت مساحت اسپس به ساقهای
۵۰ سانتی متر باشد؟

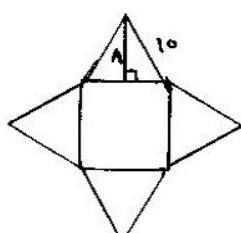


۴۳ - مساحت هرم متوسطی الاصلی بمحیط قاعده ۱۴ و ارتفاع ۶ می باشد . اگر ارتفاع هرم ۵ سانتی متر باشد ، حجم هرم را محاسبه نماید ؟

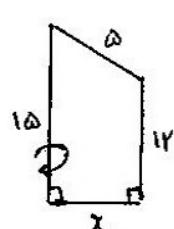
۴۴ - پارچه رایمہ به قطر $\frac{1}{4}$ متر طبی ساخته ایم ، ارتفاع دیگر هرم را به دست آورید ؟

۴۵ - حجم دو ساحت کل هرم سطح مربع القاعده به محيط قاعده 10 cm و ارتفاع 12 cm را به دست آورید .

۴۶ - نیم رایمہ ایی به قطر 20 cm را حول قطر آن دوران سررهیم . حجم دو ساحت کل نصف حاصل از دوران را به دست آورید ؟



۴۷ - حجم دو سطح کل هرم کرده تاں را محاسبه نماید .

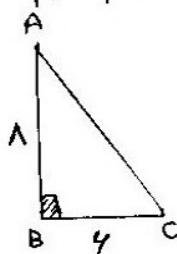


۴۸ - ذوزنقه متعادل را حول صفحه 15 cm دوران سررهیم . حجم نصف حاصل را محاسبه نماید .
(ابتدا مقدار x را محاسبه نماید)

۴۹ - در ریه ای به شعاع 25 نسبت حجم به مساحت کره چند است ؟

۳۰ - مستطیل با ابعاد 15 cm و 4 cm را می‌بارگیم طول و بارگیری حول مرض دواری می‌دهیم، نسبت حجم هایی که درست می‌آید را محاسبه نمایید.

۳۱ - نسبت آنچه از زاویه ای مطابق نکل زبرداریم، با نسبت راحول ضلع 85 دواری می‌دهیم، حجم رُکِل حاصله را به رسم آورید.



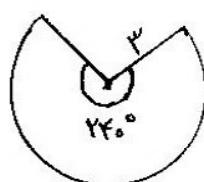
۳۲ - حجم و مساحت جانبی نکل دواری یافته حول خط چین درست آورید.

الف) حرم با آن عدد مستطیل

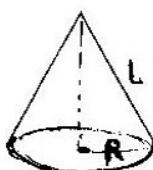
ب) حرم با آن عدد لوزی

ج) حرم چار و مجموع نشانی

۳۳ - تصویر یهود از هم‌های زیر را برای از بالا رسم نماید.



۳۴ - اگر برای یک سب ورقه حلی مانند نکل درود، فرد طی پیازیم، حجم فرود را به رسم آورید.



$$\begin{aligned} \text{مساحت جانبی} &= \pi RL \\ \text{کل S} &= \pi RL + \pi R^2 \\ \frac{1}{2} \times \text{مساحت جانبی} \times \text{عولde} & \end{aligned}$$

$$\text{نکله}: \quad \frac{\text{مساحت جانبی فرود}}{\frac{\text{مساحت رایج}}{360^\circ}} = \frac{\text{مساحت جانبی فرود}}{\frac{\text{مساحت رایج}}{360^\circ} \times \text{فرود}}$$

$$\frac{R}{L} = \frac{\Theta}{360^\circ}$$

« مجاہی خالی های هم فصل ۸ »

- ۱) ماحصله های مرز ناھن نفاط روی کره کره می گویند.
- ۲) به مجموعه ای از نقاط از فضای فاصله های آن ها از یک نقطه به نام مرز مابین باشند را می گویند.
- ۳) نسبت مساحت به جم کرده با مساعع برای برابر باشد است.
- ۴) اگر مساعع کرده را دوبار برکنیم، جم آن برابر مساحت روی آن برای بود.
- ۵) اگر کرده ای به مساعع ۳ درون کش استوانه هفاط محدود، جم استوانه است (۳۷۳)
- ۶) وجده حابی هرم به شکل است.
- ۷) فاصله رأس هرم تا قاعدة آن را هرم می گویند.
- ۸) آن بسته دارد.
- ۹) اگر تمام اینوارکه محدود را ۵ برابر کنیم، جم آن برای بود.
- ۱۰) اگر هری را خل کش استوانه هفاط محدود، جم آن استوانه است.
- ۱۱) هرم نسطم هرم است وجودی آید.
- ۱۲) از دوران نیم دایره حول قطر آن و از دوران بیج دایره حول مساعع آن وجودی آید.
- ۱۳) از دوران درجه کشیده دایره حول تپرس کرده ایجاد می بود. (حدائق زاویه)
- ۱۴) از دوران مستطیل حول طول دعرض آن وجودی آید.
- ۱۵) اگر مستطیل را حول دوران دهیم، جم بیشتری نسبت به دوران حول وجودی آید.
- ۱۶) از دوران مذکوت قائم از زاویه حول اضلاع قاعده آن قاعده است.
- ۱۷) در هم های نسطم، پایی ارتفاع روی قاعده است.
- ۱۸) نسبت $\frac{7}{5}$ بای کرده به مساعع ۴ cm برابر باشد است.
- ۱۹) منحنی کرده کشی مکعب به ضلع ۹ برای است.
- ۲۰) اگر در هم دارایی تا عدد های هم مساحت داری ارتفاع های مساوی باشند برابر است.

