

فصل سوم: چندضلعی‌ها

چندضلعی گفته می‌شود به شرط آنکه

چندضلعی: به هر

« است

تذکره: در اینجا و در کتاب ریاضی هشتم منظور از چندضلعی «

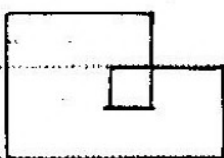
است

اگر در چندضلعی ضلع‌ها از روی هم رد شوند چندضلعی از نوع

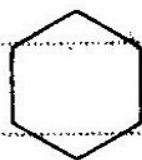
مثال: کدام یک از شکل‌های زیر چندضلعی است؟



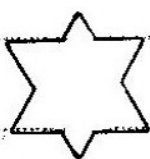
(الف)



(ب)



(ج)



(د)



(ه)



(و)

شکل

تزیینات

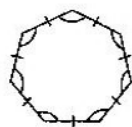
با هم دوری

چندضلعی منتظم: اگر یک چندضلعی همی

چندضلعی منتظم است

تمرین در کتاب: کدام یک از چندضلعی‌های زیر منتظم است؟

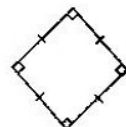
الف



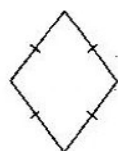
ب



پ



ت



ث

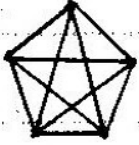


ج



تعداد قطرهای یک چندضلعی:

مثال: قطرهای پنج ضلعی را رسم کرده و تعداد آن را به دست آورید.



$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{5(5-3)}{2} = 5 \text{ تا}$$

تمرین در کلاس ۲: تعداد قطرهای یک ۲۲ ضلعی را به دست آورید.

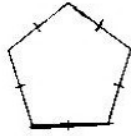
تمرین در کلاس ۳: تعداد قطرهای یک n ضلعی ۵۵ تا است. n را به دست آورید.

تمرین در کلاس ۴: تعداد قطرهای یک n ضلعی با تعداد اضلاعش برابر است. n را بیابید.

مركز تعادل: اگر شکلی را حول یک نقطه درون آن
یعنی هم قرار ندهند، می توانیم آن شکل
روشن کنیم تشخیص مرکز تعادل آن.
همه و شکل اولیه و شکل جدید
دارد و آن نقطه را مرکز تعادل می نامیم

محور تقارن در کدام یک از شکل های زیر مرکز تقارن دارد؟

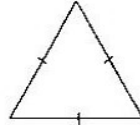
الف



ب



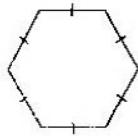
پ



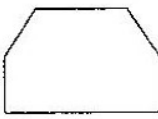
ت



ث



ج



ح

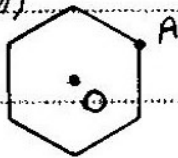


خ

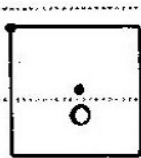


محور تقارن در کدام یک از شکل های زیر نقطه تقارن A نسبت به نقطه O می خورد شکل قرار می گیرد؟

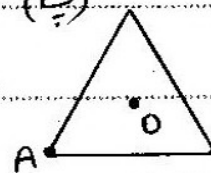
(الف)



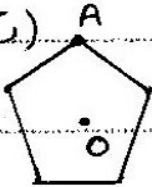
(ب)



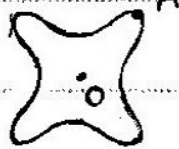
(پ)



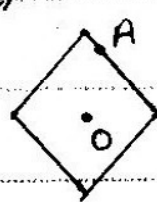
(ت)



(ث)



(ج)



تقسیم می کند به دو شکل را از روی این خطاً

می شود

محور تقارن و خطی است که شکل را به

دو قسمت یکسان بر روی هم

نکته (۱): در هر n ضلعی منتظم، اگر n باشد، شکل

باشد شکل مرکز تقارن

، اما اگر n

متداً هست ضلعی منتظم

ولی هست ضلعی منتظم

نکته (۲): هر n ضلعی منتظم تا

دارد، مثلاً پنج ضلعی منتظم

نکته (۳): متوازی الاضلاع مرکز تقارن

ا) محور تقارن

نکته (۴): مثلث متساوی الاضلاع مرکز تقارن

ا) محور تقارن

نکته (۵): مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین

تا محور تقارن دارد

نکته (۶): دوزنقه متساوی الساقین

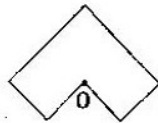
تا محور تقارن دارد

نکته (۷): ربع دایره مرکز تقارن

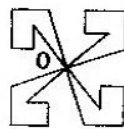
ا) محور تقارن دارد

تمرین در کلاس (۸): در کدام یک از شکل های زیر نقطه O مرکز تقارن است؟

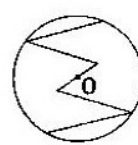
الف)



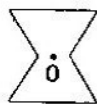
ب)



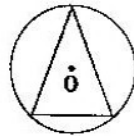
ج)



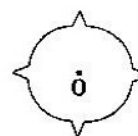
د)



ه)



و)



تمرین در کلاس (۸): جدول زیر را کامل کنید.

نام شکل	مرکز تقارن	تعداد محور تقارن	نام شکل	مرکز تقارن	تعداد محور تقارن
مستطیل			دوازده ضلعی منتظم		
نیم دایره			متوازی الاضلاع		
مثلث قائم الزاویه			پنج ضلعی منتظم		
دوزنقه			مثلث متساوی الاضلاع		
لوزی			دایره		

تمرین در کلاس (۹) : با فرض منطبق بودن چند ضلعی‌ها جدول مقابل را کامل کنید.

تعداد محور تقارن	مرکز تقارن	تعداد ضلع‌ها
۳	ندارد	۳
		۶
		۷
		۸

تمرین در کلاس (۱۰) : آیا در مستطیل، قطرها محور تقارن هستند؟

انواع چندضلعی‌ها

(۱) اگر در یک چندضلعی زاویه‌های کتر از یا نقطه می‌سود باشند، این چندضلعی، چندضلعی نام دارد.

(۲) چندضلعی‌ای که دانشه باشد یا باشد نام دارد.

نکته: هر چندضلعی‌های تیز هستند.

تواری و تعداد:

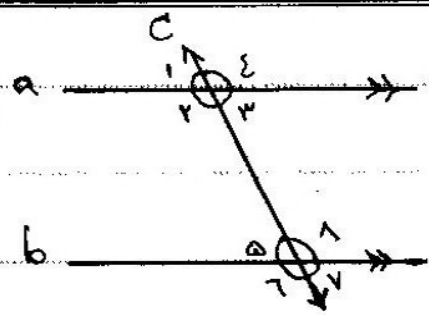
اگر دو خط با هم موازی باشند، فاصله‌ی دو خط همیشه است و دو خط هیچ نقطه‌ی مشترکی ندارند.

موازی بودن دو خط را با نشان می‌دهیم و غیرموازی بودن دو خط را با نمایش می‌دهیم. برای نشان دادن عمود بودن دو خط هم از علامت استفاده می‌کنیم.

موازی بودن چند خط را با علامت‌های یکسان روی هر یک از خطوط موازی مانند ، ، ، نشان می‌دهیم.

اگر خطی دو خط موازی را قطع کند، آن خط، می‌گوئیم.

قضیہ خطوط موازی و محورہ :
 اگر خط موڑی خند خط موازی را قطع کند؛

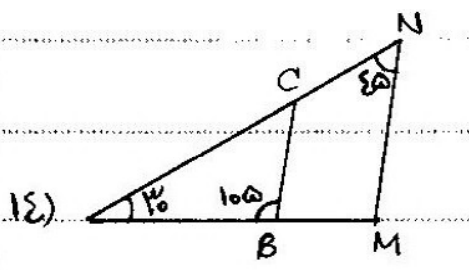
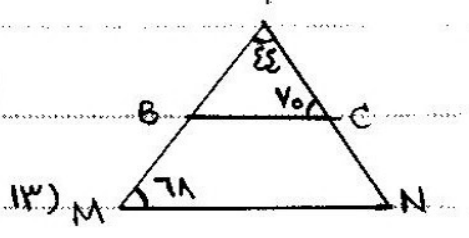
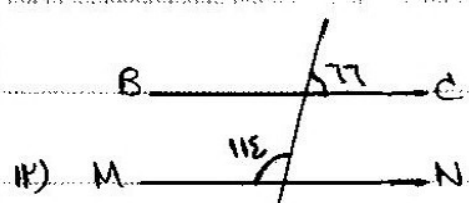
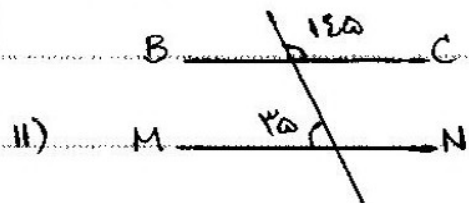


①

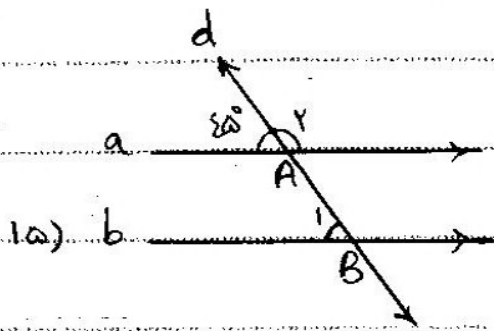
②

③

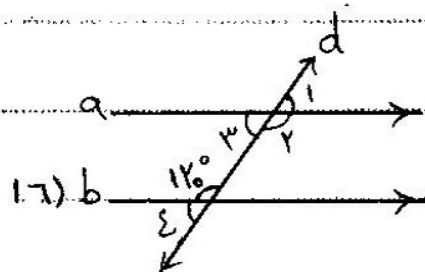
بجزین در کلاس : مشخص کنید در شکل های زیر خطوط BC و MN موازی اند یا خیر؟



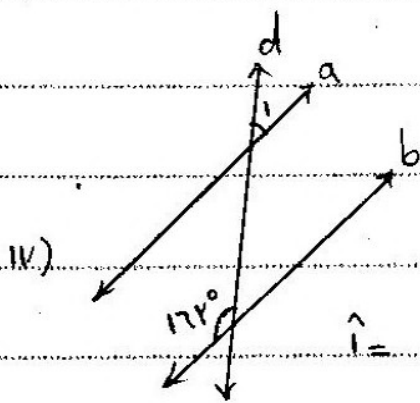
تمرین درک مس: اندازه‌ی زاویه‌های مجهول را در شکل‌های زیر بیابید. (a || b)



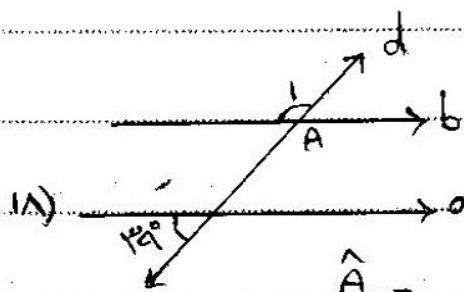
$\hat{A}_r =$, $\hat{B}_r =$



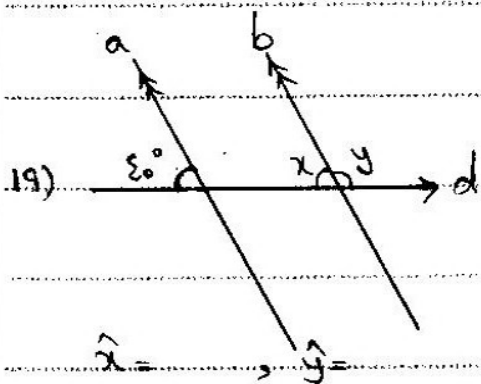
$\hat{\iota} =$, $\hat{\gamma} =$, $\hat{\epsilon} =$, $\hat{\delta} =$



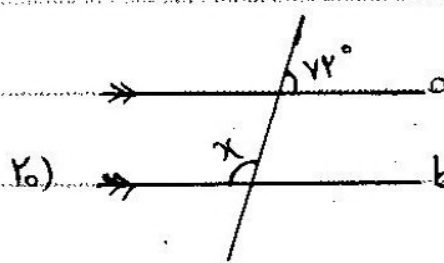
$\hat{\iota} =$



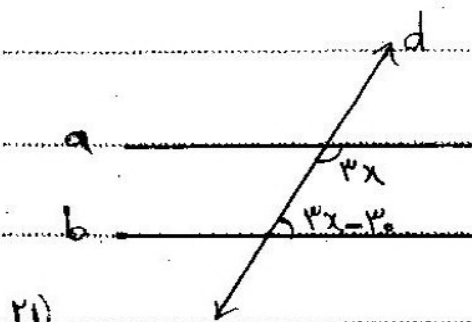
$\hat{A}_r =$



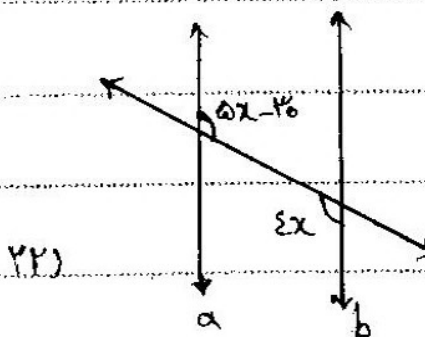
$\hat{x} =$, $\hat{y} =$



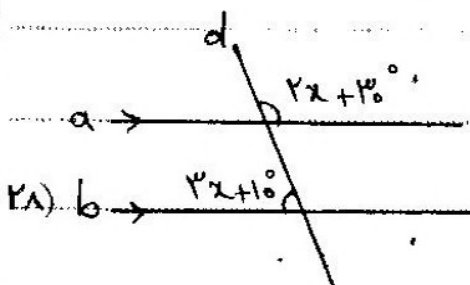
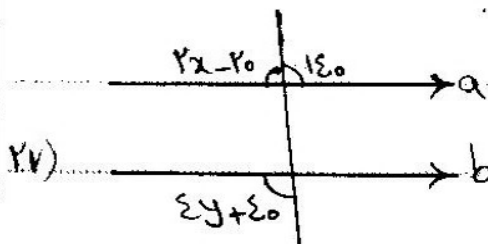
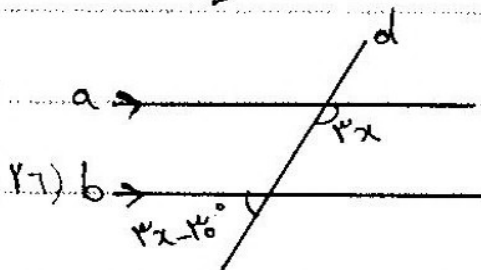
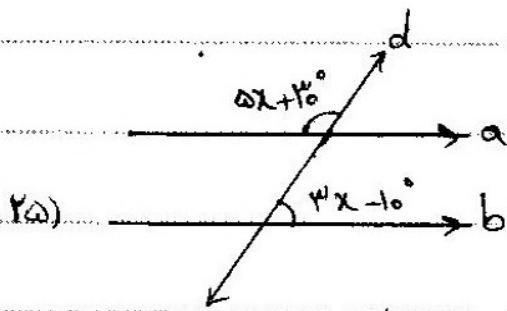
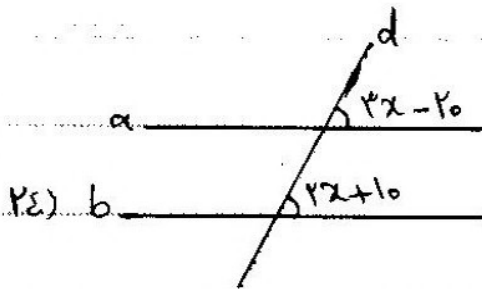
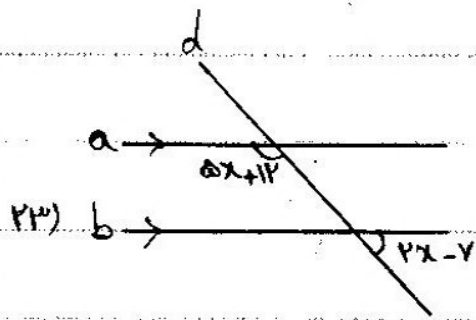
$\hat{x} =$

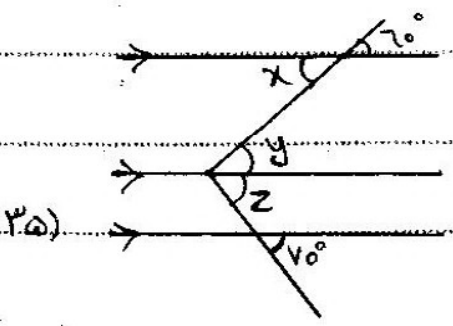
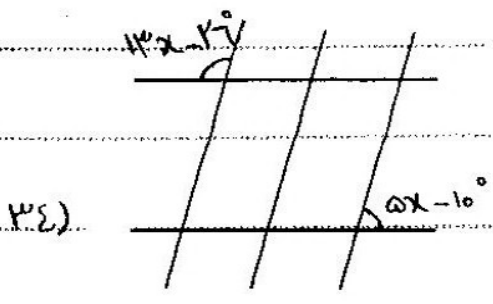
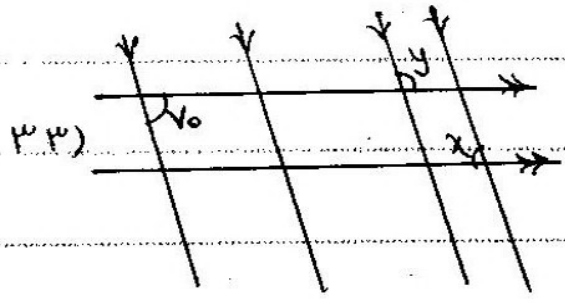
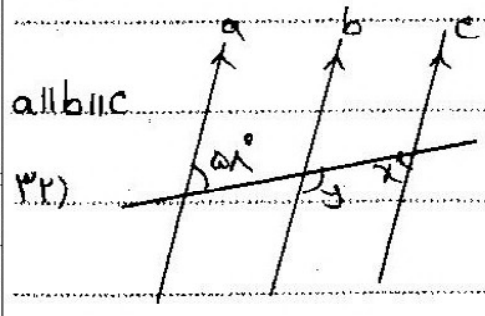
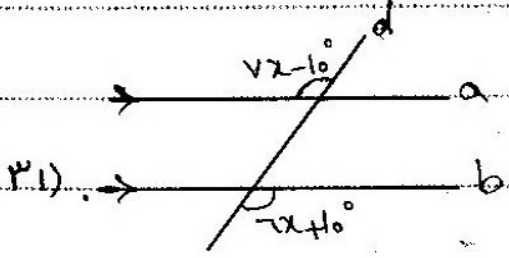
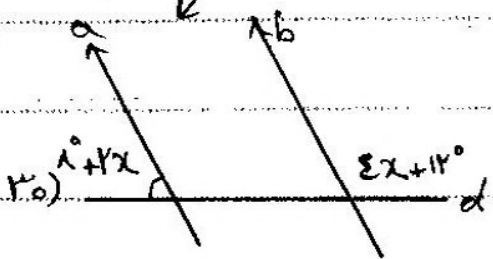
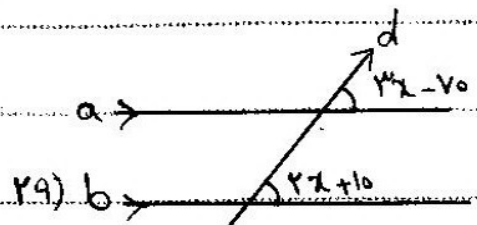


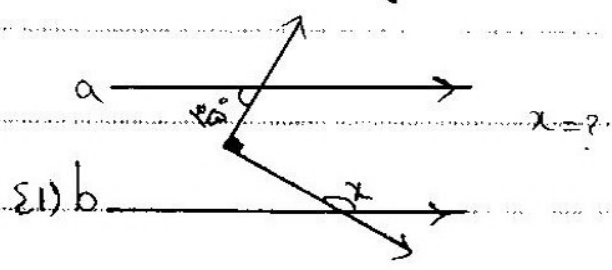
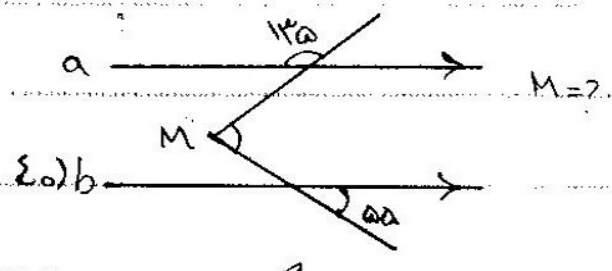
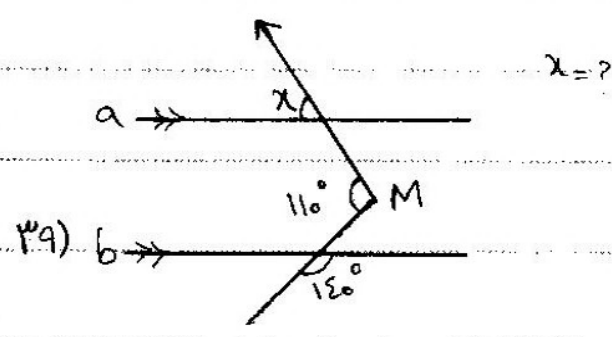
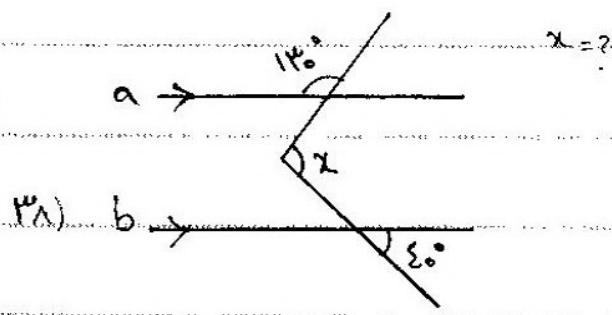
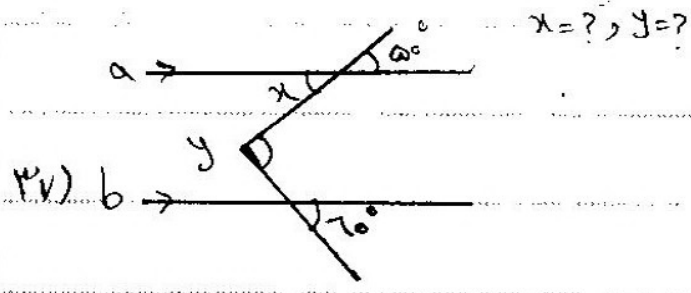
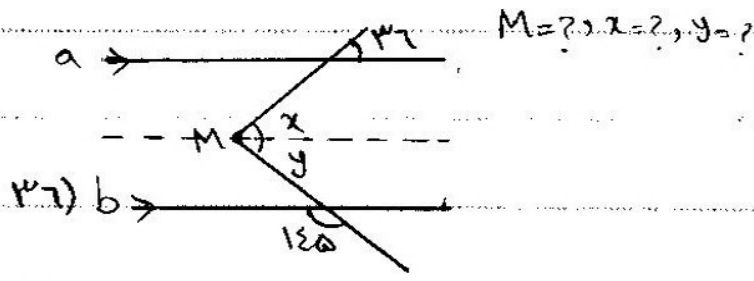
$\hat{x} =$

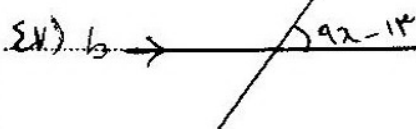
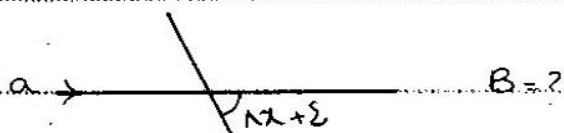
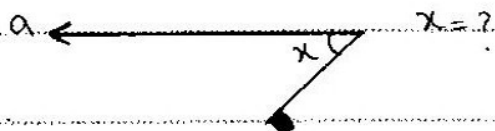
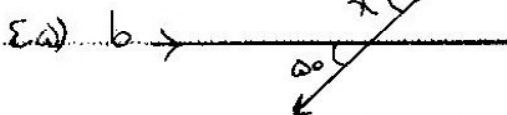
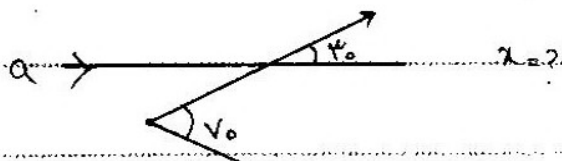
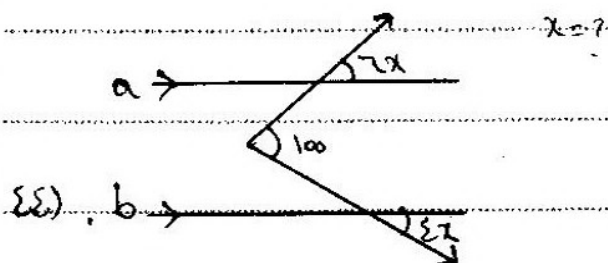
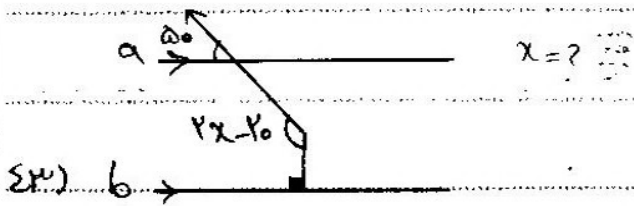
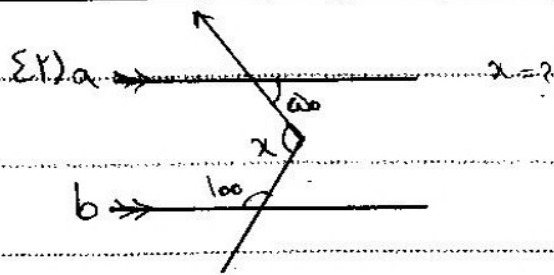


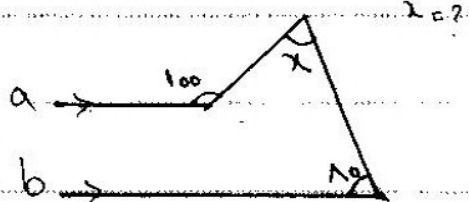
$\hat{x} =$



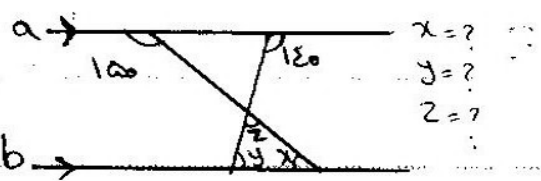




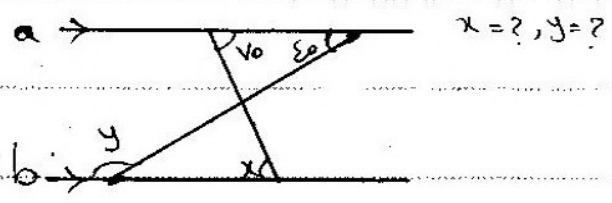




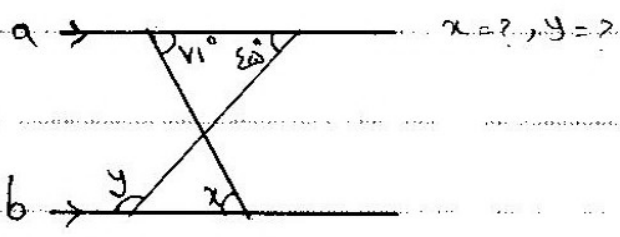
ε1) b →



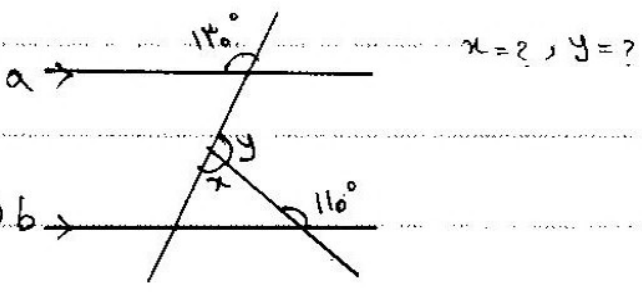
ε9) b →



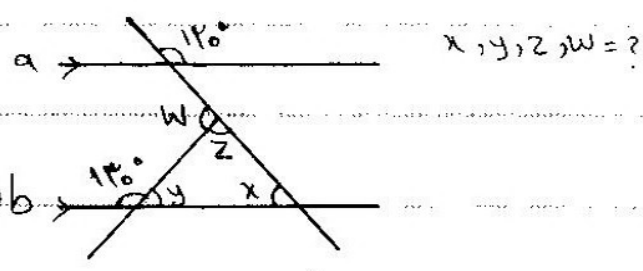
ω0) b →



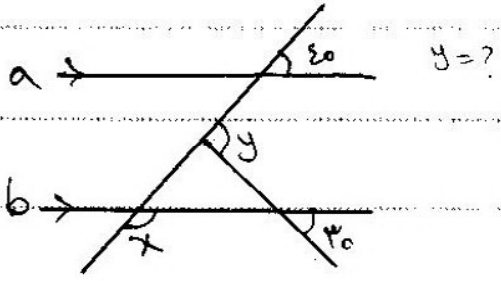
ω1) b →



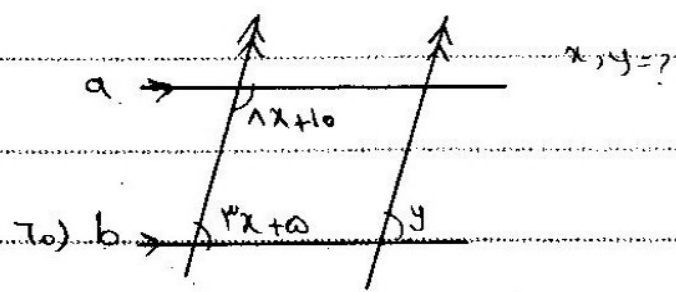
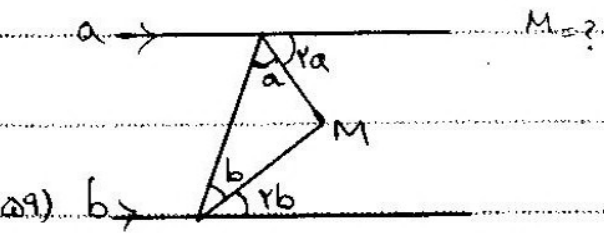
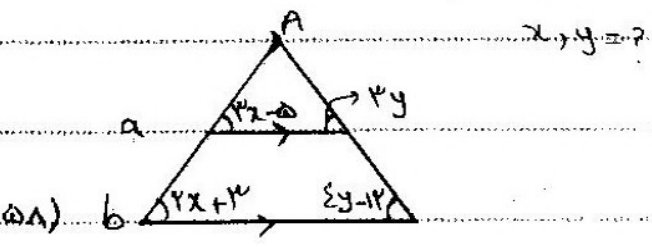
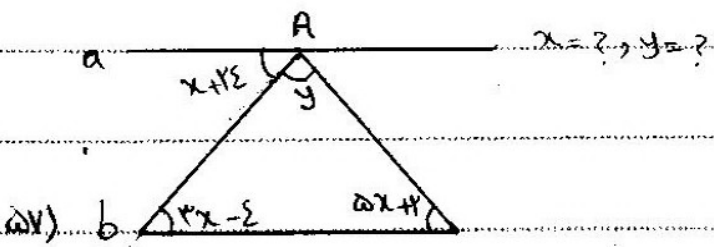
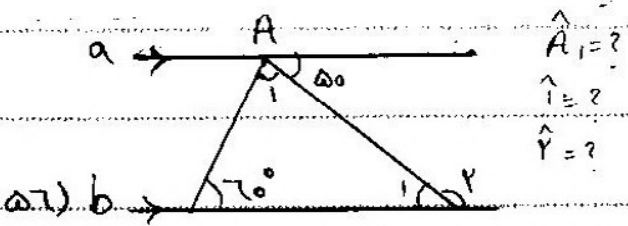
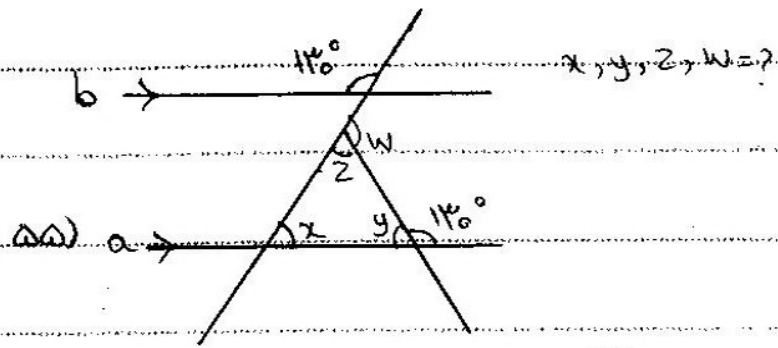
ω2) b →



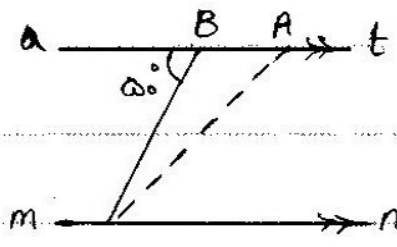
ω3) b →



ω5) b →



۱۱) در مثل متقابل بدانچه زاویه \widehat{BAC} چند درجه است؟ (AC نیم زاویه \widehat{BCN})



($at \parallel mn$)

چند تقسیم مهم در مورد خطوط موازی و عمود :

① دو خط عمود بر یک خط

② دو خط موازی با یک خط

③ اگر چند خط موازی داشته باشیم و خطی بر یکی از آنها عمود شود،

④ اگر دو خط موازی باشند و یکی از این دو خط موازی بر خط دیگری عمود باشد،

⑤ اگر یک خط بر خط دیگری عمود باشد و خط دوم بر خط دیگری عمود باشد،

مکمل در کلاس با رسم شکل و تساوی های زیر را کامل کنید

$\left. \begin{array}{l} m \parallel n \\ m \perp l \end{array} \right\} \begin{array}{l} \perp \\ \parallel \end{array}$

$\left. \begin{array}{l} d \parallel d_p \\ d_p \parallel d \end{array} \right\} \begin{array}{l} \perp \\ \parallel \end{array}$

$\left. \begin{array}{l} a \perp b \\ b \perp c \end{array} \right\} \begin{array}{l} \perp \\ \parallel \end{array}$

$\left. \begin{array}{l} f \perp m \\ f \parallel e \end{array} \right\} \begin{array}{l} \perp \\ \parallel \end{array}$

$\left. \begin{array}{l} a \perp b \\ b \parallel c \end{array} \right\} \begin{array}{l} \perp \\ \parallel \end{array}$

$\left. \begin{array}{l} m \parallel e \\ m \parallel h \end{array} \right\} \begin{array}{l} \perp \\ \parallel \end{array}$

$\left. \begin{array}{l} a \parallel b \\ a \parallel d \end{array} \right\} \begin{array}{l} \perp \\ \parallel \end{array}$

$\left. \begin{array}{l} g \perp q \\ q \perp p \end{array} \right\} \begin{array}{l} \perp \\ \parallel \end{array}$

$\left. \begin{array}{l} m \parallel n \\ n \parallel a \\ a \parallel b \end{array} \right\} \begin{array}{l} \perp \\ \parallel \end{array}$

تجزیه در کلاس (۷۱) : دو خط عمود بر یک خط

(۱) برهم عمودند (۲) با هم موازی اند (۳) برهم منطبق اند (۴) هم دیگر را قطع می کنند

تجزیه در کلاس (۷۲) : اگر $a \perp e$ و $e \perp f$: نگاه

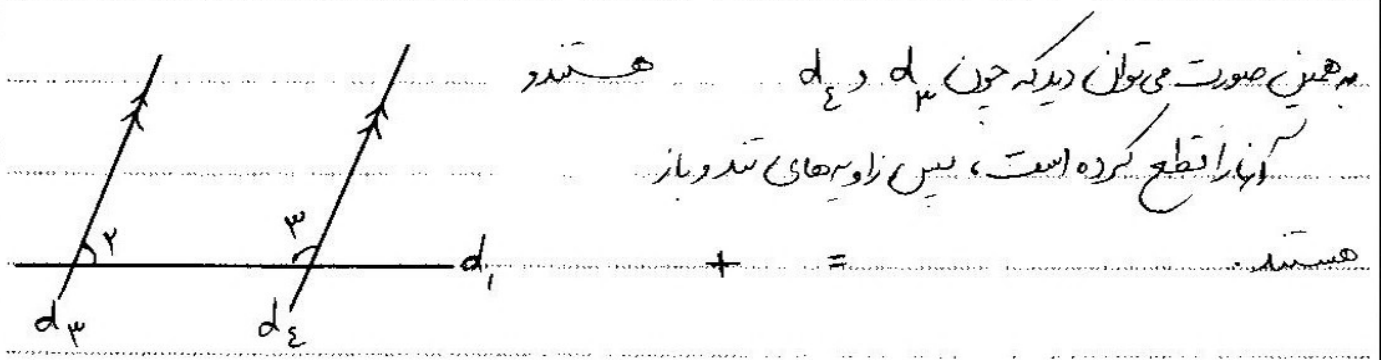
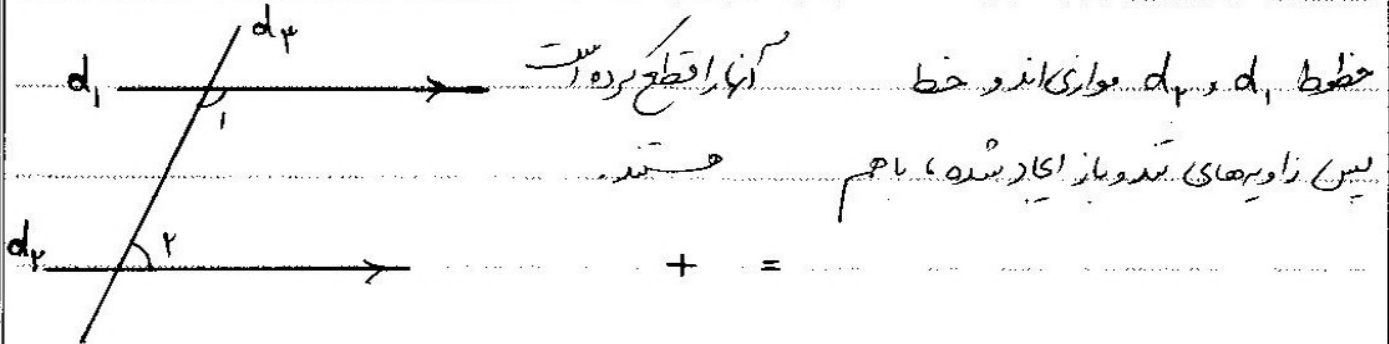
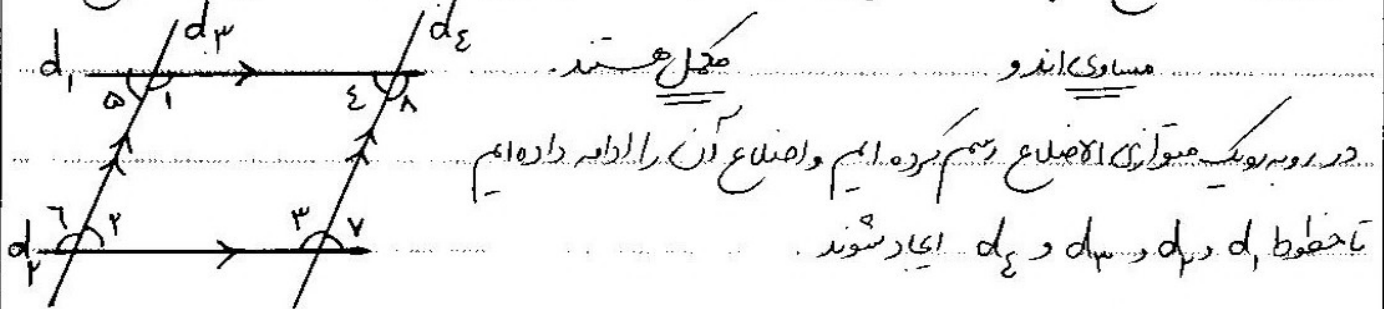
(۱) $a \perp f$ (۲) $e \parallel a$ (۳) $e \parallel f$ (۴) $a \parallel f$

تجزیه در کلاس (۷۳) : $g \parallel h$ و $k \perp h$: نگاه

(۱) $k \perp g$ (۲) $g \parallel k$ (۳) $h \perp g$ (۴) $g \parallel h$

چهار ضلعی ها

موازی الاضلاع : با استفاده از ویژگی های خطوط موازی می توان ثابت کرد که در هر موازی الاضلاع



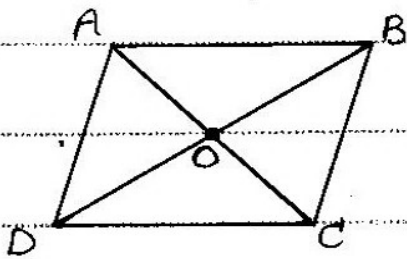
پس این چنین ترتیب می توان هر دو را در هم با هم با هم

نوشتن حاصل :

و با توجه اینکه در قضیه خطوط موازی و مورب همی زاویه های تند با هم برابر هم با هم می توان نوشت :

و همی زاویه های

موازی الاضلاع چهار ضلعی ای است که اضلاع روبه روبه او هم دو برابر با هم و



ویژگی های موازی الاضلاع :

۱. اضلاع روبه رو

۲. زاویه های روبه رو

۳. زاویه های مجاور (کنار هم)

۴. قطرها

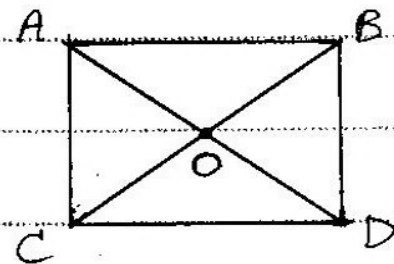
۵. محل برخورد قطرها

۶. موازی الاضلاع محور تقارن

مستطیل : موازی الاضلعی است که زاویه های

دارد یعنی همی و برنگی های موازی الاضلاع

را دارد



ویژگی های مستطیل :

۱. اضلاع روبه رو

۲. زاویه های روبه رو

۳. زاویه های مجاور

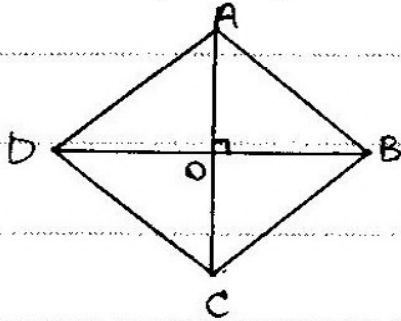
۴ قطرها

۵ محل برخورد قطرها

۶ در سطح قطرها بر هم عمود

۷ بر خلاف متواری الاضلاع که محور تعارن بدست می آید، متقابل

متواری الاضلاع است که آن با هم یعنی همی درونی های متواری الاضلاع



را دارد

و تری های درونی :

۱ اضلاع متقابل

۲ زاویه های روبه رو

۳ زاویه های مجاور

۴ قطرها

۵ محل برخورد قطرها

۶ در لوزی قطرها بر هم عمود

۷ بر خلاف متواری الاضلاع که محور تعارن بدست می آید، لوزی

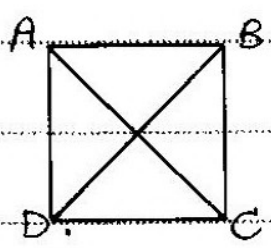
هستند

در لوزی :

ما توجه به اینکه در لوزی قطرها بر هم عمود هستند پس در ابتدا دو خط عمود بر هم رسم می کنیم، یکی از خطها را قطر بزرگ و دیگری را قطر کوچک تصور می کنیم و از نقطه تقاطع دو خط عمود بر هم به اندازه نصف اندازه هر قطر جدا می کنیم و به صورت ۴ نقطه مشخص می کنیم. حالا اگر خط عمودی قطر کوچک بکشیم، از محل برخورد به اندازه نصف اندازه قطر کوچک از سمت بالا و پایین جدا می کنیم و همین طوری از محل برخورد قطرها به اندازه نصف قطر بزرگ از سمت راست و چپ جدا می کنیم. با وصل کردن ۴ نقطه بر هم

لوزی ایجاب می شود

مخزن در کلاس (۷۴) : با طول قطره های ۴ و ۱۰ یک لوزی رسم کنید



مربع : متوازی الاضلاعی است که :

۱۱ هم اضلاعش

۱۲ هم زوایایش

۱۳ زاویه های مجاور

۱۴ قطرها با هم

۱۵ محل برخورد قطرها

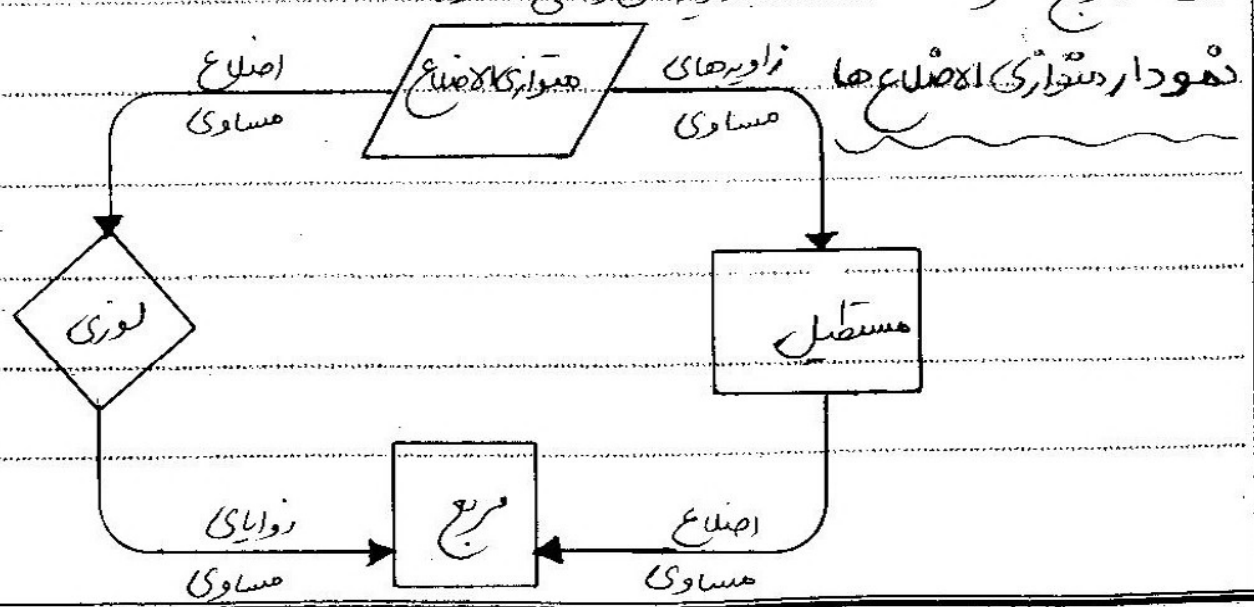
۱۶ در مربع قطرها بر هم عمود

۱۷ در مختلف متوازی الاضلاع که محور تقارن نداشته و مربع دارای تا محور تقارن است

و پای دیگر روی شکل به صورت خط چین

۱۸ در مربع قطرها

زاویه های داخلی هستند



ذو رتبه: ۲ صلح است که فقط ۲ تا از با هم

و مرتبه‌های ذورتبه:

۱) دو عامله‌ای آن با هم

۲) نظرها بلند پیرا نمی‌کنند

۳) زاویه‌های بودیم بود با هم نیستند

۴) در ذورتبه فقط زوایای پایینی و بالای ساق‌ها با هم هستند اما زوایای پایینی ساق‌ها با هم

و زوایای بالای ساق‌ها با هم نیستند

ذو رتبه مستابوی الساقین: ذورتبه‌ای که هر دو ساق آن با هم برابر باشد دارای دو مرتبه زیر است:

۱) زاویه‌های باز با هم و زاویه‌های تند با هم

۲) زوایای تند و باز با هم هستند

۳) ذورتبه‌ای که ۲ زاویه‌ی راست باشد را ذورتبه‌ی می‌گویند

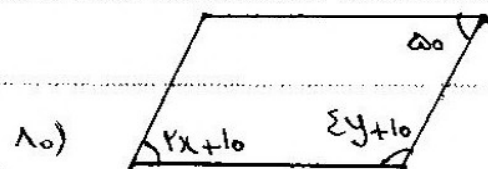
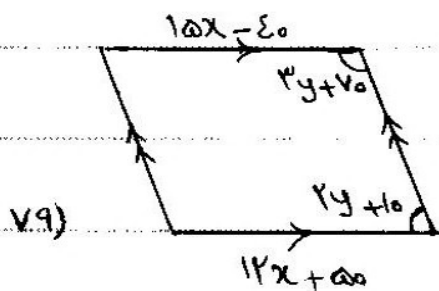
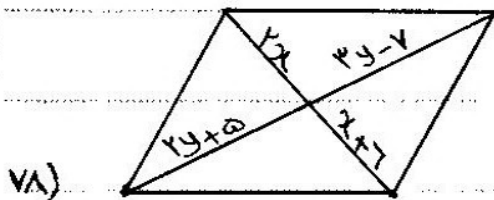
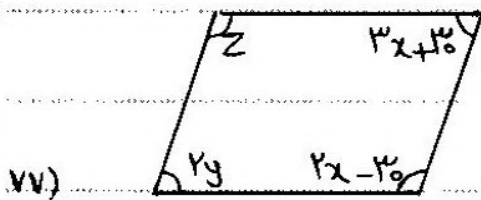
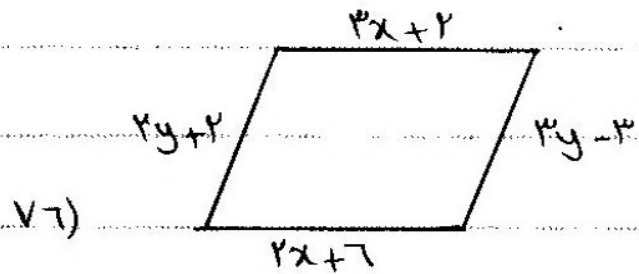
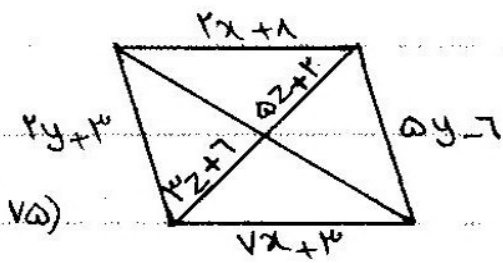
نکته ۱: اگر وسط اصناع یک درج را به صورت متوالی به هم وصل کنیم، ایجاد می‌شود

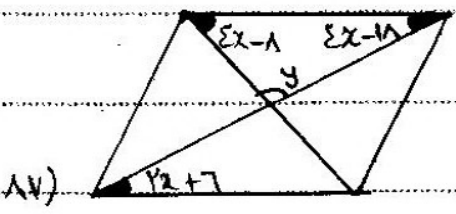
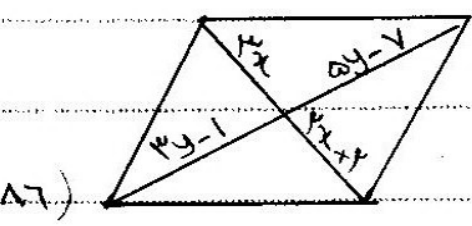
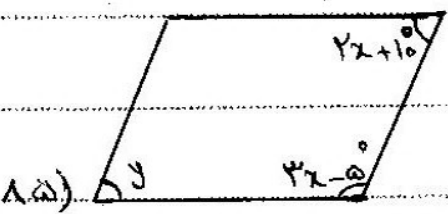
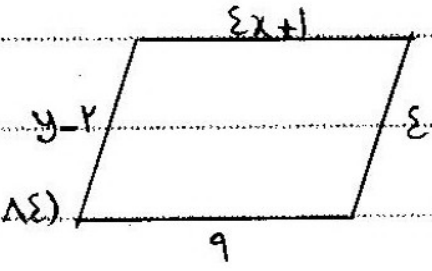
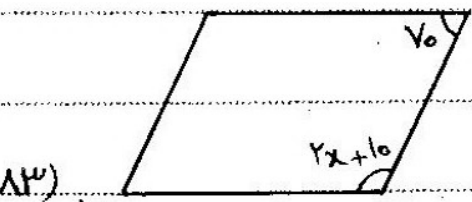
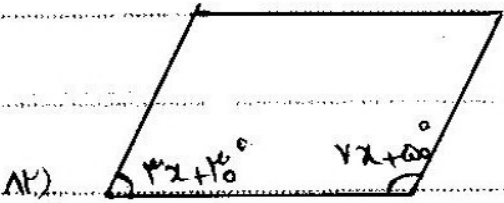
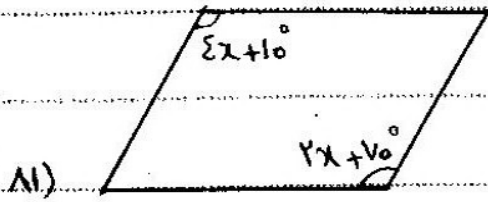
نکته ۲: اگر وسط اصناع یک متقابل را به هم وصل کنیم، ایجاد می‌شود

نکته ۳: اگر وسط اصناع یک لوری را به هم وصل کنیم، ایجاد می‌شود

نکته ۴: اگر وسط اصناع یک متوالی اصناع را به هم وصل کنیم، ایجاد می‌شود

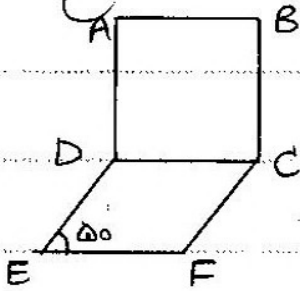
تمرین درکلاس : در متواری اامتللع های زیر معقار x و y را بر دست آورید





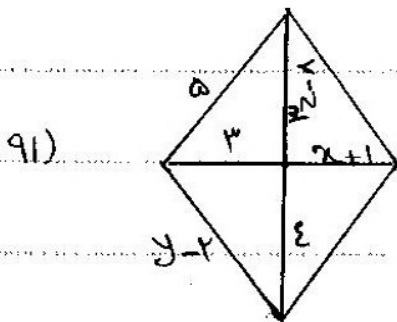
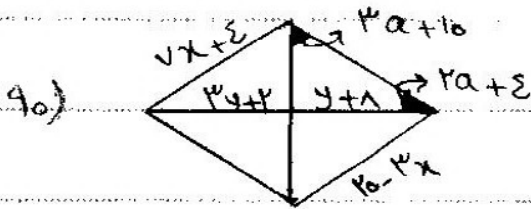
تمرین در کلاس (۸۸) در متواری الاضلاع زاویه بین نیمساز و دو زاویه داخلی چند درجه است؟

تمرین در کلاس (۸۹) در مثل متقابل، مربع ABCD و متواری الاضلاع است CDEF. الف) ثابت کنید $\overline{AB} = \overline{EF}$



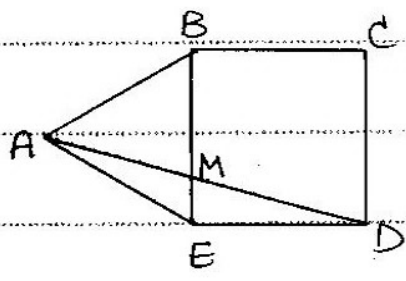
ب) اندازه زاویه \widehat{BCF} را بیابید

تمرین در کلاس: با توجه به ویژگی‌های لوری، مقادیر مجهول را در شکل‌های زیر بیابید

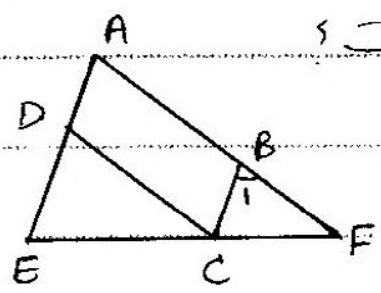


تمرین درکلاس (۹۲) : دو ضلع مجاور در یک لوزی $2x+11$ و $4x-1$ است، محیط لوزی را بیابید.

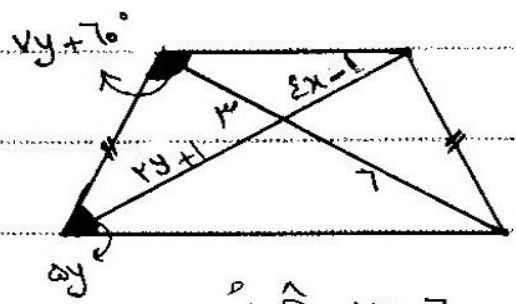
تمرین درکلاس (۹۳) : چنانچه $BCDE$ مربع و $\triangle ABE$ مثلث متساوی الاضلاع است زاویه های M و D چند درجه هستند؟



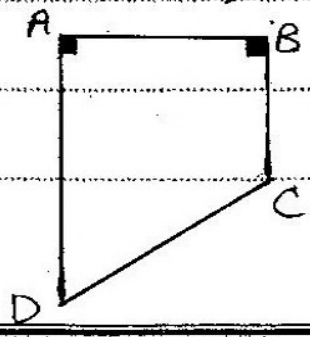
تمرین درکلاس (۹۴) : در مثلث مقابل $AB=CD$ و $BC=AD$ است. اگر $\hat{B}_1 = 75^\circ$ و $\hat{F} = 25^\circ$ باشد، اندازه ی زاویه ی \hat{E} چند درجه است؟



تمرین درکلاس (۹۵) : با توجه به ویژگی های ذوقه متساوی الساقین معادله ی مجهول را در مثل زیر بیابید.

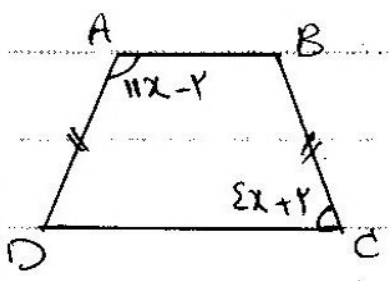


تمرین درکلاس (۹۶) : در ذوقه مقابل اگر $\hat{C} = 15x + 20$ و $\hat{D} = 7x + 7$ باشد،

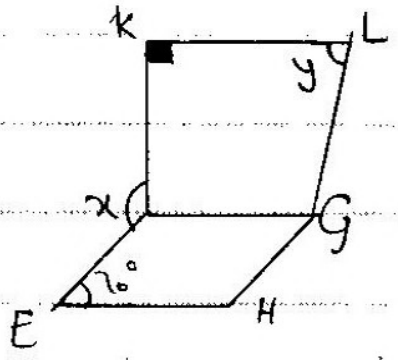


اندازه ی زاویه های \hat{C} و \hat{D} را بیابید.

تمرین در کلاس (۹۷) در ذوزنقه مستوی الساقین مقابل B چندوجه است؟

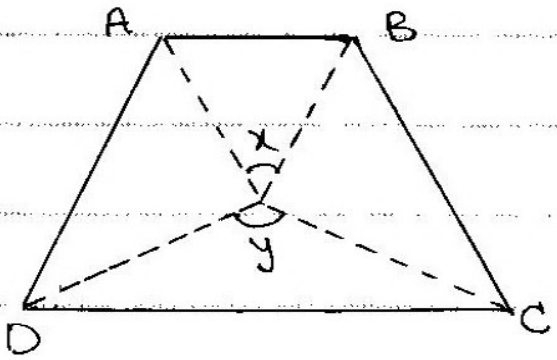


تمرین در کلاس (۹۸) با توجه به ویژگی‌های ذوزنقه و متوازی الاضلاع مقدار x و y را بیابید.



تمرین در کلاس (۹۹) در ذوزنقه‌ای مقابل OA و OB و OD نیم زاویه‌های داخلی هستند.

x + y را بیابید.



زاویه‌های داخلی: به زاویه‌های داخل یک چندضلعی « می‌گویند »

می‌دانیم که زوایای داخلی مثلث مجموعش ۱۸۰ است که با استفاده از این قانون می‌توانیم مجموع

زوایای چندضلعی‌های مختلف را به دست آوریم

برای این کار کافیست که ما رسم از یک شکل را به چند تبدیل کنیم

می‌رفت کنند که قطرها نباید یکدیگر را قطع کنند

نکته (۱): همواره تعداد مثلث‌های ذوزنقه یک چندضلعی تا از تعداد این چندضلعی

است، بنابراین مجموع زوایای چندضلعی برابر است با:

نقطه ۲) در چند ضلعی ها اندازه ی زوایای با هم است بنابراین

برای به دست آوردن اندازه ی هر زاویه ی داخلی چند ضلعی منتظم مجموع زوایای

قسم می کنیم

مکزی در کلاس (۱۰۰) مجموع زوایای داخلی یک ۹ ضلعی را بنویسید.

مکزی در کلاس (۱۰۱) اندازه ی هر زاویه ی داخلی یک ۱۰ ضلعی منتظم را به دست آورید.

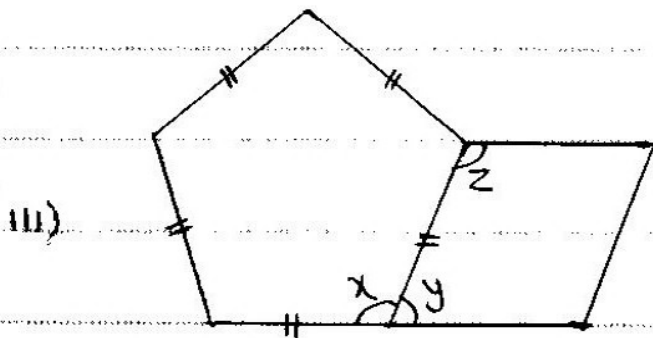
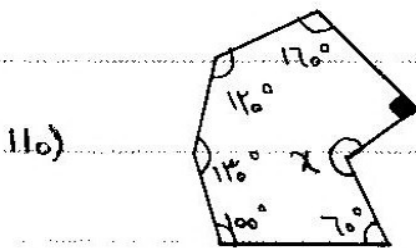
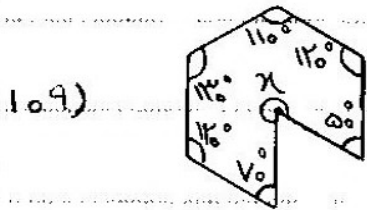
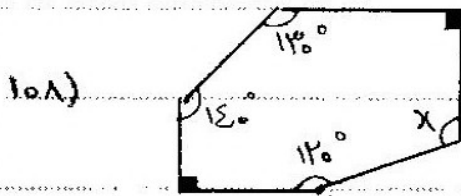
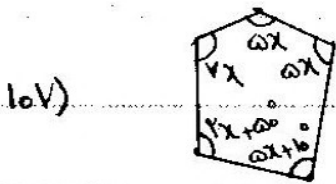
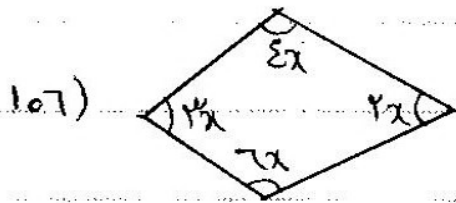
مکزی در کلاس (۱۰۲) مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی 1080 است. n را بنویسید.

مکزی در کلاس (۱۰۳) اندازه ی هر زاویه ی داخلی یک n ضلعی منتظم 156° است. n را بنویسید.

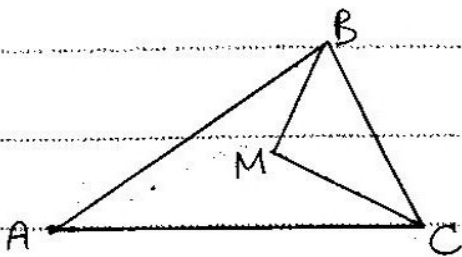
مکزی در کلاس (۱۰۴) مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی 900° است. n را به دست آورید.

مکزی در کلاس (۱۰۵) هر زاویه ی داخلی یک n ضلعی منتظم 135° است. n را بنویسید.

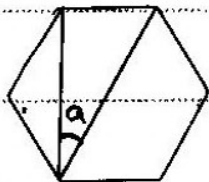
تمرین در کلاس معادله مجهول را در سطح های زیر بنویسید



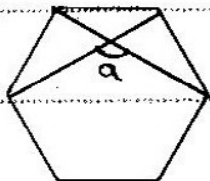
تمرین در کتاب (۱۱۲) در مثل معادل، \overline{BM} نیم‌ساز زاویه B و \overline{CM} نیم‌ساز زاویه C است.
اگر $\hat{A} = 40^\circ$ باشد، زاویه \widehat{BMC} چند درجه است؟



تمرین در کتاب (۱۱۳) در مثل معادل شش ضلعی منتظم است مقدار a چند درجه است؟



تمرین در کتاب (۱۱۴) در شش ضلعی منتظم معادل مقدار a چند درجه است؟



تمرین در کتاب (۱۱۵) مجموع زوایای داخلی یک ضلعی منتظم 900° است زاویه بین نیم‌سازهای داخلی دور زاویه داخلی مجاورش چند درجه است؟

تمرین در کتاب (۱۱۶) اگر یک زاویه داخلی ضلعی منتظم 175° باشد، این شکل چند محور تقارن دارد؟

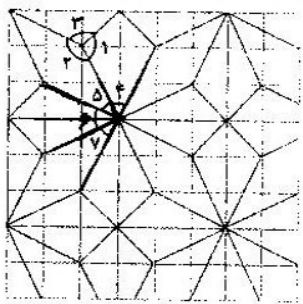
تمرین در کلاس (۱۱۷) : تعداد قطرهای یک مضلع ۹ برابری تعداد اضلاعش است. تعداد اضلاع را بیابید.

تمرین در کلاس (۱۱۸) : اگر از تعداد اضلاع یک چندضلع منتظم ۲ تا کم کنیم اندازه‌ی هر زاویه داخلی آن ۲۰ کم می‌شود. چندضلعی اولیه چندضلع دارد؟

کاشی کاری :

در کاشی کاری از یک یا چند نوع کاشی چندضلعی استفاده می‌کنند، کاشی‌ها را طوری کنار هم قرار می‌دهند که روی هم نیفتند و هم پوشانی نداشته باشند و هم حین جای خالی هم پدیدان نیایند.
 نکته : اگر بخواهیم فقط و فقط یک نوع کاشی، کاشی کاری کنیم، باید ابتدا اندازه زاویه داخلی آن چندضلعی را بدست بیاوریم پس اگر ۳۶۰ بر اندازه زاویه داخلی کاشی بخش پذیر باشد یعنی با این شکل کاشی منتظم می‌توانیم کاشی کاری کنیم و اگر بخش پذیر نبود نمی‌توانیم فقط با این یک نوع کاشی کاری کنیم.

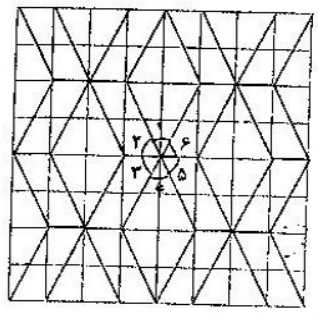
تمرین در کلاس (۱۱۹) : در طرح کاشی کاری مقابل دو نوع کاشی به کار رفته است.
 الف) دو نوع کاشی مشخص کنید.



ب) مجموع زوایای ۱ و ۲ و ۳ چنددرجه است؟

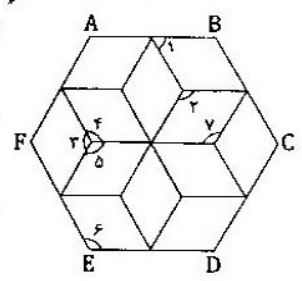
ج) مجموع زوایای ۴ و ۵ و ۶ و ۷ چنددرجه است؟

تمرین در طاس (۱۱۵): در طرح کاشی کاری زیر چند نوع کاشی به کار رفته است؟



مجموع زوایای ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ چند درجه است؟

تمرین در طاس (۱۱۶): در طرح کاشی کاری زیر شش ضلعی منتظم است.

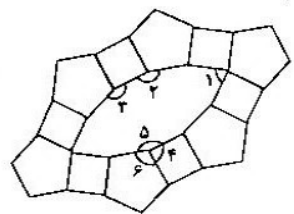


$\hat{\alpha} = \dots$ و $\hat{\beta} = \dots$ و $\hat{\gamma} = \dots$
 $\hat{\delta} = \dots$ و $\hat{\epsilon} + \hat{\delta} + \hat{\gamma} = \dots$

اندازه ی زوایای خواسته شده را بیابید.

تمرین در طاس (۱۱۷): در طرح کاشی کاری زیر چهار ضلعی و پنج ضلعی ها منتظم هستند. اندازه ی زوایای

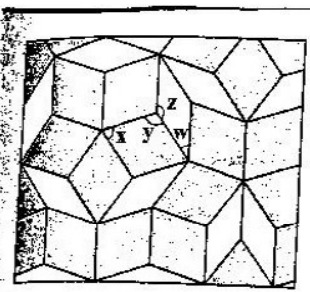
(چهار ضلعی ها و پنج ضلعی ها منتظم اند)



$\hat{\alpha} = \dots$ و $\hat{\beta} = \dots$
 $\hat{\gamma} = \dots$ و $\hat{\epsilon} + \hat{\delta} + \hat{\gamma} = \dots$

خواسته شده را بیابید.

تمرین در طاس (۱۱۸): در شکل کاشی کاری شده ی مقابل، اندازه ی زوایای مجهول را بیابید.



زاویه های خارجی :

« در هر رأس یک چند ضلعی »
« زاویه ای که بین یک ضلع و امتداد یک ضلع دیگر تشکیل می شود »
« آن رأس نامیده می شود »

مثلاً در مثلث ABC زاویه های $\angle A$ و $\angle B$ و $\angle C$ زاویه های خارجی مثلث اند.

نکته ۱: در یک چند ضلعی زاویه های در یک رأس نسبت

{

برابر است با اندازه ی هر در هر
اثبات : * * *
نکته ۲ : * * *
اثبات : * * *

نکته ۳: در هر شکل محدب ، با هر تعداد ضلع مجموع هر ی نوامای برابر است با
اثبات : نکته ۳ برای مثلث

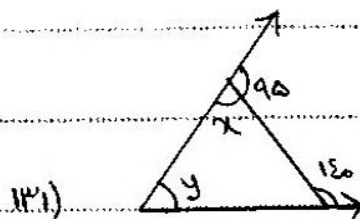
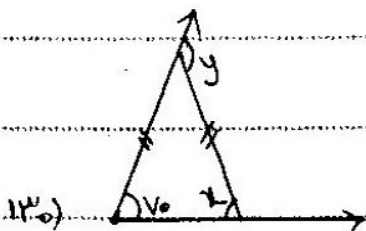
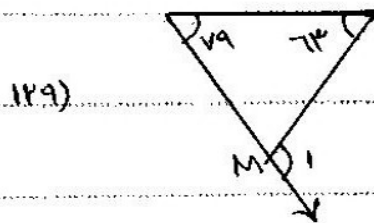
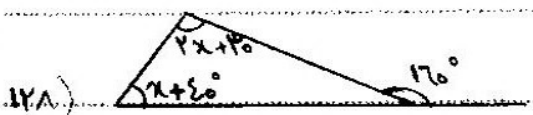
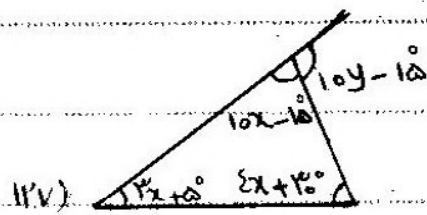
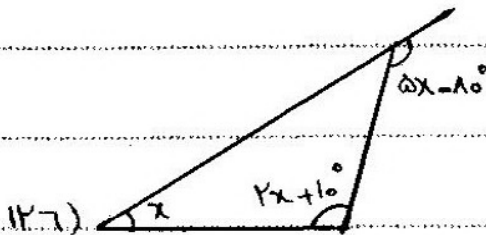
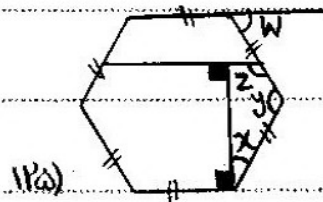
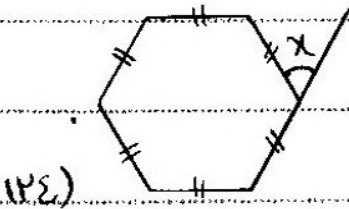
نکته (۴): اندازه‌ی همی یونامی یک چندضلعی « با هم برابر است و مجموع آنها است، پس اندازه‌ی هر برای چندضلعی برابر است با:

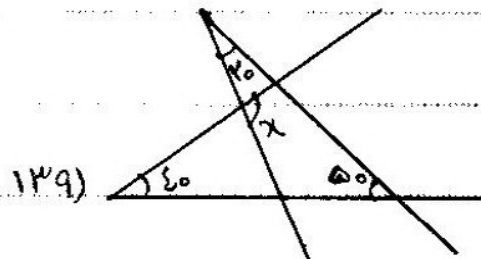
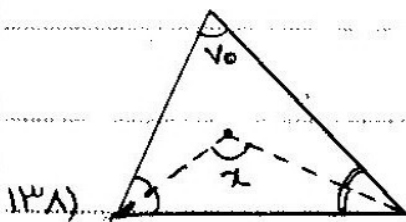
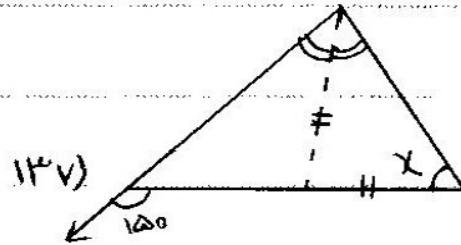
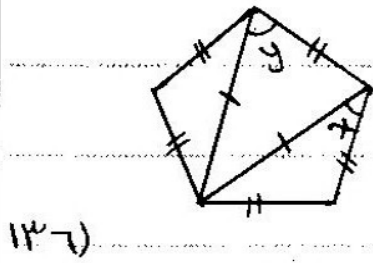
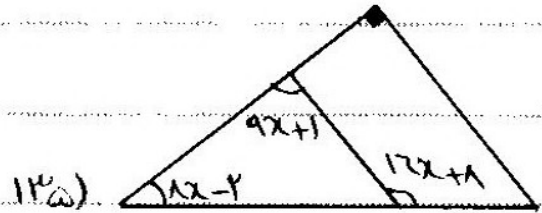
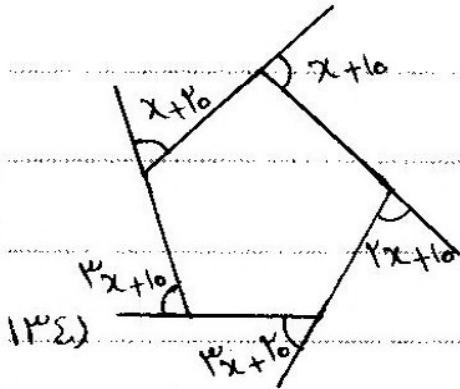
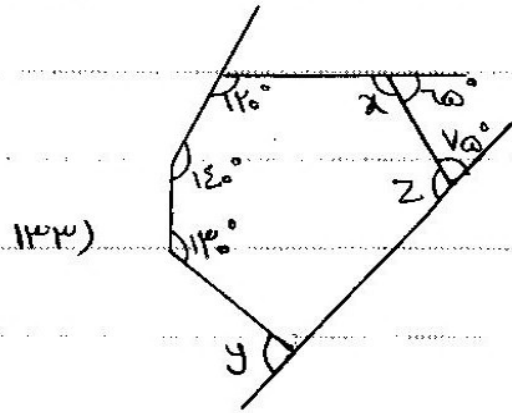
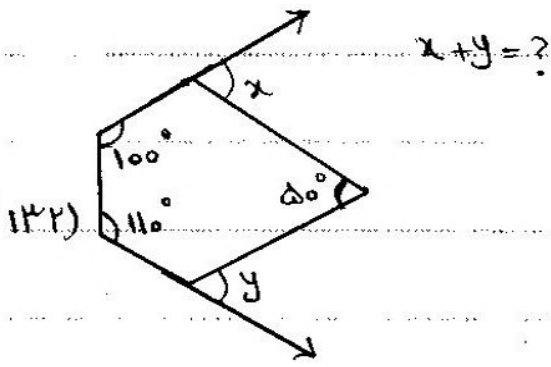
مثلاً اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی در ۶ ضلعی منتظم برابر است با

نکته (۵): هرگاه روی محیط یک شکل حرکت کنیم و یک دور کامل روی محیط چندضلعی بزنیم به اندازه‌ی

حرکت کرده ایم یعنی

محور در کلاس در شکل‌های زیر، اندازه زاویه‌های خواسته شده را بیابید.





بجزین در کتاب (۱۴۰) الف) مجموع زوایای داخلی هر ۱۵ ضلع منتظم چند درجه است؟

ب) اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی ۱۵ ضلع منتظم چند درجه است؟

ج) مجموع زوایای خارجی هر ۱۵ ضلع منتظم چند درجه است؟

د) اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی ۱۵ ضلع منتظم چند درجه است؟

بجزین در کتاب (۱۴۱) دیک مثلث سه زاویه‌ی آن ۲۶° و $۱۶^\circ + ۳۶^\circ$ و $۵۰^\circ + ۶^\circ$ است. اندازه‌ی زاویه‌ی خارجی مجاور کوچکترین زاویه داخلی را بیابید.

بجزین در کتاب (۱۴۲) اگر ماسکینی یک دور کامل روی محیط هشت ضلعی حرکت کند در مجموع چند درجه را طی کرده است؟

بجزین در کتاب (۱۴۳) یک طرفه‌ی یک دور کامل روی محیط ۱۷ ضلعی حرکت می‌کند، او چند درجه می‌پیماید؟

بجزین در کتاب (۱۴۴) اختلاف هر زاویه داخلی یک ۲۰ ضلع منتظم با هر زاویه خارجی یک ۱۰ ضلع منتظم چند درجه است؟

بجزین در کتاب (۱۴۵) زاویه‌های داخلی یک متوازی‌الاضلاع ۶۰° و ۱۴۰° است. زاویه‌ی خارجی باز این متوازی‌الاضلاع چند درجه است؟

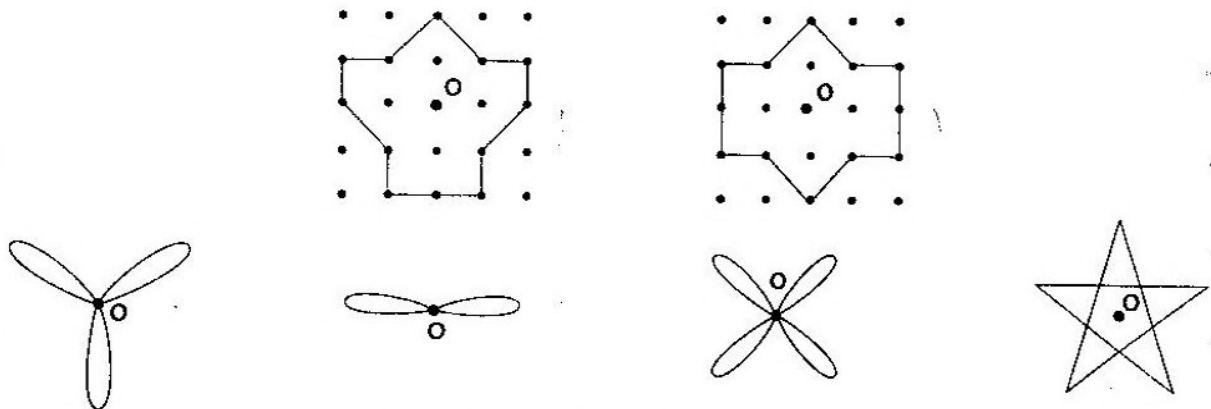
بجزین در کتاب (۱۴۶) مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی یک دوازده ضلعی چند درجه است؟

تمرین‌های آخر فصل ۳:

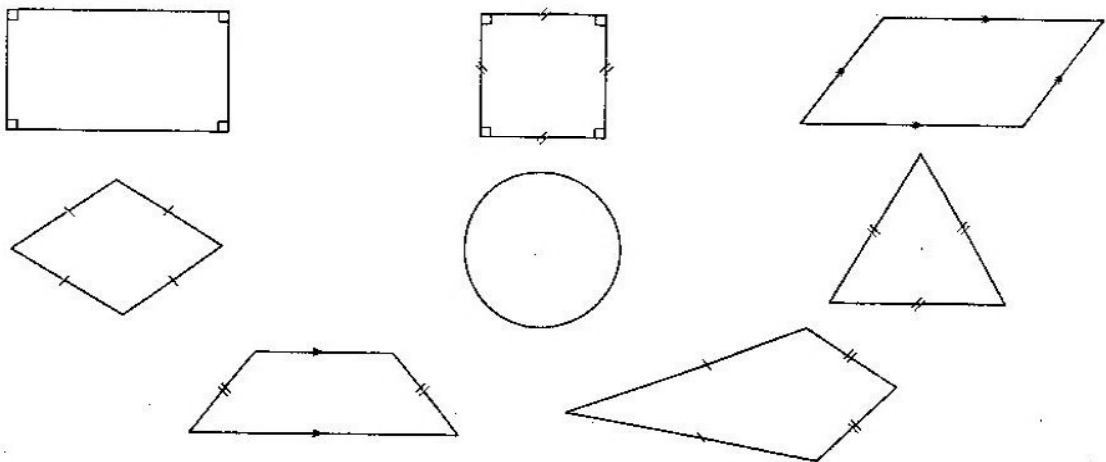
۱) جدول زیر را مانند نمونه کامل کنید.

شکل	مستطیل	مربع	متوازی‌الاضلاع	لوزی	دایره	مثلث متساوی‌الاضلاع	پنج‌ضلعی منتظم	ده‌ضلعی منتظم
تعداد محورهای تقارن	۲							
مرکز تقارن	دارد							

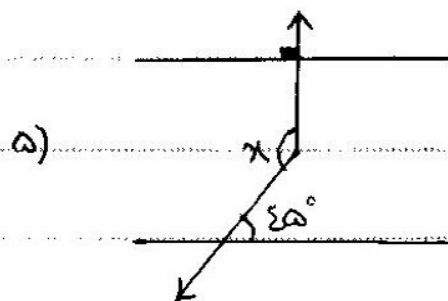
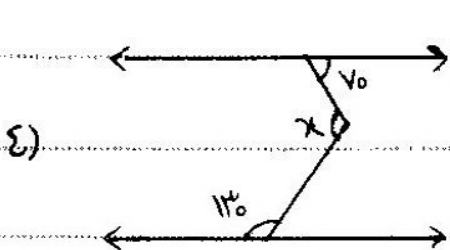
۲) در کدام یک از شکل‌های زیر نقطه‌ی O مرکز تقارن شکل است؟

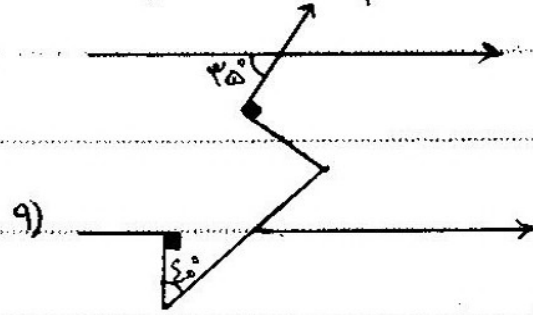
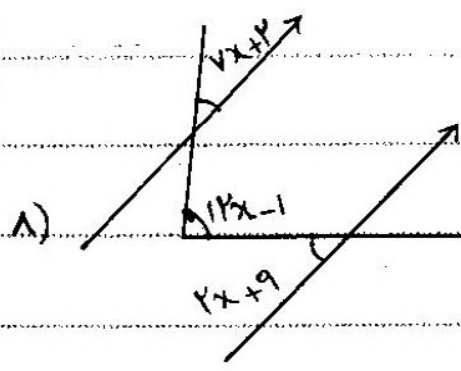
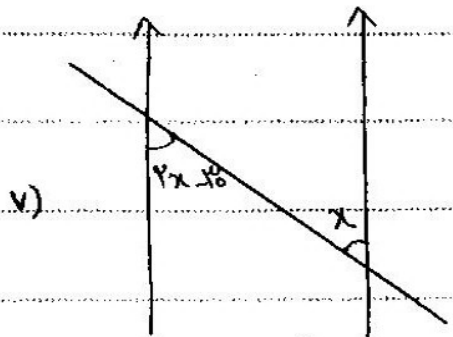
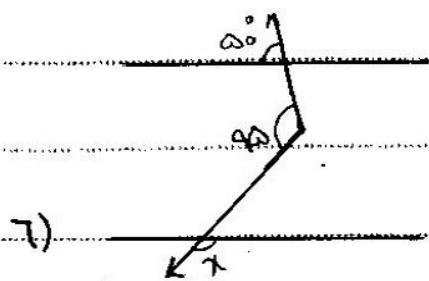


۳) کدام یک از شکل‌های زیر دارای مرکز تقارن هستند؟ مرکز تقارن آن‌ها را مشخص کنید.



۴) معادله‌ی مجامول در شکل‌های زیر را به دست آورید





که تساوی های زیر را کامل کنید (بار سوم شرط)

10) $\begin{cases} d_1 \perp d_2 \\ d_1 \perp d_3 \end{cases} \rightarrow$

11) $\begin{cases} m \perp n \\ e \parallel n \end{cases} \rightarrow$

12) $\begin{cases} e \parallel g \\ g \parallel f \end{cases} \rightarrow$

13) $\begin{cases} k \perp h \\ h \perp e \end{cases} \rightarrow$

14) $\begin{cases} a \parallel b \end{cases} \rightarrow a \parallel n$

$$16) \begin{cases} e \perp h \\ \end{cases} \rightarrow h \parallel n$$

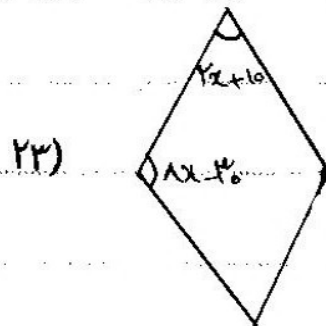
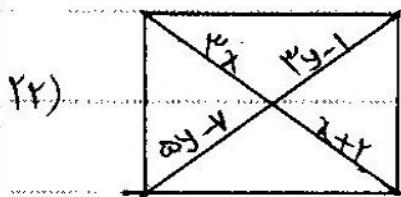
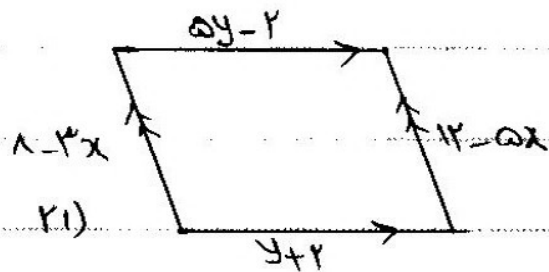
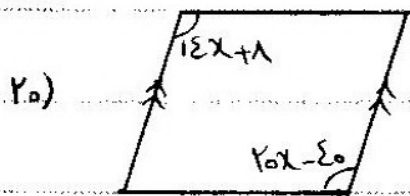
$$17) \begin{cases} k \perp b \\ \end{cases} \rightarrow k \parallel g$$

$$18) \begin{cases} m \parallel n \\ k \perp m \\ \end{cases} \rightarrow$$

$$19) \begin{cases} a \parallel b \\ a \perp n \\ \end{cases} \rightarrow$$

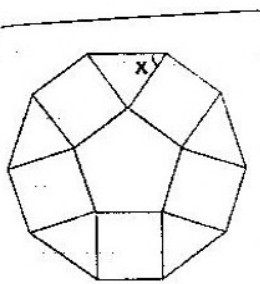
$$19) \begin{cases} e \perp n \\ f \perp n \\ \end{cases} \rightarrow$$

↪ در هر یک از شکل های زیر مقدار x و y را به دست آورید.



(۲۴) از یک رأس یک n ضلعی به رأس هابر دیگر وصل کرده ایم و ۷ مثلث ایجاد شده، n چند است؟

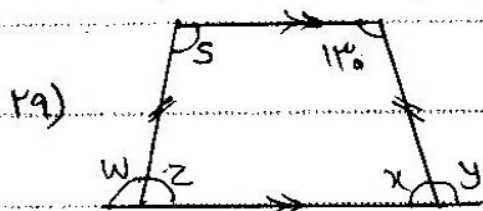
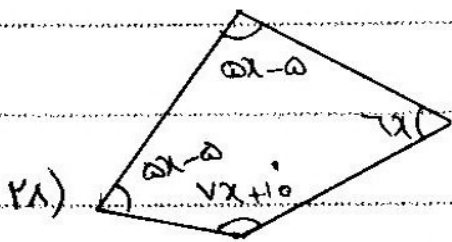
(۲۵) آیا یک کاشی‌هایی به شکل هشت ضلعی منتظم می‌توان کاشی کاری کرد؟
اگر خواهیم با ۸ ضلعی بی‌شائبه چه نوع کاشی دیگری داریم؟



(۲۶) در مثلث معادل زاویه کاشی‌ها منتظم است. x را بیابید.

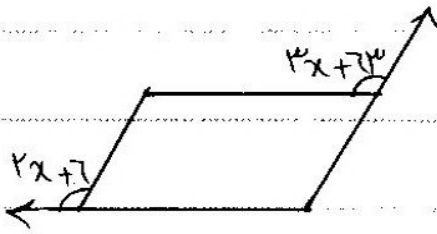
(۲۷) در یک n ضلعی مجموع زاویه‌های داخلی ۲۳۴۰ است. n را بیابید و دست آورید پس اندازه‌های هر زاویه داخلی این n ضلعی را بیابید.

← مقادیر جواب داده شده را بیابید.



(۳۰) اگر دو زاویه درونی یک مثلث ۶۵ و ۴۵ درجه باشند، زاویه بیرونی خارجی رأس سوم کدام است؟

۳۱) با توجه به ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع مقدار x را بیابید.



جای خالی های مهم فصل ۸ :

(۱) دایره یک خط شکسته بسته پس چند ضلعی

(۲) مثلث متساوی الساقین یک چند ضلعی است

(۳) دوران 180° یک شکل حول روی آن منطبق می شود

(۴) شکل های منتظمی که تعداد اضلاع آنها زوج باشد دارند

(۵) در چند ضلعی های منتظم و با هم برابرند

(۶) اگر همی یک مستطیل برابر شود یک مربع می شود

(۷) در هر متوازی الاضلاع زاویه های مساوی و زاویه های مجاور هستند

(۸) اگر خطی بر یکی از دو خط عمود باشد بر دیگری هم عمود است

(۹) در مثلث متساوی الساقین نیمه زاویه بین دو ساق و و و است

(۱۰) مستطیل و لوزی یونی هستند

(۱۱) مرکز تقارن لوزی و مستطیل است

(۱۲) در متوازی الاضلاع زاویه های مقابل هستند و زاویه های مجاور مکمل اند

(۱۳) زوایای متساوی الساقین نوعی متوازی الاضلاع

(۱۴) در متوازی الاضلاع محل برخورد دو قطر است

(۱۵) مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است که

(۱۶) قطرها در لوزی و متوازی الاضلاع

(۱۷) مستطیل یونی است که ۴ زاویه ی قائمه دارد

(۱۸) مربع نوعی متوازی الاضلاع است که دانسته باشد

(۱۹) اضلاع در متوازی الاضلاع و مستطیل با هم برابرند

(۲۰) مجموع زاویه های داخلی یک n ضلعی از رابطه و اندازه ی هر زاویه داخلی n ضلعی مستطیل را طری به دست می آید

- (۲۱) مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی $2n$ درجه است.
- (۲۲) در هر مثلث اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی برابر است.
- (۲۳) n ضلعی منتظم محور تقارن دارد.
- (۲۴) ذوزنقه متساوی الساقین محور تقارن دارد.
- (۲۵) بی‌شمار محور تقارن و مرکز تقارن دارد.
- (۲۶) مثلث قائم الزاویه محور تقارن و مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین محور تقارن دارد.
- (۲۷) و صغیر دو خط به این صورت است که یا هستند یا.
- (۲۸) اگر دو خط با زاویه‌ی برابر یک خط را قطع کنند این دو خط هستند.
- (۲۹) در لوزی دو زاویه‌ی مجاور به یک ضلع هستند.
- (۳۰) سه چهار ضلعی و نظرهای برابر دارند.
- (۳۱) ذوزنقه ای که دو ضلع غیر موازی برابر داشته باشد نام دارد.
- (۳۲) در چند ضلعی اندازه‌ی هر زاویه داخلی کمتر از 180° است و در چند ضلعی زاویه‌ی بزرگتر از 180° داریم.
- (۳۳) مجموع زاویه‌های داخلی و خارجی در هر n ضلعی است.
- (۳۴) مجموع هر دو زاویه‌ی خارجی مجاور یک ضلع متساوی الساقین است.
- (۳۵) تک‌لوزی با زاویه‌ی قائمه است.
- (۳۶) در n ضلعی‌های منتظم، اگر n باشد، مرکز تقارن وجود دارد.

درستی و بازاریابی فصل سوم :

(۱) مثلث یک سه ضلعی منظم است

(۲) ۹ ضلعی منظم مرکز تعادل دارد

(۳) مربع و لوزی ۶ ضلعی منظم اند

(۴) دو خط موازی با یک خط، خودشان بر هم عمودند

(۵) d_1, d_2, d_3 در این معنی است که d_1 و d_2 با هم متقاطع اند

(۶) از یک نقطه بیرون از یک خط فقط یک خط عمود بر آن می توان رسم کرد

(۷) اگر دو خط m و n عمود است می نویسیم $m \perp n$

(۸) متوازی الاضلاع توپر مستطیل است

(۹) در مستطیل قطرها عمود منصف یکدیگرند

(۱۰) در متوازی الاضلاع ضلع ها برابر و موازی در مقابل اند

(۱۱) قطره های مستطیل محورهای تعادل آن هستند

(۱۲) در هر متوازی الاضلاع قطری بر خود قطرهاش مرکز تعادلش است

(۱۳) اندازه هر زاویه داخلی ۵ ضلعی منظم 108° است

(۱۴) مجموع زوایای داخلی یک ۷ ضلعی 1260° است

(۱۵) مجموع زوایای داخلی یک ۸ ضلعی برابر مجموع زوایای داخلی ۶ مثلث است

(۱۶) هر مثلث ۳ زاویه داخلی و ۶ زاویه خارجی دارد

(۱۷) با مشخص بودن ۲ زاویه از مثلث زاویه سوم بر دست می آید

(۱۸) هر زاویه خارجی ۹ ضلعی حدس با مجموع ۳ زاویه داخلی دیگرش برابر است

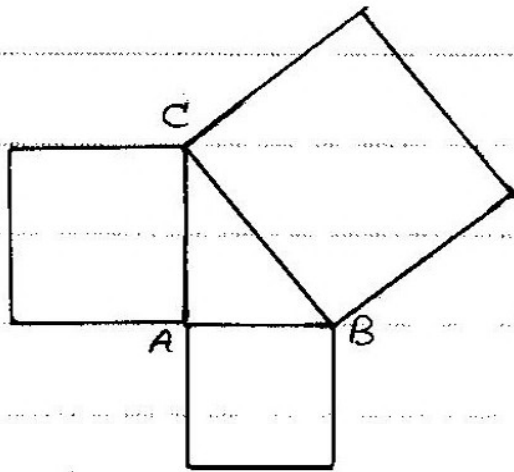
(۱۹) مجموع زوایای خارجی هر چند ضلعی حدس 360° است

Blank lined page for writing.

فصل نهم : مثلث

مثلث قائم الزاویه : مثلثی که یک زاویه راست داشته باشد « نام دارد. »
 در مثلث قائم الزاویه ضلع روبه روی « نام دارد و دو ضلع دیگر را « می نامیم. »

رابطی فیثاغورس : فقط و فقط در مثلث برقرار است.
 در واقع به این مفهوم که اگر روی هر ضلع مثلث قائم الزاویه یک مربع رسم کنیم، مساحت مربع بر روی وتر برابر است با مجموع مساحت مربع بر روی دو ضلع دیگر.



نکته (۱) : وتر ضلع مثلث قائم الزاویه است.
 نکته (۲) : اگر اندازه‌های سه ضلع مثلثی را در رابطی فیثاغورس قرار دهیم و رابطه بین آنها برقرار باشد، آن ۳ ضلع می‌توانند اضلاع یک مثلث باشند.

نکته محاسباتی : در فصل توان و جذر خواهیم آموخت که برای ساده کردن رادیکال ابتدا عدد زیر رادیکال را با حداکثر باید تجزیه کرد (تجزیه و سپس هر شمارنده‌ی اول با هر توانی برای بیرون آمدن از زیر رادیکال باید توانش شود. به $\sqrt{16}$ توجه کنید که می‌توانیم به صورت $\sqrt{2^4}$ بنویسیم و برای ساده کردن توان را تقسیم بر ۲ می‌کنیم و از رادیکال خارج می‌کنیم یعنی $\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$ جذر ۱۶ است.

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{36} = 6$$

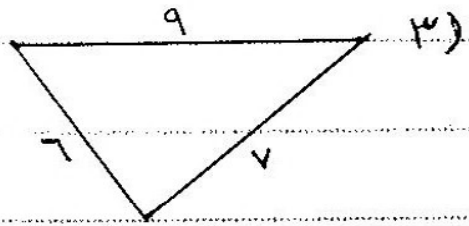
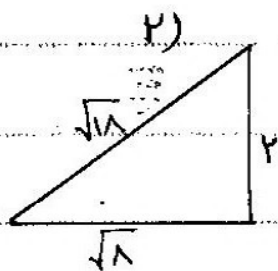
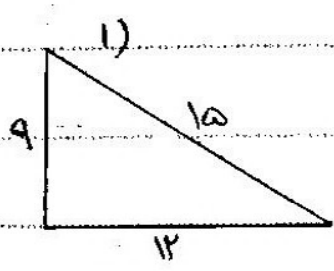
$$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

* نکته راز *

$$\sqrt{50} =$$

$$\sqrt{100} =$$

مخرج در کلاس برای مثلث ها و سری اعداد زیر قائم الزاویه بودن یا نبودن را بررسی کنید



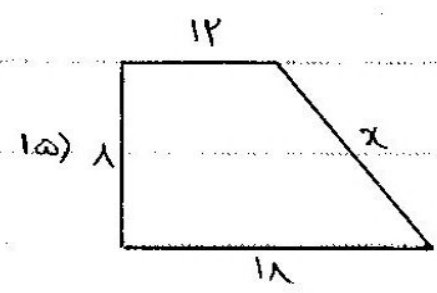
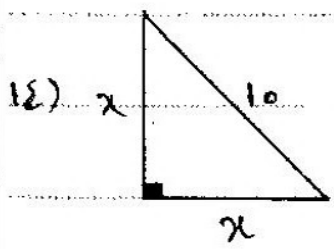
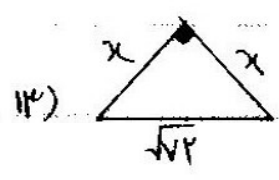
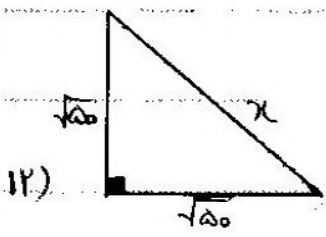
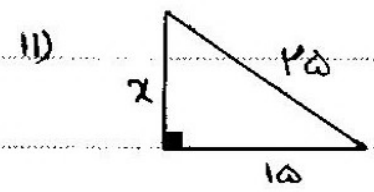
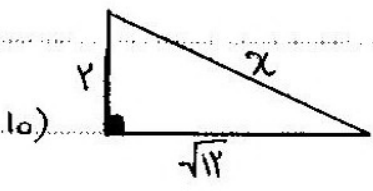
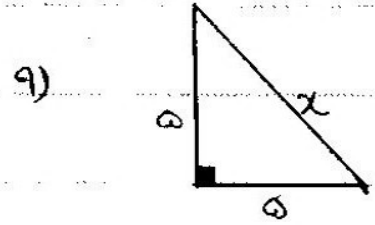
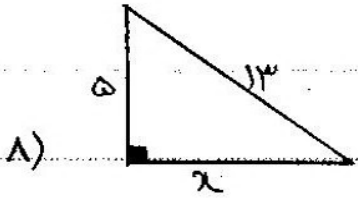
۴) اضلاع ۵، ۱۲، ۱۳

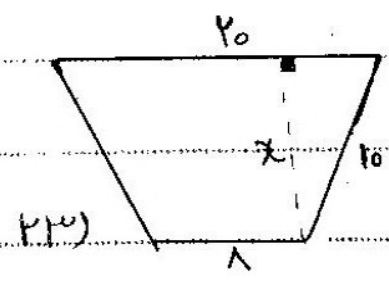
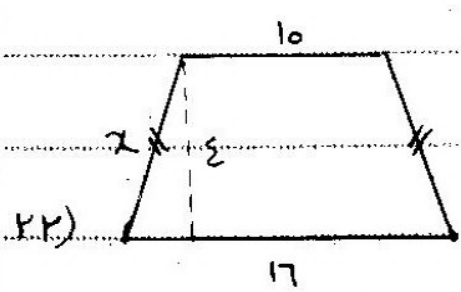
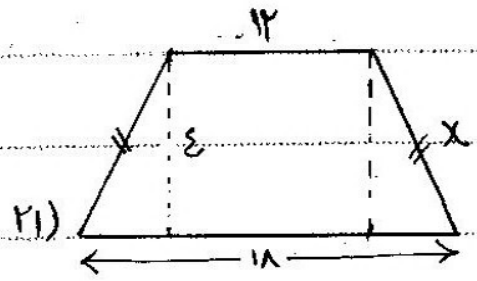
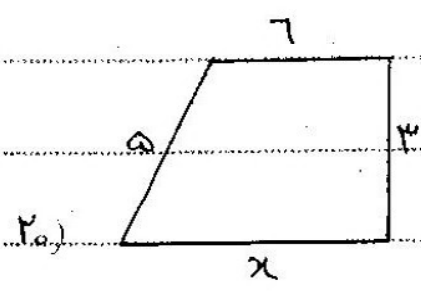
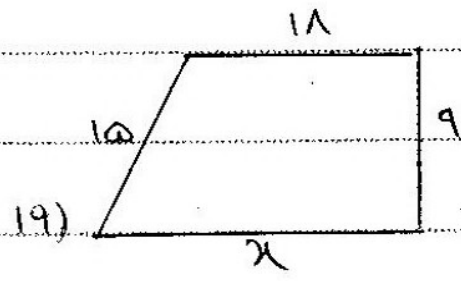
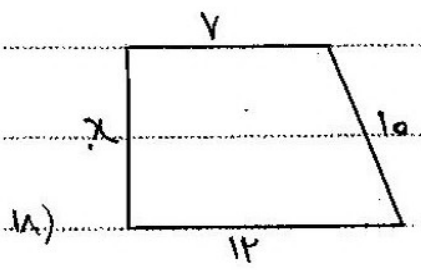
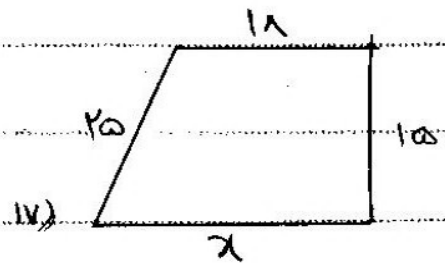
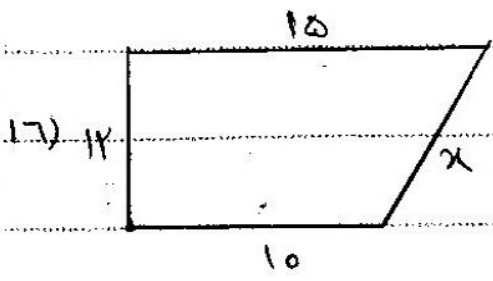
۵) اضلاع ۶، ۷، ۸

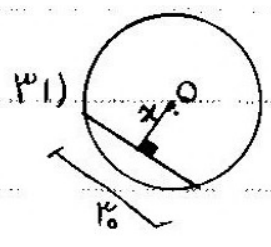
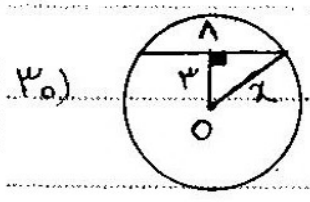
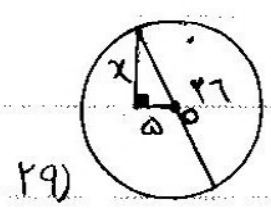
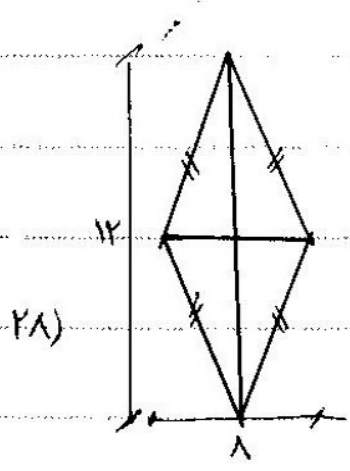
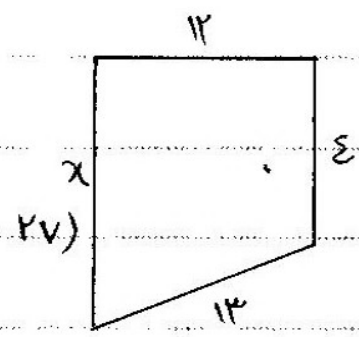
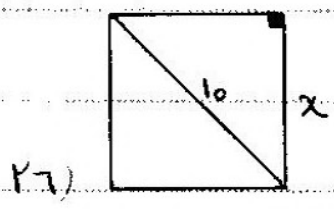
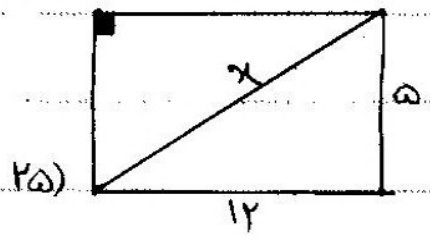
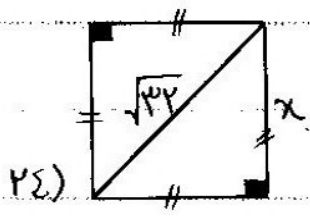
۶) اضلاع ۵، ۱۲، ۱۵

۷) اضلاع ۸، ۹، ۱۰

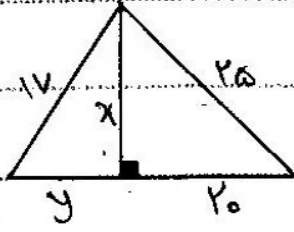
تمرین در کلاس : در شکل های زیر مقدار مجهول را به دست آورید.



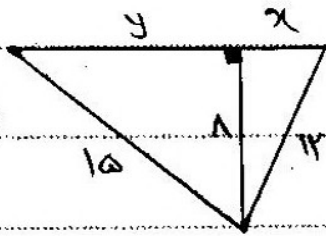




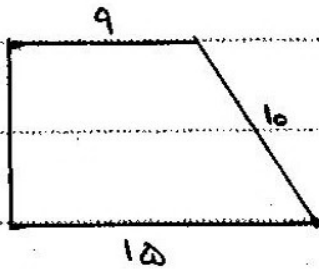
۳۲)



۳۳)



تمرین در کلاس (۳۴) مساحت نوزدهم را برابری است آفرید



تمرین در کلاس (۳۵) مطلوب است طول قطر متعلق به اضلاع $\sqrt{20}$ و ۶ و ۹ ؟

تمرین در کلاس (۳۶) اندازه ی قطرهای یک لوزی ۸ و ۱۰ است

الف) اندازه ی ضلع لوزی را بیابید

ب) محیط لوزی چند است ؟

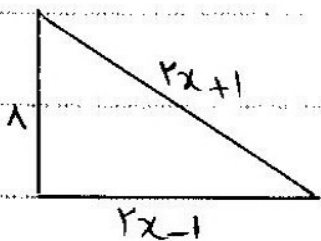
تمرین در کلاس (۳۷) طول قطر یک مربع $\sqrt{100}$ است. مساحت مربع را حساب کنید.

تمرین در کلاس (۳۸) مردمانی به طول ۵ متر را به دیواری به ارتفاع ۴ متر تکیه داده‌اند. فاصله‌ی پایین مردمان از پای دیوار چند متر است؟

تمرین در کلاس (۳۹) مردمانی را روی دیواری که ارتفاع ۷ متر تکیه داده‌اند طوری که از پای دیوار ۴ متر فاصله دارند. حداقل ارتفاع مردمان چند متر است؟

تمرین در کلاس (۴۰) یک مردمان به ارتفاع ۵ متر را به دیواری تکیه داده‌اند. فاصله‌ی مردمان تا سطح زمین ۴ متر است. مردمان را چند متر جابه‌جا کنیم تا فاصله‌ی سینه مردمان تا سطح زمین ۳ متر شود؟

تمرین در کلاس (۴۱) همکار x را در هیئت رویه رویه دست آورد.



تمرین در کلاس (۸۲) در یک دایره به شعاع ۱۳ فاصله‌ی مرکز دایره تا وتر AB برابر ۵ است. طول وتر AB را بدست آورید.

* فاصله در برابری:

تمرین در کلاس (۸۳) مساحت مثلث متساوی الساقین را حساب کنید که طول هر ساق آن 2 cm و قائمه‌ی آن 6 cm است؟

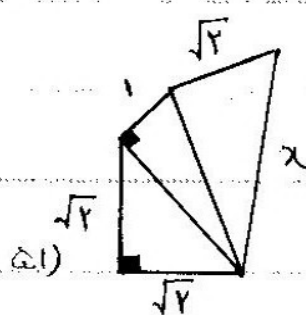
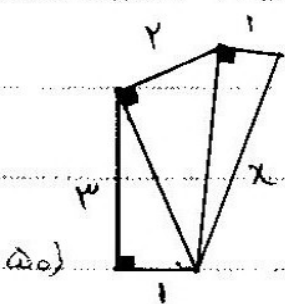
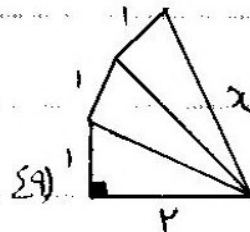
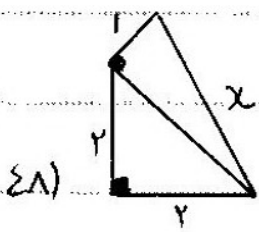
تمرین در کلاس (۸۴) اندازه‌ی قطر مستطیلی که عرض آن ۵ است و طول آن دو برابر عرض آن است چقدر است؟

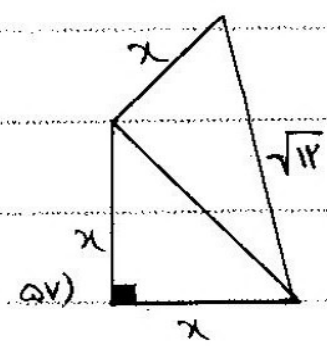
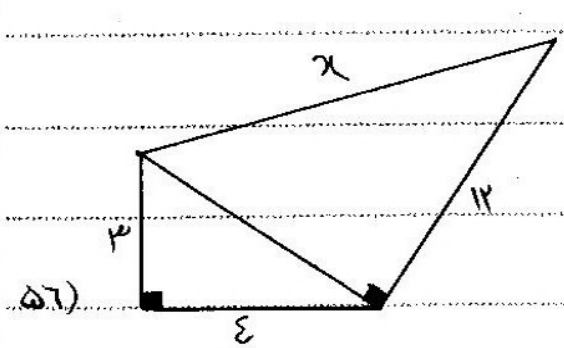
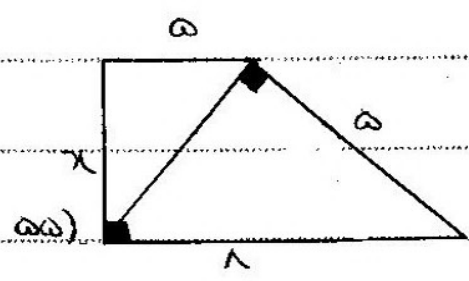
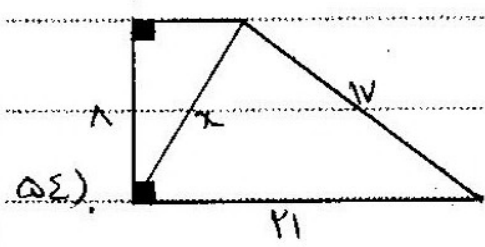
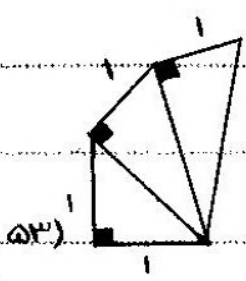
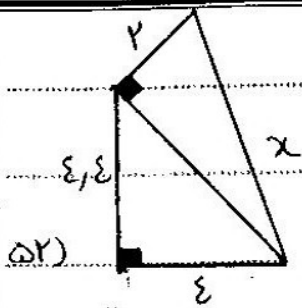
تمرین در کلاس (۸۵) در یک مثلث قائم الزاویه که دو ضلع قائم‌الزاویه آن ۶ و ۸ است، اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر چقدر است؟ (راهنمایی: بعد از رسم ارتفاع وارد بر وتر مثلث اولی به ۲ مثلث قائم الزاویه تبدیل می‌شود. برای حل سؤال کافی است میان مساحت ۲ مثلث ایجاد شده و مساحت مثلث اولی رابطه‌ی $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch$ بنویسیم و ...)

تمرین در کلاس (۴۶) مساحت مثلث متساوی الاضلاعی که ارتفاع آن $2\sqrt{3}$ است را بیابید.

تمرین در کلاس (۴۷) در لوزی به طول ضلع a که قطر کوچک برابر است با طول ضلع لوزی، مساحت لوزی را بیابید.

تمرین در کلاس معادله محمول را در شکل های زیر بیابید.





رسم باره خط هائی با طول رادیکالی :

الف) روش اول :

ب) روش دوم :

ج) روش سوم :

د) روش چهارم :

مخرج در کلاس : اعداد رادیکالی زیر را روی محور نشان دهید

۵۸) $-\sqrt{10}$

۵۹) $\sqrt{5}$

۶۰) $\sqrt{2}$

۶۱) $\sqrt{13}$

۶۲) $\sqrt{17}$

۶۳) $\sqrt{18}$

۶۴) $\sqrt{3}$

۶۵) $\sqrt{6}$

۶۶) $-1 + \sqrt{5}$

۶۷) $2 - \sqrt{8}$

$$28) 1 + \sqrt{4}$$

$$29) 1 - \sqrt{4}$$

$$30) -2 + \sqrt{4}$$

$$31) -2 - \sqrt{4}$$

$$32) -2 + \sqrt{4}$$

$$33) -2 - \sqrt{4}$$

$$34) 2 + \sqrt{16}$$

$$35) 2 - \sqrt{16}$$

مطالعه خود را در اینجا بنویسید:

تبدیل‌های هندسی:

(۱) انتقال:

(۲) آعازن مجوری:

(۳) دوران:

شکل‌های هم‌بند

اگر بتوان شطرنج را با یک تبدیل‌های هندسی (...) روی شکل دیگر کرد طوری که ... می‌گوئیم دو شکل هم‌بند هستند، حتی

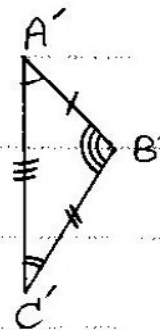
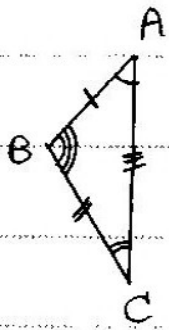
ممکن است از چند تبدیل هندسی در شکل‌های هم‌بند استفاده شده باشد

که هر دو دو چند ضلعی باشند اجزای آن‌ها با هم

یعنی با هم برابرند و با هم برابرند

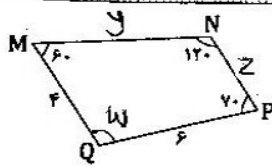
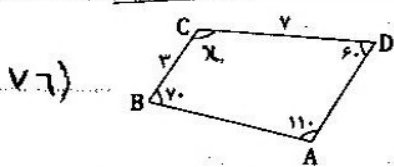
برای نمایش دادن بودن دو شکل از علامت استفاده می‌کنیم. به شکل زیر د

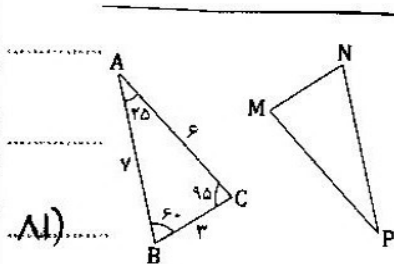
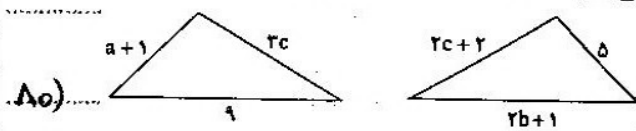
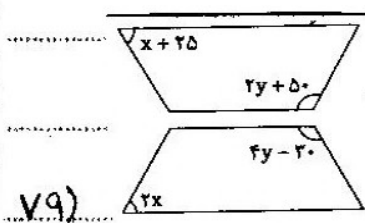
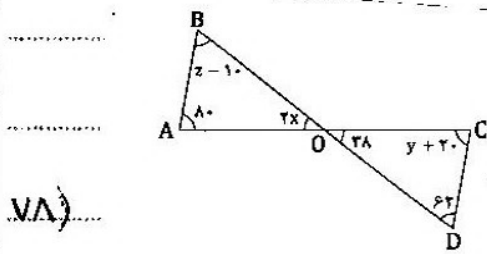
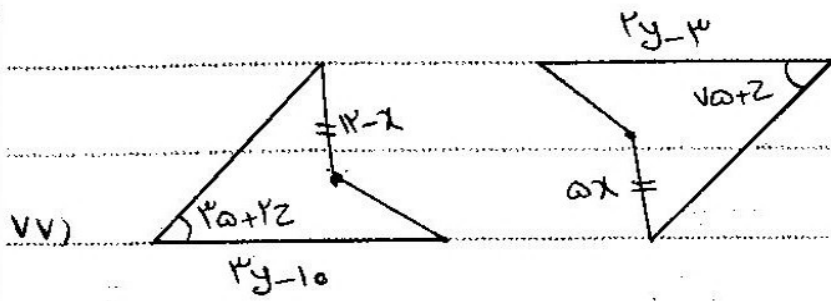
نوشته‌ها اجزای متناظر رفت کنید:



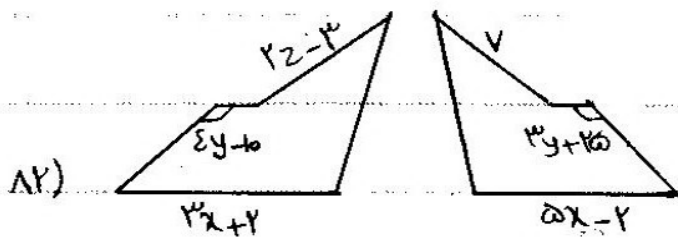
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{A'B'} \\ \overline{BC} = \overline{B'C'} \\ \overline{AC} = \overline{A'C'} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{اصطلاح متناظر} \\ \text{روانای متناظر} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{array} \right.$$

تمرین در کلاس: شکل‌های زیر دو هم‌بند هستند، هم‌اندازه و هم‌شکل را بنویسید

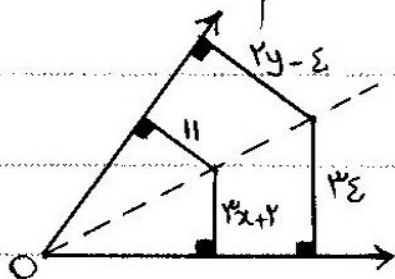




$\hat{P} = ?$ $\overline{MN} = ?$
 $\hat{M} = ?$ $\overline{MP} = ?$
 $\hat{N} = ?$ $\overline{NP} = ?$



تمرین در کلاس (۸۳) : در شکل مقابل $5x$ بیاض است. مقدار $x+2y$ کلاس است 5 .



صفت‌های هم‌پسندی
برای حل سوالات هم‌پسندی:

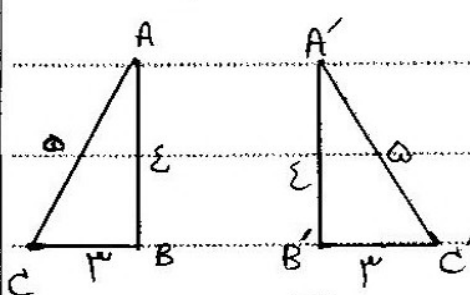
- ۱
- ۲
- ۳
- ۴
- ۵
- ۶

«حالت اول هم‌پسندی»

اگر هر ضلع مثلث اول با هر ۳ ضلع مثلث دوم برابر باشند، این دو مثلث به حالت
«یا» هم‌پسندی هستند.

که می دانیم هر مثلث ۳ ضلع و ۳ زاویه دارد که از برابری برخی از اجزا در اثبات همبستگی استفاده می کنیم و بعضی از آنها در اثبات همبستگی استفاده نمی شود که به آن ها «...» می گوئیم که پس از اثبات همبستگی تساوی را می نویسیم. مثلاً در حالت اول همبستگی یعنی ضلعین من برای استدلال ۳ ضلع و ۳ زاویه باقی می ماند (از هر مثلث) که به عنوان اجرای متناظر می نویسیم.

مسئله: دو مثلث زیر چه حالتی همبستگی اند؟ ثابت کنید.



فرض	$AB = A'B', BC = B'C', AC = A'C'$
حکم	$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

استدلال $\begin{cases} AB = A'B' \\ BC = B'C' \\ AC = A'C' \end{cases}$ من من من $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ اجرا $\begin{cases} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{cases}$ متناظر

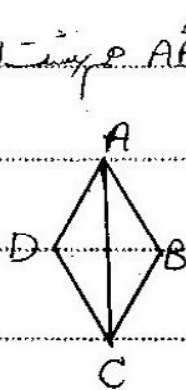
نکته ۱: اثبات این حالت همبستگی فقط در برقرار است.

نکته ۲: گاهی بین دو مثلث وجود دارد این ضلع در هر دو مثلث است.

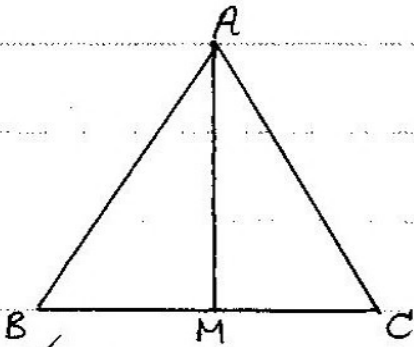
نکته ۳: همیشه مانند مثال حل شده ی بالا اصلاً ضلع مثلث را با اندازه هایش در اختیار نداریم، لازم است از اطلاعات مسئله و قوانین ریاضی (اطلاعات جوتقان) برابری اضلاع را بسازیم. مثلاً می دانیم در مثلث و با هم برابرند یا فاصلی هر نقطه از محیط دایره تا مرکز دایره ()

در یک دایره برابر است و ...

معمولاً در کتاب (۱۴) چهار ضلعی ABCD گفته است. چرا دو مثلث ABC و ADC همبستگی اند؟

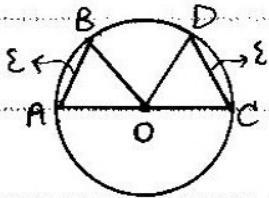


تمرین در کتاب (۸۵) مثلث ABC مستوی الساقین است و AM میانه‌ی وارد بر BC است. دلیل هم‌پوشی دو مثلث ABM و ACM را بنویسید.

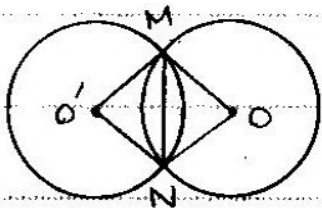


تمرین در کتاب (۸۶) ثابت کنید قطرهای متوازی الاضلاع آن را به دو مثلث هم‌پوش تبدیل می‌کنند (رسم کنید قطر کافی است).

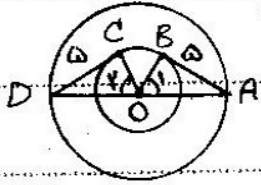
تمرین در کتاب (۸۷) قطری O مرکز دایره است. دو مثلث OAB و ODC به چه حالتی هم‌پوشند. اجزای متناظر را برابر آنها بنویسید.



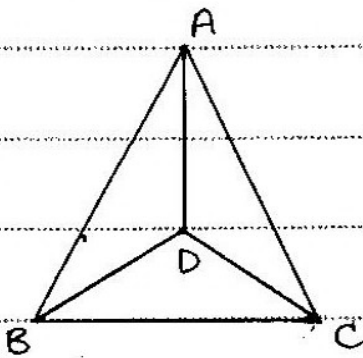
تمرین در کتاب (۸۸) در شکل زیر شعاع‌های دو دایره با هم برآیند و O و O' مرکز دو دایره هستند. با استفاده از هم‌پوشی مثلث‌ها ثابت کنید: $\hat{M} = \hat{N}$



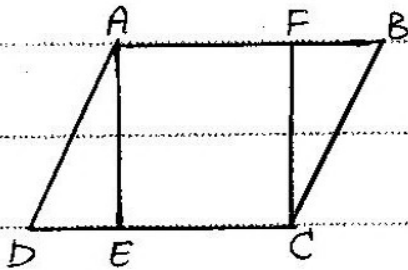
تمرین در کلاس (۱۹) در نظر بنویس، دو دایره هم مرکز را با یک خط ثابت $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ بکش.



تمرین در کلاس (۲۰) در نظر بنویس، مثلث های $\triangle ABC$ و $\triangle DBC$ متساوی الساقین اند، ثابت کن که AD نیمه راست A است؟

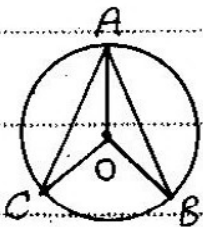


تمرین در کلاس (۲۱) متوازی الاضلاع $ABCD$ و $DE = FB$ ، حالت هم پستی (توازی) را مشخص کن.



$\triangle EAD$ و $\triangle FCB$ را مشخص کن.

تمرین در کلاس (۲۲) در نظر بنویس، اجزای مساوی $AB = AC$ است. اجزای مساوی $\triangle AOB$ و $\triangle AOC$ را مشخص کن.



کنید و حالت هم پستی و اجزای مساوی را بنویسید. (O مرکز دایره است)

« حالت دوم هم‌پوشی »

اگر

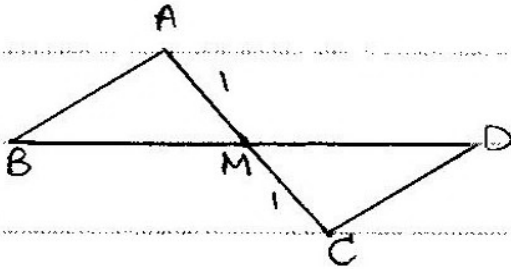
از مثلث دیگر برابر باشد این دو مثلث

از مثلثی با

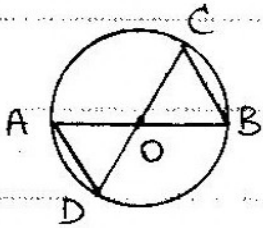
به حالت « یا » هم‌پوشند. در این حالت با پوشش همان ۶

مرحله اثبات هم‌پوشی و اجزای متناظر مابقی کنیم دو مثلث هم‌پوشند.

تمرین در کتاب (۹۳) در شکل، نقطه‌ای M و پاره‌خط BD است. دلیل و حالت هم‌پوشی مثلث‌های $\triangle CDM$ و $\triangle ABM$ و سپس تساوی سین اجزای متناظر آنها را بنویسید.



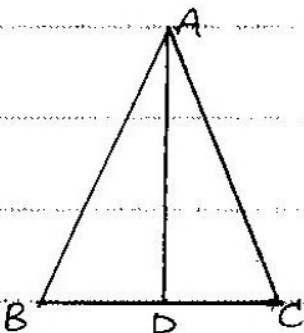
تمرین در کتاب (۹۴) در شکل زیر، O مرکز دایره و AB و CD قطر هستند.



الف) دلیل و حالت هم‌پوشی دو مثلث را بنویسید.

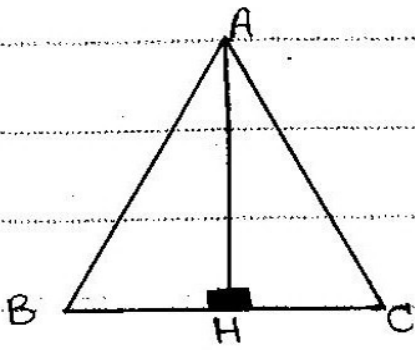
ب) تساوی سین اجزای متناظر دو مثلث را بنویسید.

تمرین در کتاب (۹۵) $\triangle ABC$ متساوی‌الساقین و AD نیمه زاویه‌ی A است. چرا $\overline{BD} = \overline{CD}$ ؟



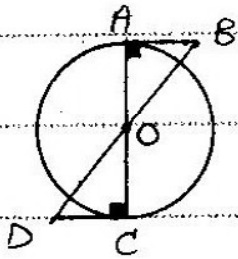
مخرن در کلاس (۹۶) در مثلث ABC که قائم‌الزاویه است، BC وتر است. AH عمود منصف BC است. ثابت کنید مثلث ABC متساوی‌الساق است.

است ؟

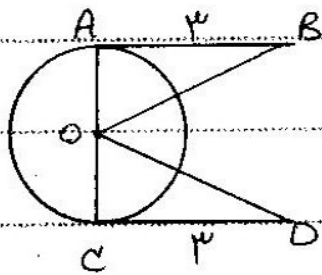


مخرن در کلاس (۹۷) چرا در هر مثلث قطری قطرهای متساوی اند؟

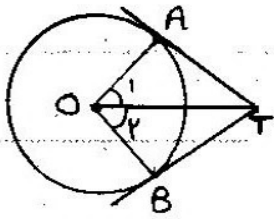
مخرن در کلاس (۹۸) مرکز دایره است. دلیل عمده بودن مثلث ABC را بنویسید.



مخرن در کلاس (۹۹) مرکز دایره است. با توجه به اندازه‌ها و اطلاعات شکل، دلیل عمده بودن مثلث ABC را بنویسید.



تمرین در کلاس (۱۰۰) در شکل مقابل، O مرکز دایره است. اگر OT نیمه زاویه O باشد،

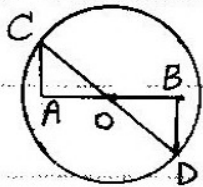


الف) دلیل هم‌پوشی دو مثلث را بنویسید.

ب) آیا می‌توان ادعا کرد OT نیمه زاویه O است؟

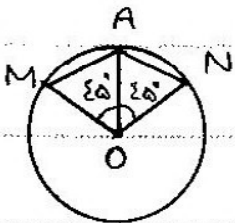
تمرین در کلاس (۱۰۱) در شکل زیر O مرکز دایره و وسط پاره خط AB است. دلیل هم‌پوشی دو مثلث

$\triangle OAC$ و $\triangle OBD$ را بنویسید و سپس تساوی اجزای متناظر را بنویسید.

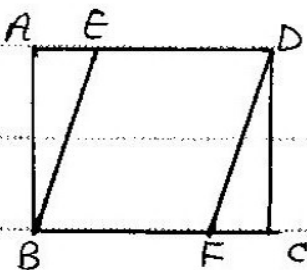


تمرین در کلاس (۱۰۲) در شکل مقابل، O مرکز دایره است. دلیل هم‌پوشی دو مثلث و تساوی اجزای متناظر آنها را

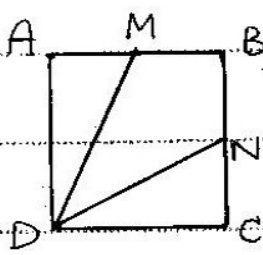
بنویسید.



تمرین در کلاس (۱۰۳) چهارضلعی $ABCD$ متقابل است و $AE = CF$ ، ثابت کنید $BE = FD$ ؟

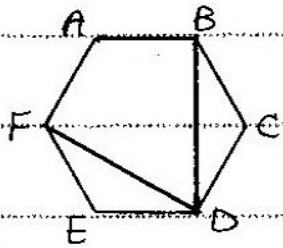


تمرین درکتاب (۱۰۴) در مربع $ABCD$ نقطه M وسط ضلع AB و نقطه N وسط ضلع BC



است. دلیل همبستگی دو مثلث $\triangle AMD$ و $\triangle DNC$ را بنویسید.

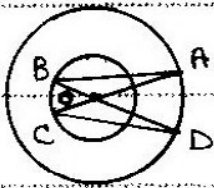
(۱۰۵)



تمرین درکتاب (۱۰۵) در مثلث ABC نقطه F روی ضلع AB است. DF و DB را بکشید.

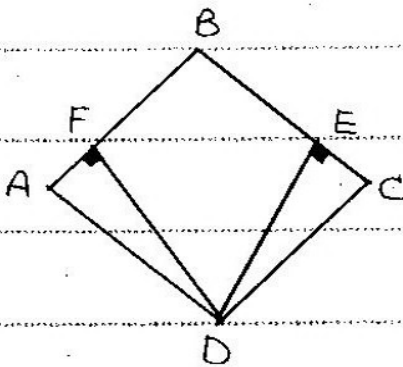
(۱۰۶)

تمرین درکتاب (۱۰۶) دو دایره O مرکز دایره های برابر است. چرا دو مثلث $\triangle OAB$ و $\triangle OCD$ با هم همبستگی اند؟



(۱۰۷)

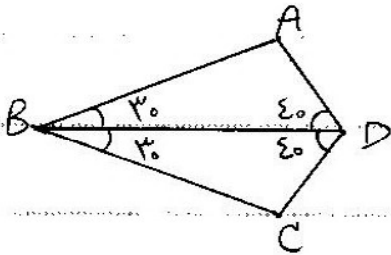
تمرین درکتاب (۱۰۷) چهار ضلع $ABCD$ یک لوزی است. اجرای مساوی را مشخص کنید. آیا می توان گفت $\triangle ADF$ و $\triangle CDE$ همبستگی اند؟ چرا؟



« حالت سوم هم پستی مثلث ها »

دو مثلث را در نظر بگیرید که ... لکن ها نظریه نظیر با هم ... در این حالت

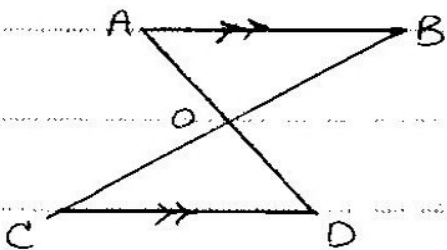
می نویسیم (توجه مثلث به حالت « یا « هم پستی اند
 (۱۰۸) بهترین در کتاب: با توجه به شکل دلیل هم پستی دو مثلث $\triangle ABD$ و $\triangle CBD$ را بنویسید



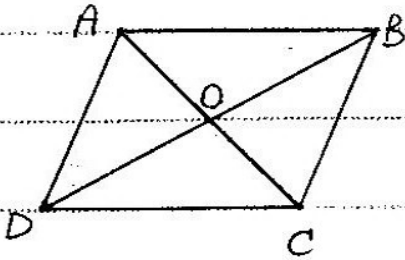
(۱۰۹) بهترین در کتاب: ثابت کنید در مستطیل قطرها یکدیگر را نصف می کنند.

(۱۱۰) بهترین در کتاب: با توجه به تصویر خطوط موازی و مورب، دلیل هم پستی $\triangle OAB$ و $\triangle OCD$ را بنویسید و

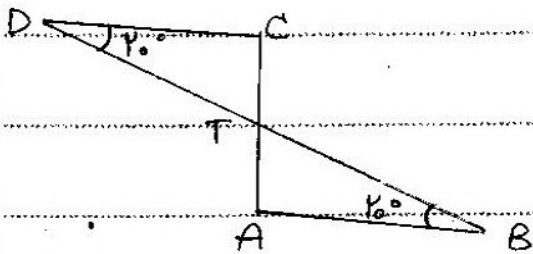
اجزای مساوی متناظر را بنویسید. ($\overline{AB} = \overline{DC}$)



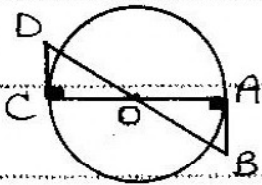
تمرین در کلاس: چرا در متوازی الاضلاع زوایای دو مثلث $\triangle OAD$ و $\triangle OBC$ هم‌بیشتی اند؟ (چرا در متوازی الاضلاع قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند؟)



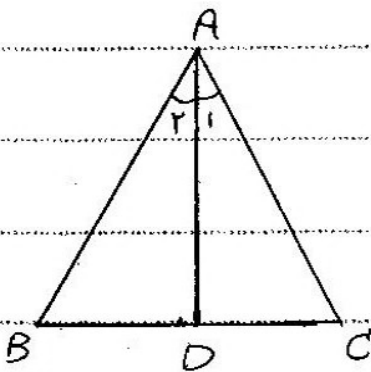
تمرین در کلاس: نقطه‌ی آ وسط پایه‌ی BD است. دلیل هم‌بیشتی مثلث‌ها را بنویسید.



تمرین در کلاس: O مرکز دایره است. ثابت کنید $\hat{D} = \hat{B}$.



تمرین در کلاس: در مثلث $\triangle ABC$ ، AD بی‌اثر زاویه \hat{A} است. چرا مثلث $\triangle ABC$ متساوی الساق است؟



برای اثبات هم‌نشینی مثلث‌های قائم‌الزاویه ۲ حالت وجود دارد:

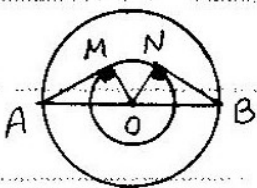
«حالت اول هم‌نشینی مثلث‌های قائم‌الزاویه»

اگر از یک مثلث با از یک مثلث دیگر

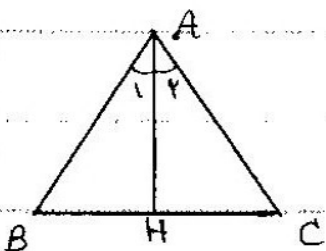
برابر باشند آن دو مثلث به حالت « یا » هم‌نشینی کنند

تمرین در مثال ۱۱۵: ثابت کنید قطر مستطیل آن را به ۲ مثلث هم‌بست تبدیل می‌کند؟

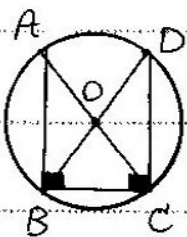
تمرین در مثال ۱۱۶: مرکز دایره است چرا مثلث‌های $\triangle AOM$ و $\triangle BON$ هم‌بست اند؟



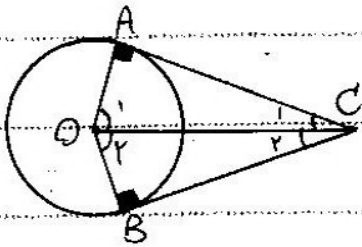
تمرین در مثال ۱۱۷: مثلث ABC مستوی‌الساقین و AH ارتفاع است چرا $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ؟



تمرین در مثال ۱۱۸: قطری O مرکز دایره است چرا $\hat{A} = \hat{D}$ ؟



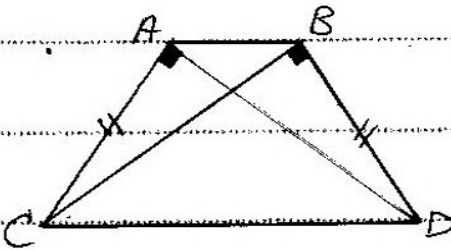
تمرین در خطان: ثابت کنید در شکل زیر، AC و BC با هم برابرند؟ (۱۱۹)



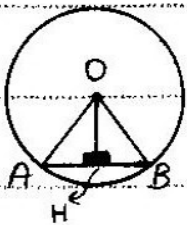
نکته (۱)

نکته (۲)

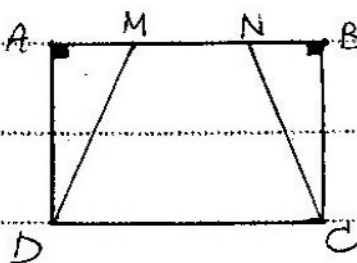
تمرین در خطان: دو وتر عمودی مساوی الساقین زیر چه نظرها مساوی هستند؟ (۱۲۰)



تمرین در خطان: اگر O مرکز دایره باشد، ثابت کنید خطی که از مرکز دایره می‌گذرد عمود است بر وتر و نصف هم می‌کند؟ (یعنی ثابت کنید OH عمود منصف AB است.) (۱۲۱)



تمرین در خطان: دو وتر عمودی MNCD مساوی الساقین است. دلیل و حالت هم نشانی دو مثلث BNC و AMD را بیان کنید. (ABCD متقابل است.) (۱۲۲)

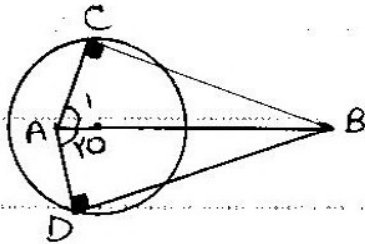


«حالت دوم هم پستی مثلث‌های قائم الزاویه»

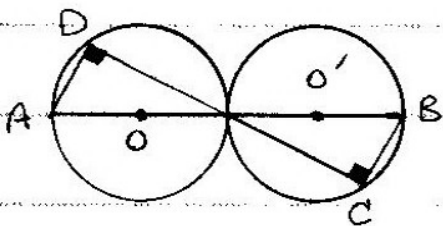
اگر از یک مثلث با از مثلث دیگر

برابر باشند، می‌توانیم دومین حالت «یا» هم پستی اند.

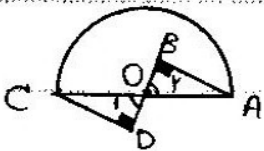
تمرین در کلاس (۱۳۳): در شکل مقابل \overline{AB} نیم‌دایره \hat{A} است. چرا دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle ABD$ هم پستی اند؟



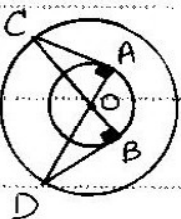
تمرین در کلاس (۱۳۴): در شکل زیر، دو دایره با هم مساوی اند. ثابت کنید $\hat{A} = \hat{B}$ ؟



تمرین در کلاس (۱۳۵): در شکل زیر ثابت کنید $\triangle COD \cong \triangle AOB$ ؟ (O مرکز نیم‌دایره است)

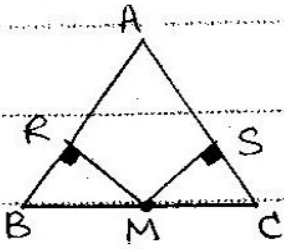


تمرین در کلاس (۱۳۶): حالت هم پستی و اجزای مساوی دو مثلث $\triangle OAC$ و $\triangle OBD$ را بنویسید.

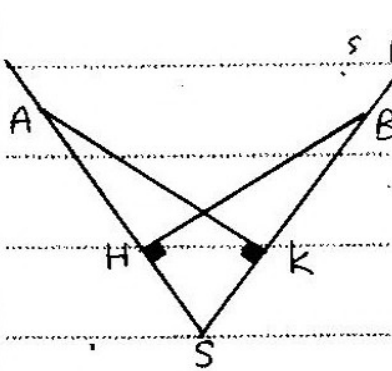


تمرین دکان (۱۱۷) فرض کن نقطه M وسط پاره BC و مثلث ABC متساوی الساقین است. ثابت کن

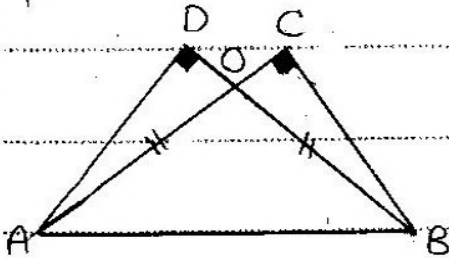
که $\overline{MR} = \overline{MS}$ ؟



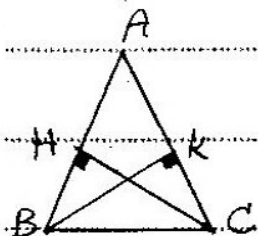
تمرین دکان (۱۱۸) فرض کن $\overline{AS} = \overline{BS}$ چرا $\triangle BHS \cong \triangle AKS$ ؟



تمرین دکان (۱۱۹) فرض کن مثلث AOB متساوی الساقین است. چرا دو مثلث $\triangle AOD$ و $\triangle BOC$ متساوی هستند؟



تمرین دکان (۱۲۰) فرض کن مثلث ABC متساوی الساقین است ($\overline{AB} = \overline{AC}$) چرا ارتفاع های وارده در A و B برابر است؟



دو خطی بسیار کوچک

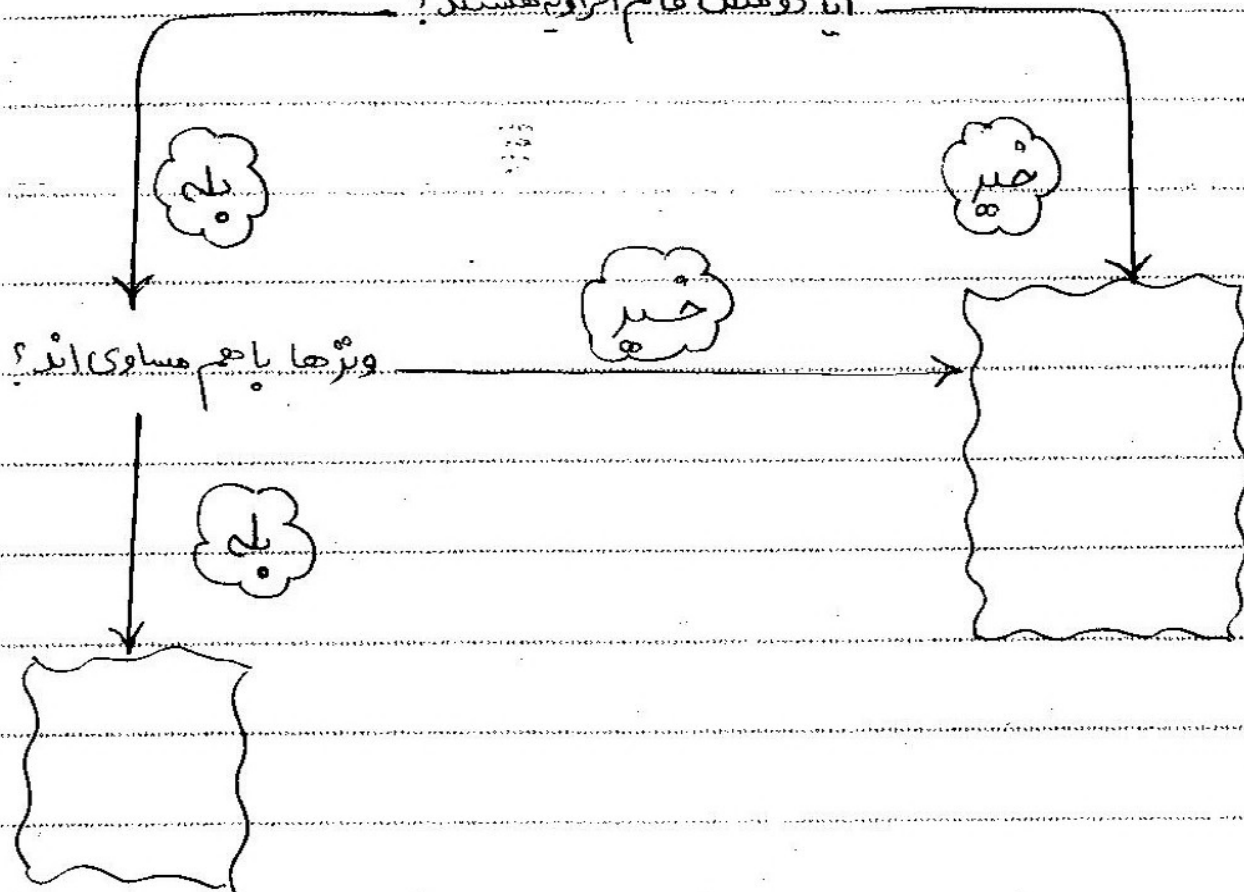
ثابت کنید هر نقطه روی محور عرض یک پاره خط از دو پاره خط به یک فاصله است ؟

ثابت کنید هر نقطه روی نیم از یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است ؟

جمع بی‌نی آیه‌ها هم‌نشی مثلث‌ها:

طرح سؤال:

آیا دو مثلث قائم‌الزاویه هستند؟



مغزین معانی آخر فضل 3

کجه از سری ابعاد زیر کدام می تواند مثلث قائم الزاویه باشد؟

۱) $\sqrt{3}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{7}$

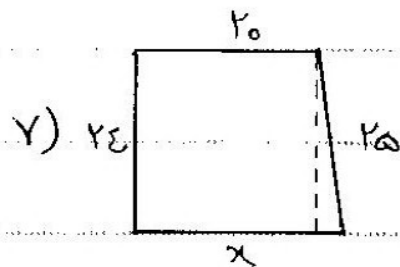
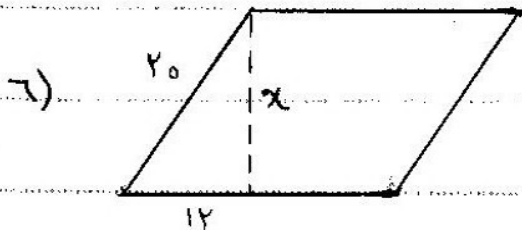
۲) ۴, ۵, ۷, ۸

۳) ۱۲, ۱۵, ۸

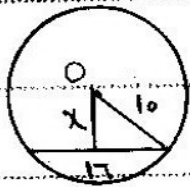
۴) قطر مربعی $\sqrt{50}$ است. محیط آن را بیابید.

۵) ارتفاع مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع ۲۰ را به دست آورید.

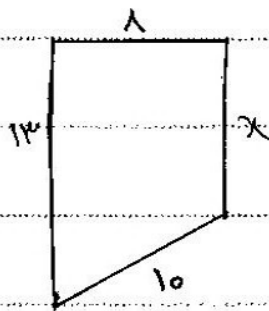
کجه در هر یک از شکل های زیر مقدار مجهول را به دست آورید.



۸)



۹)



۱۰) قطر مستطیلی ۱۳ است. اگر عرض آن ۵ باشد، طول آن را بدست آورید.

۱۱) یک مثلث متساوی الساقین با ماقدهی ۱۰ cm و ارتفاع واردی ماقدهی ۶ cm محیط آن چقدر است؟

۱۲) یک مخروط اندازه‌ی بالی ۱۰ cm و ارتفاع ۶ cm است. شعاع ماقده‌ی مخروط را بیابید.

۱۳) وتر یک دایره ۱۶ و شعاع آن ۱۰ است. فاصله‌ی مرکز دایره تا وتر را بدست آورید.

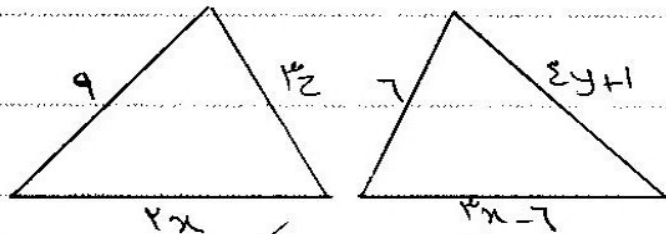
۱۶) در یک دایره به شعاع 5 cm فاصله‌ی مرکز دایره تا وتر \overline{AB} برابر 3 cm است طول وتر \overline{AB} چند است؟

که یاره خط‌های زیر را رسم کنید

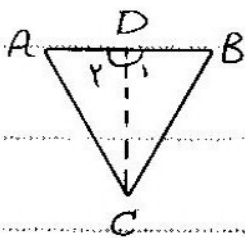
۱۵) $\sqrt{37} - 2$

۱۶) $2 - \sqrt{20}$

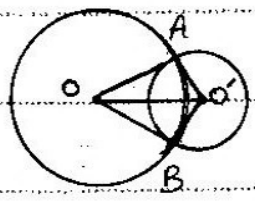
۱۷) مثلث‌های زیر بر اساس تبدیل تعادل اوی هم منطبق می‌شوند، مطلوب است مقدار x و z ؟



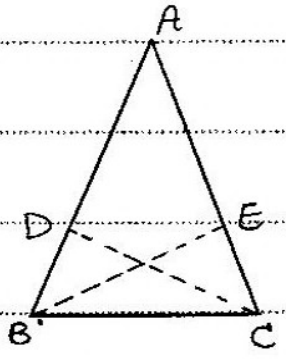
۱۸) در مثلث متساوی‌الساق $\triangle ABC$ نیماز زاویه‌ی C را رسم کرده‌ایم. ثابت کنید $\hat{D}_1 = 90^\circ$



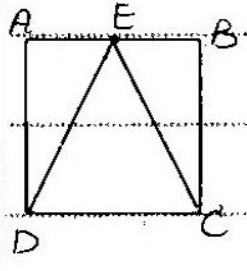
(۱۹) O و O' مرکز دو دایره هستند. دلیل هم‌نهشتی $\triangle OAO'$ و $\triangle OBO'$ بنویسید.



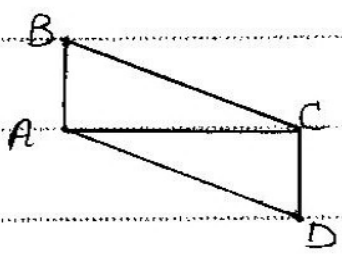
(۲۰) مثلث ABC متساوی‌الساقین است و \overline{BE} و \overline{CD} نیم‌سازهای زوایای \hat{B} و \hat{C} هستند. هم‌نهشتی $\triangle BCE$ و $\triangle CBD$ را اثبات کنید.



(۲۱) در مربع مقابل نقطه E وسط AB است چرا $\overline{ED} = \overline{EC}$ ؟

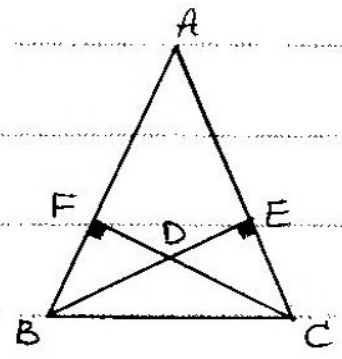


(۲۲) با توجه به شکل دلیل هم‌نهشتی مثلث‌های ABC و ACD را با استفاده از نظر داشتن $AD \parallel BC$ بنویسید.



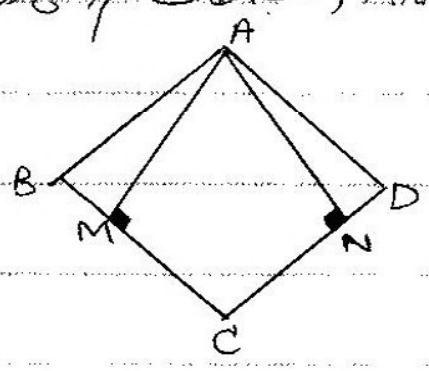
۲۳) ثابت کنید در متوازی الاضلاع زاویه های مجاور برابرند

۲۴) مثلث $\triangle DBC$ مستوی الساقین است. ثابت کنید دو مثلث $\triangle DBF$ و $\triangle DEC$ هم‌پوشانی است

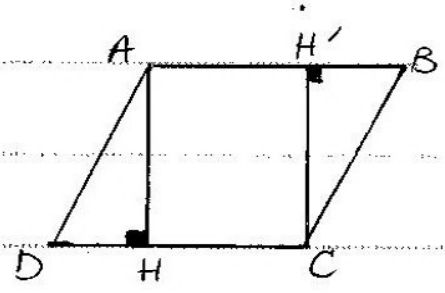


هم‌پوشانی

۲۵) چهارضلعی $ABCD$ لوزی است و \overline{AC} نیز از زاویه \widehat{MAN} است. حالت هم‌پوشانی دو مثلث $\triangle ANC$ و $\triangle AMC$ را بنویسید.

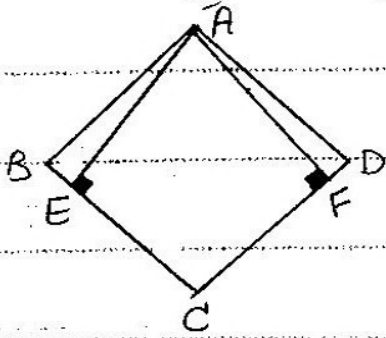


۲۶) چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. ثابت کنید $\triangle AHD \cong \triangle BH'C$



۲۷) چهارضلعی ABCD لغزنی است. با استفاده از هم‌پوشانی مثلث‌ها دلیل بر تساوی الساقین

بودن مثلث AEF را مشخص کنید.



جای های هائی حاصل ششم:

(۱) رابطه ی متناهی مورس برای مثلث های برقرار است.

(۲) در هر مثلث قائم الزاویه، مربع برابر است با مجموع مربع های دو ضلع

(۳) با اندازه های ۶، ۵، ۴ و ۳ قائم الزاویه رسم کرد.

(۴) قطر مربعی به ضلع ۴ برابر است با

(۵) از تبدیل های هندسی هستند

(۶) دو مثلث که ضلع دومی برابر باشند، هم پهن است

(۷) اگر فقط سه زاویه دو مثلث برابر باشند آن دو مثلث هم پهن

(۸) دو مثلث مستوی الساقین که قائمه و زاویه ی رأس آنها برابر است، هم پهن

(۹) دو مثلث قائم الزاویه که اضلاع قائم آنها برابر باشد به حالت هم پهن است

(۱۰) شرط اول برای هم پهنی دو مثلث قائم الزاویه این است که آنها برابر باشد

(۱۱) در دو چند ضلعی هر ی احوالی مساطر برابرند

(۱۲) اگر بتوانیم شطرنج را با یک یا چند بر شطرنج دیگری منطبق کنیم می نویسیم این دو شکل هم پهن است

(۱۳) اگر شطرنجی را یکبار دوران و یکبار انعکاس دهیم مساطر شکل حاصل با هم برابرند

(۱۴) حالت های برای هم پهنی تمام مثلث ها است

(۱۵) حالت های برای هم پهنی مثلث های قائم الزاویه است

(۱۶) هر نقطه روی نیمه از زاویه از یک فاصله است

(۱۷) هر نقطه روی محور منصف پاره خط از یک فاصله است

(۱۸) هر نقطه روی پاره خط از دو سر آن یک فاصله است

(۱۹) اگر دو زاویه قائم در دو مثلث قائم الزاویه برابر باشند، آنها هم پهن است

(۲۰) اگر ارتفاع وارد بر قائمه مثلث مستوی الساقین را رسم کنیم دو مثلث ایجاد شده به حالت هم پهن است

درستی و مدارسی آهای فصل هشتم

۱) اعداد ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ اعداد میثاقوری هستند

۲) رابطه میثاقوری برای مثلث‌ها برقرار است

۳) با داشتن طول و قطر متقابل می توانیم عرض آن را با استفاده از رابطه میثاقوری به دست آوریم

۴) اگر دو مثلث هم‌بند باشند بزرگتر را کامل می‌پوشانند

۵) اگر در دو مثلث هم‌بند $AB = MN$ و $AB = 2x$ و $MN = 5$ باشد، $x = 3$ است

۶) اگر دو مثلث متساوی الاضلاع هم‌بند باشند

۷) اگر ۳ زاویه در دو مثلث برابر باشند دو مثلث هم‌بند اند

۸) دو مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین که وتر آنها برابر باشند، هم‌بند اند

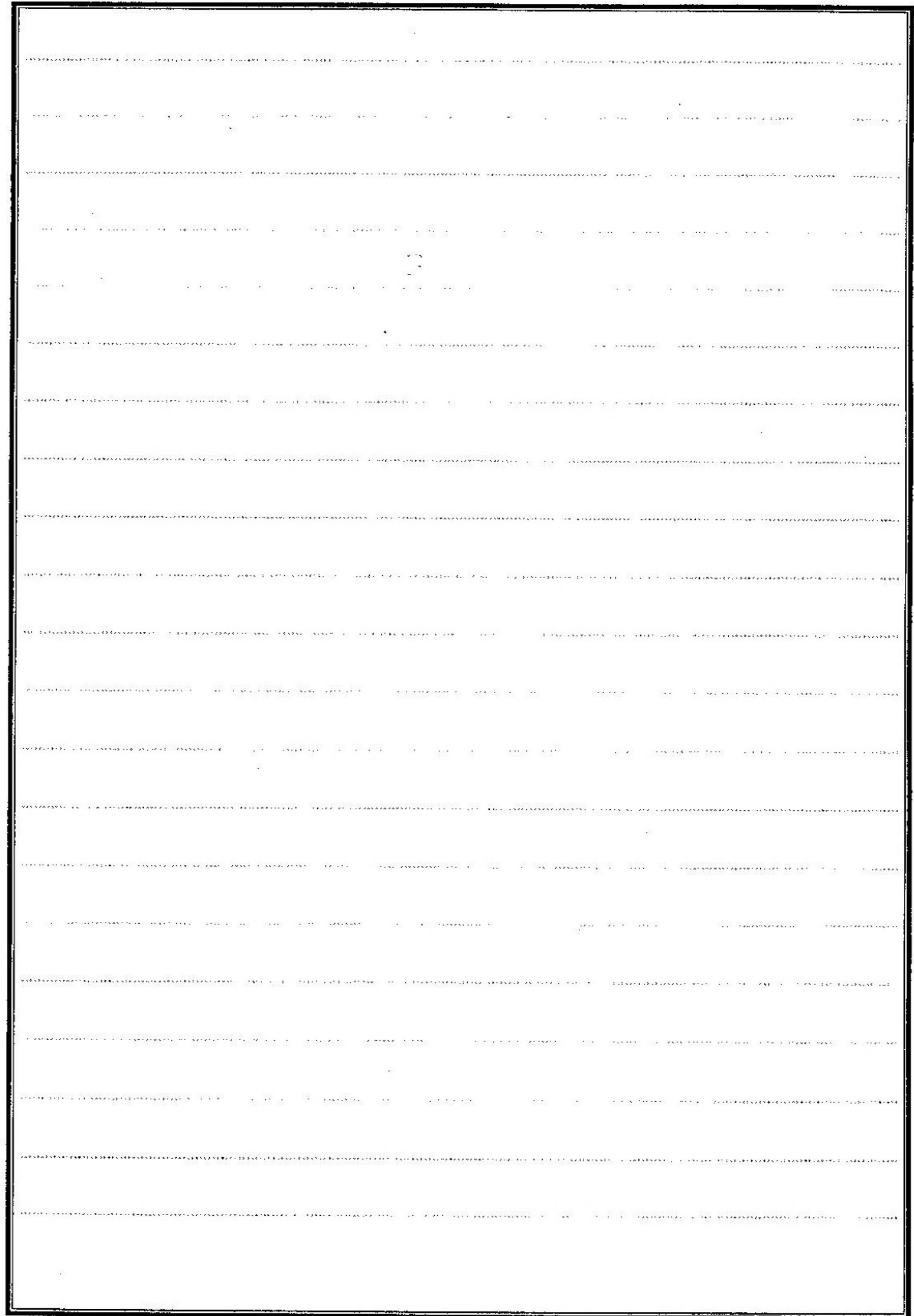
۹) در دو مثلث هم‌بند محیط‌ها و مساحت‌ها برابرند

۱۰) اگر دو ضلع مثلث با ۲ ضلع مثلث دیگر برابر باشند، آن دو مثلث هم‌بند اند

۱۱) اگر مربع اندازه یک ضلع با مجموع مربعات اندازه‌های دو ضلع دیگر مثلث برابر باشد، آن مثلث قائم الزاویه است

۱۲) اگر اضلاع قائم‌زوی دو مثلث قائم الزاویه برابر باشند، آن دو مثلث هم‌بند اند

۱۳) اگر برای هم‌بندی دو مثلث قائم الزاویه، بسطی وترهای آنها کافی است

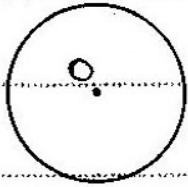


2

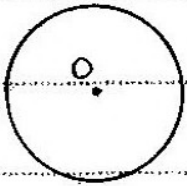
فصل نهم: خط و دایره

دایره: مجموعه‌ای از نقاط که از یک نقطه که آن‌ها از تقاطع‌های بی‌نام فاصله گرفته‌ی شود و با حرف نشان داده می‌شود. است و این

و صفت یک خط و دایره نسبت به هم: r مرکز است، یعنی در واقع فاصله‌ی مرکز دایره تا خط را اندازه بگیریم، ۳ و صفت کن است، r و صفت اول:

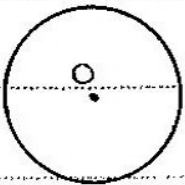


$$\overline{OH} = x \quad r$$



$$\overline{OH} = x \quad r$$

و صفت دوم:



$$\overline{OH} = x \quad r$$

و صفت سوم:

نتیجه:

است ، در ،

عمیق در کلاس (۱) در دایره‌ای به شعاع 6 cm فاصله‌ی خط d تا مرکز دایره 5 cm است. با رسم شکل و صفت خط و دایره را مشخص کنید.

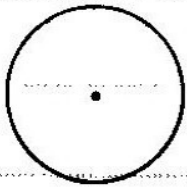
تمرین در کلاس (۲) : فاصله‌ی خط از مرکز دایره 6 cm است. اگر قطر دایره 16 cm باشد، خط و دایره چه وضعیتی نسبت به هم دارند؟

تمرین در کلاس (۳) : در دایره‌ای به قطر 10 cm فاصله خط d از مرکز دایره 10 cm است. خط و دایره چند نقطه‌ی مشترک دارند؟

تمرین در کلاس (۴) : اگر فاصله‌ی خط d تا مرکز دایره برابر قطر دایره باشد خط و دایره چند نقطه‌ی مشترک دارند؟

قبل از اینکه نکته‌ی پایین رو بخونی از صحنه‌ی قبل نکته‌ی کلاس رو یاد آر و بگویم چون!

*** نکته : از هر نقطه‌ی از دایره می‌توان بر دایره رسم کرد که این با هم است. ***

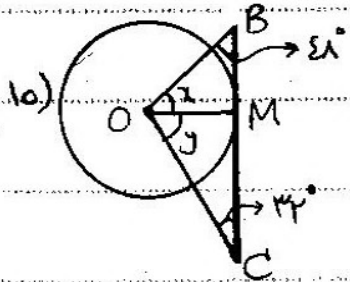
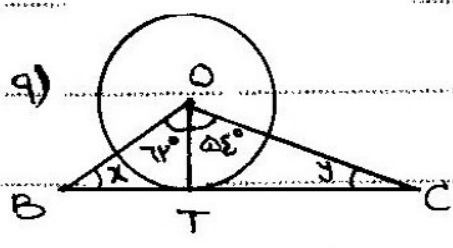
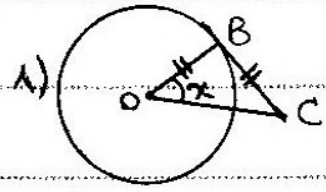
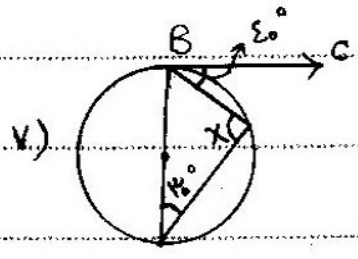
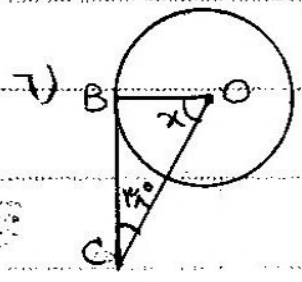
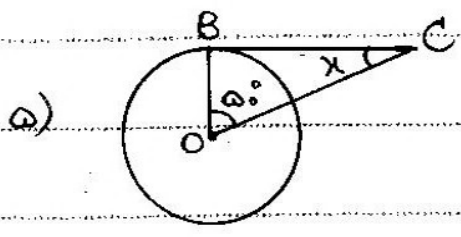


اثبات :

چاکا سعی کن نکته‌ی صحنه‌ی قبلی رو از حفظ با خودت بگی ... معنی این نکته چیه؟

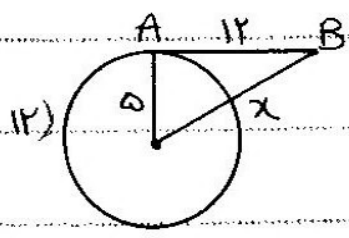
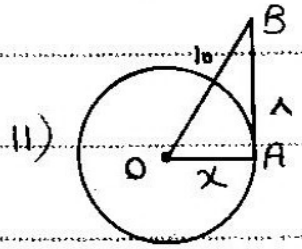
یعنی برای جاس یعنی هم خودت بنویس ... که در اینجا (است در) یعنی نقطه‌ی محمود است

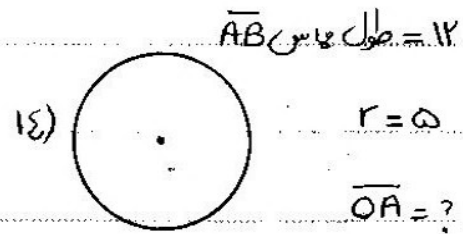
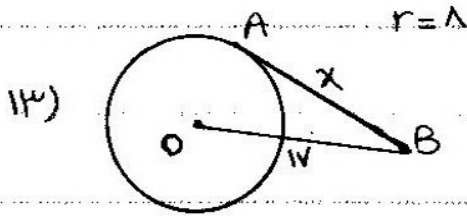
تمرین در کلاس: در شکل های زیر خط \overline{BC} بر دایره مماس است. اندازه ی زوایای خواسته شده را به دست آورید.



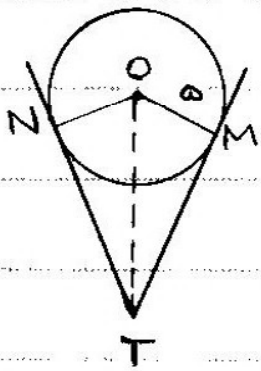
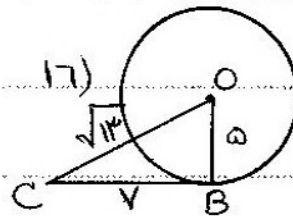
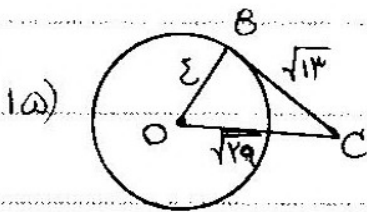
چه وقت کنید که با توجه به محور بودن در نقطه ی مماس قائم الزامی ای ایجاد می شود که می توان برای آن رابطه ی نوشت.

تمرین در کلاس: در شکل های زیر \overline{AB} بر دایره ها مماس است. مقادیر مجهول را بیابید.



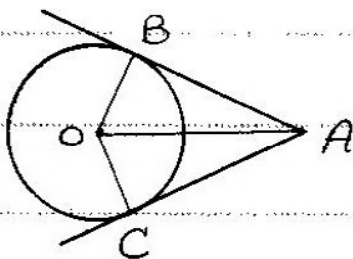


تمرین در کمال: در کدام شکل زیر، \overline{BC} بر دایره مماس است؟



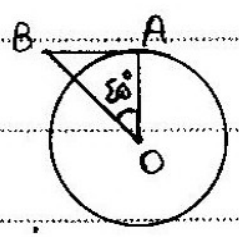
تمرین در کمال: محیط و مساحت چهارضلعی OMTN را حساب کنید. ($OT=13$)

تمرین در کمال: اگر محیط چهارضلعی $ABOC$ برابر با ۶۲ و شعاع دایره ۷ باشد، \overline{OA} چند است؟

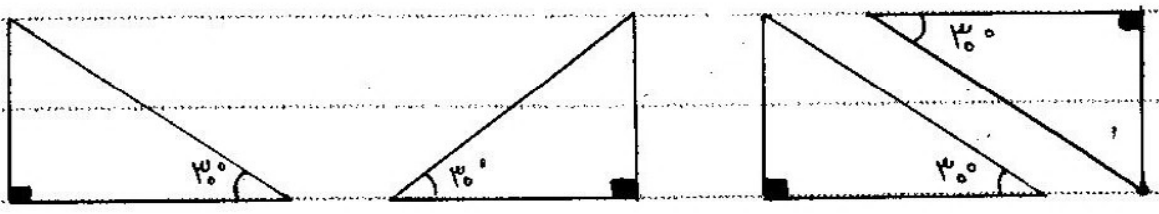


تمرین در کلاس: از نقطه A دو عمود بر دایره ای به شعاع ۹ رسم کرده ایم. اگر فاصله نقطه A تا مرکز دایره ۱۵ باشد، طول عمودها را با رسم مثل و محاسبه بدست آورید.

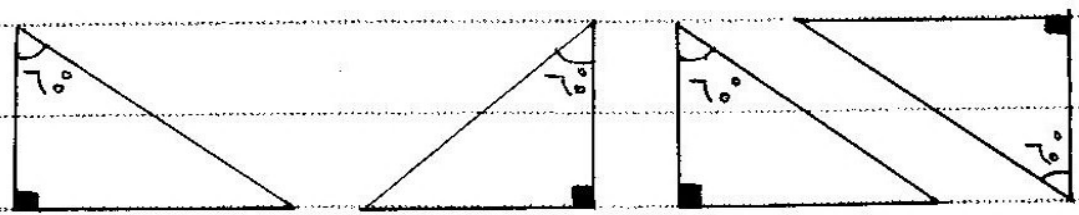
تمرین در کلاس (۲۰): در مثل زیر، AB بر دایره عمود و $r=5$ و $\hat{O}=65^\circ$ است. طول OB را بیابید.



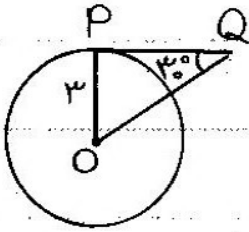
نکته ۱: در مثل ۱، ضلع ۱ به زاویه ۳۰ است.



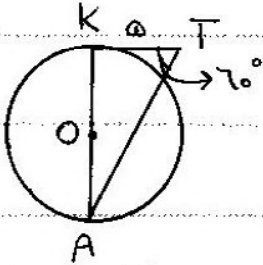
نکته ۲: در مثل ۲، ضلع ۲ به زاویه ۶۰ است.



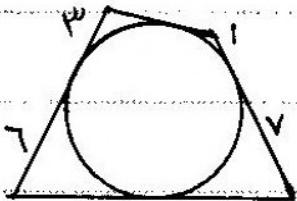
تمرین درکتاب (۲۱): در شکل زیر، \overline{PQ} بر دایره مماس است. طول \overline{PQ} و \overline{OQ} را در صورتی که شعاع ۳ باشد و $\hat{Q} = 30^\circ$ بدست آورید.



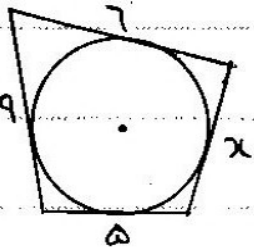
تمرین درکتاب (۲۲): در شکل زیر، \overline{KT} بر دایره مماس است. شعاع دایره را حساب کنید.



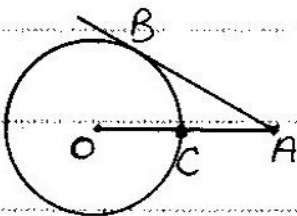
تمرین درکتاب (۲۳): از نقطه A بر دایره رسم کرده ایم. طول پاره خطی \overline{AB} و \overline{CD} را بدست آورید.



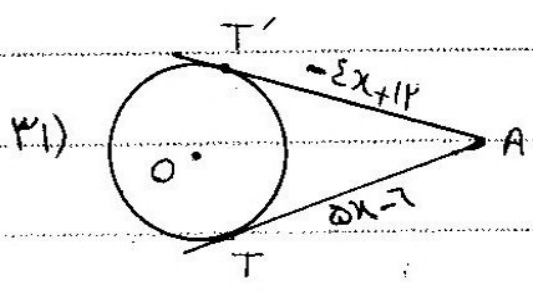
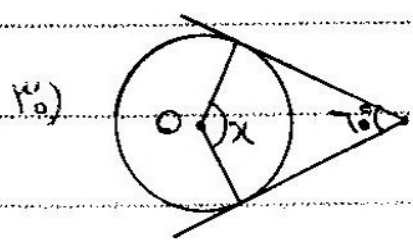
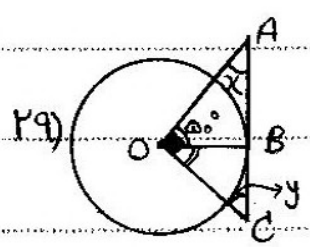
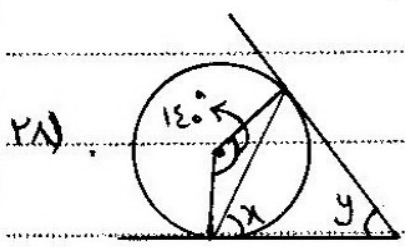
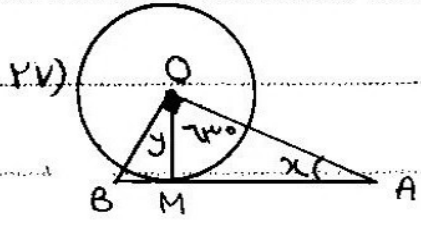
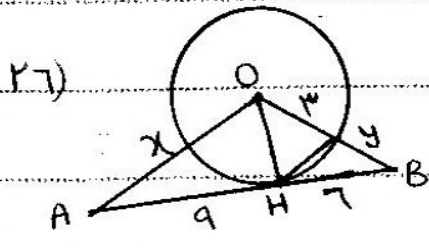
تمرین درکتاب (۲۴): در شکل مقابل با توجه به اعداد داده شده مقدار x چقدر است؟



تمرین درکتاب (۲۵): در شکل مقابل \overline{AB} بر دایره مماس است و نقطه C وسط \overline{OA} است. اندازه زاویه A چند درجه است؟



تجزیه در مثل در شرط های زیر خطوط بر دایره ها مماس هستند. مقادیر مجهول را بیابید.



وتر: پاره خطی که دو از دایره را به هم وصل می‌کند « نام دارد.

نکته (۱): بزرگترین وتر دایره همان

نکته (۲): خطی که از مرکز به دو نقطه بر روی دایره را

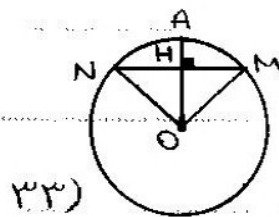
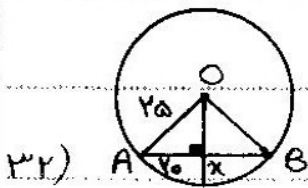
شماره:

نکته (۳): خطی که از مرکز به دو نقطه بر روی دایره را

شماره:

تمرین در کلاس: مقادیر مجهول را در شکل زیر بیابید.

$MN = 6 \text{ cm}$ و $r = 5 \text{ cm}$ و $OH = ?$

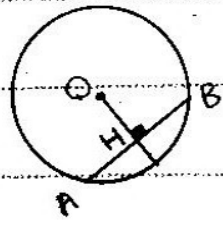


$r = 5 \text{ cm}, \overline{AB} = 12 \text{ cm}$

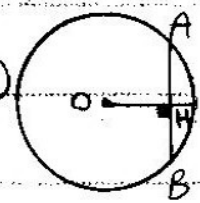
$\overline{AH} = 8, r = 5, \overline{OH} = ?$

$\overline{OH} = ?$

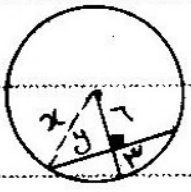
۳۴)



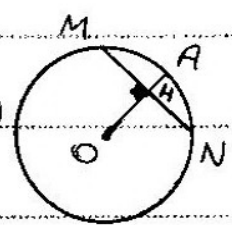
۳۵)



۳۶)

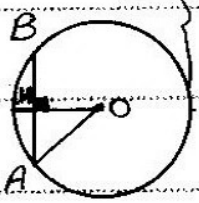


۳۷)



$\overline{MN} = 7 \text{ cm}, r = 5 \text{ cm}, \overline{OH} = ?$

۳۸)

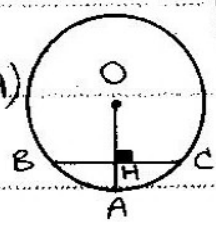


$\overline{AH} = 12, \overline{OB} = 10$

$\overline{HB} = 5y + 2, \overline{OA} = 5x + 3$

$x, y = ?$

۳۹)



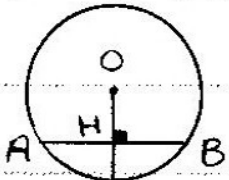
$\overline{BH} = 3x - 5$

$\overline{HC} = 2x + 2$

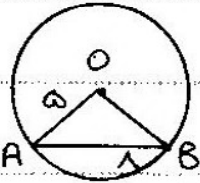
$x = ?$

تمرین در کتاب فیثوق دایره ای ۵ و وتر \overline{CD} عمود بر آن ۴ باشد، اندازه ی مرکز دایره تا وتر چقدر است؟

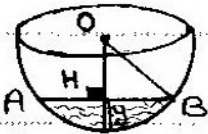
تمرین درکلاس (۴۱) در مثل زیر، اگر $OK = 10$ و $KH = 6$ باشد، AH را محاسبه کنید.



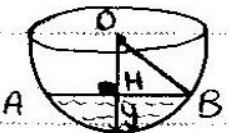
تمرین درکلاس (۴۲) در مثل زیر، خط AB دایره را در دو نقطه قطع کرده است. از O بر AB عمود OH را رسم کنید و طول OH را به دست آورید.



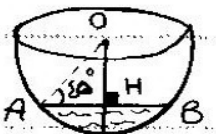
تمرین درکلاس (۴۳) در مثل مقابل، O مرکز دایره و مثل یک کاسه به شکل نیم کره است. اگر $AB = 8$ و $OB = 5$ باشد، مقدار OH را محاسبه کنید.



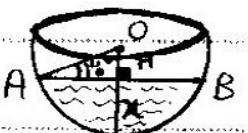
تمرین درکلاس (۴۴) در مثل مقابل، O مرکز دایره و مثل یک کاسه به صورت نیم کره است. اگر $OB = 5$ و $AB = 8$ باشد، ارتفاع آب را حساب کنید.



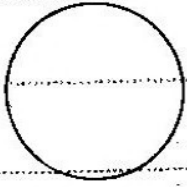
تمرین درکلاس (۴۵) اگر وتر AB برابر 4 cm باشد و زاویه \hat{A} 45° باشد، عمق آب درون کاسه را بیابید.



تمرین درکلاس (۴۶) در مثل زیر، O مرکز دایره و مثل یک کاسه به شکل نیم کره است. اگر $OH = 3$ و $\hat{A} = 30^\circ$ طول OA ، AH و عمق آب (x) را حساب کنید.



چیداکردن مرکز دایره : برای پیدا کردن مرکز دایره طریقی زیر را انجام می دهیم :



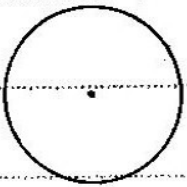
۱) دو وتر غیر موازی رسم می کنیم

۲) این دو وتر را رسم می کنیم

۳) محور متصفها را به عنوان علامت می رسم
محور متصفها : مکانی از یک دایره است . دایره را طویل کنند



کمان : اگر نقطه ای روی دایره مشخص کنیم ، این نقاط دایره را به قسمت تقسیم می کنند که هر کدام از این قسمت ها یک از دایره هستند . در واقع به دایره که بین این دو نقطه قرار می گیرد " می گویند "



کمان : کمان را با نشان می رسم
کمان : را باید با یک حرف که نقطه ای دیگر روی محیط دایره است
کمان می رسم ، مثلاً نقطه ای را روی دایره مشخص می کنیم و کمان را با نشان می رسم
اندازه کمان : بر حسب بیان می شود و برای هر کمان بخشی از اندازه کل کمان دایره یعنی خواهد بود

طول کمان : بر حسب بیان می شود . طول هر کمان بخشی از طول کل کمان دایره یعنی
نام عبارتی بیان می شود

به رابطه زیر دقت کنید:

$$\frac{2Rr}{36^\circ} = \frac{\widehat{AB} \text{ کان}}{\widehat{AB} \text{ اندازه کان}}$$

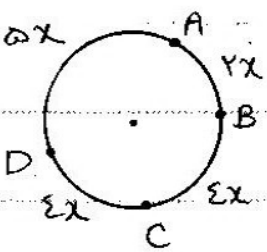
همه دقت کنید به این کان مورد نظر را به صورت کسری از دایره (فایه از درجه و متر) می توان کردند برای به دست آوردن اندازه کان یا طول کان کافی است همان کسرها را با رابطه بالا مساوی قرار دهیم.
تمرین در کلاس: طول کان را برای زاویه 36° از دایره ای به شعاع 5 حساب کنید. (۲۳)

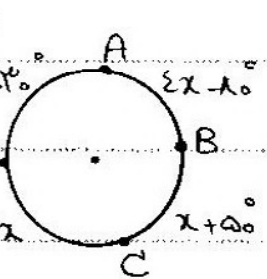
تمرین در کلاس: اندازه کان را برای کان به طول 92 cm از دایره ای به شعاع 24 cm حساب کنید. (۲۳)

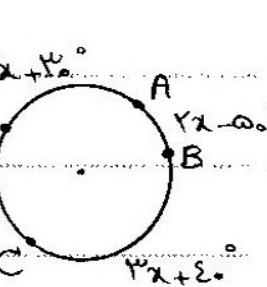
تمرین در کلاس: مخروطی $1/3$ از دایره ای به شعاع 10 cm را طوی کرده است. اندازه و طول کان به مورد را حساب کنید. (۲۳)

تمرین در کلاس: مخروطی $2/5$ از دایره را طوی کرده است که شعاعش 12 cm است. اندازه و طول کان را محاسبه کنید. (۲۳)

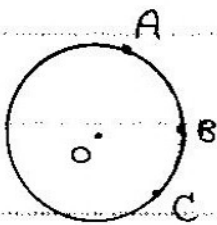
تمرین درکتاب در شکل های زیر، مقادیر مجهول را بنویسید

۵۱)  $x = ?$
 $\widehat{AD} = ?$
 $\widehat{CB} = ?$

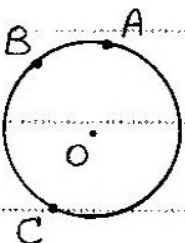
۵۲)  $x = ?$
 $\widehat{ABC} = ?$

۵۳)  $x = ?$
 $\widehat{AD} = ?$
 $\widehat{ADC} = ?$

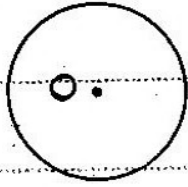
تمرین در کتاب در شکل روبروی (۵۵) اگر $\widehat{ABC} = 120^\circ$ می باشد، اگر $\frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} = \frac{2}{3}$ باشد، کمان \widehat{AB} چند درجه است؟



تمرین در کتاب در شکل روبروی (۵۶) اگر $\widehat{ABC} = 150^\circ$ باشد و $\frac{\widehat{AB}}{\widehat{BC}} = \frac{1}{2}$ باشد، کمان \widehat{AB} چند درجه است؟



زاویه مرکزی: زاویه‌ای که رأس آن روی دایره باشد و دو ضلع زاویه بر محیط دایره قرار داشته باشند. نام دارد.



اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی برابر است با اندازه‌ی

دو ضلع زاویه

تمرین در کتاب: در شکل‌های زیر اندازه زاویه‌ها یا مکان‌های خواسته شده را بیابید.

۵۷) $\widehat{AB} = ?$
 $\widehat{O}, \widehat{B} = ?$
 $\widehat{AC} = ?$

۵۸) $\widehat{O} = ?$
 $\widehat{AC} = ?$

۵۹) $\widehat{AD} = ?$
 $\widehat{O} = ?$

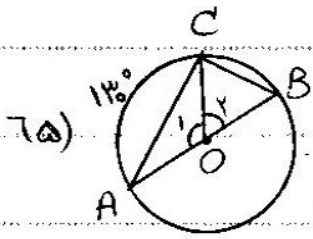
۶۰) $\widehat{DC} = ?$
 $\widehat{AB} = ?$

۶۱) $x, y = ?$

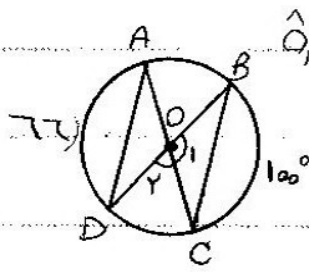
۶۲) $\widehat{A} = ?$
 $\widehat{O} = ?$
 $\widehat{AB} = ?$

۶۳) $\widehat{O}_1, \widehat{O}_2, \widehat{C}, \widehat{BC} = ?$

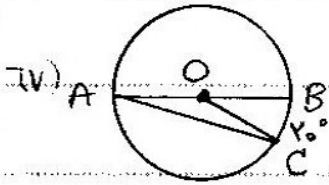
۶۴) $\widehat{O}_1, \widehat{O}_2, \widehat{AB}, \widehat{BC} = ?$



$\hat{O}_1, \hat{O}_r, \widehat{BC} = ?$

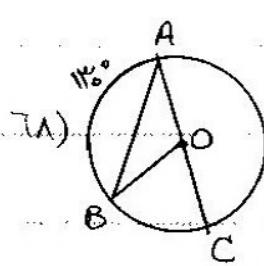


$\hat{O}_1, \hat{O}_r, \hat{A} = ? \quad \widehat{DC}, \widehat{AD} = ?$



$\widehat{AC} = ?$

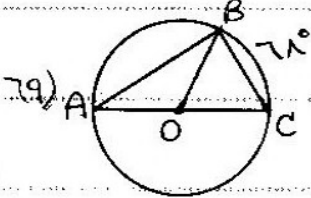
$\widehat{BOC} = ?$



$\widehat{BC} = ?$

$\widehat{BOC} = ?$

$\widehat{AOB} = ?$

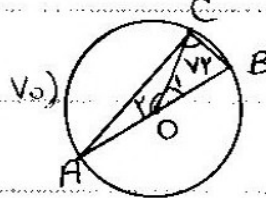


$\widehat{BOC} = ?$

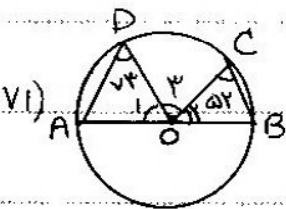
$\widehat{BOA} = ?$

$\hat{A} = ?$

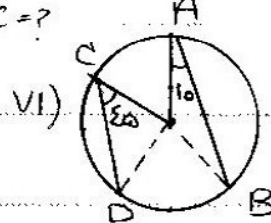
$\widehat{AB} = ?$



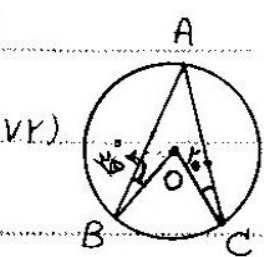
$\hat{A}, \hat{O}_r, x = ?$



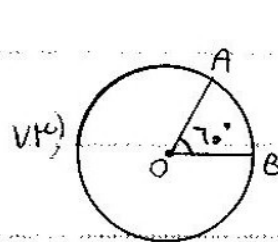
$\hat{A}, \hat{B}, \hat{O}_1, \hat{O}_r, \hat{O}_r, \widehat{BC} = ?$



$\widehat{BD} + \widehat{AC} = ?$



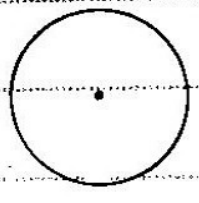
$\hat{A}, \widehat{BC} = ?$



$r = 4, r = 2 \quad \triangle ABC$

نکته ۱) اگر دو کمان با هم مساوی باشند
 متناظر با آنها با هم برابر است

نکته ۲) اگر دو زاویه مرکزی با هم مساوی باشند
 متناظر با آنها با هم برابر است

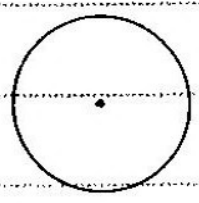


۱۳۳

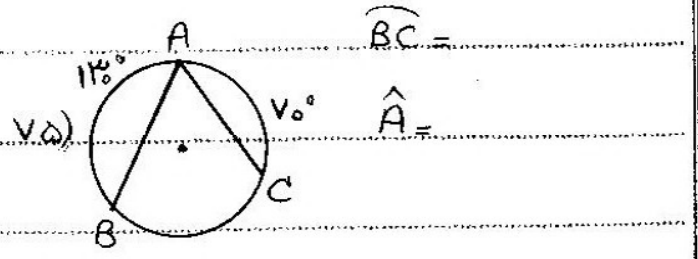
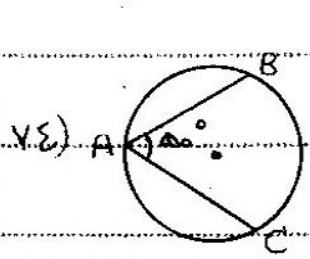
- رسم چند ضلعی به کمک دایره (مستقیم)
۱. ۳۶° را تقسیم بر چند ضلعی منظم می کنیم
 ۲. از مرکز دایره به اندازه زاویه برداشته آمده از مرحله ۱
 ۳. نقاط برداشته آمده روی محیط دایره از مرحله ۱ را پشت سر هم به هم وصل می کنیم
 ۴. در آخر تقسیم بندی ها و دایره را پاک می کنیم

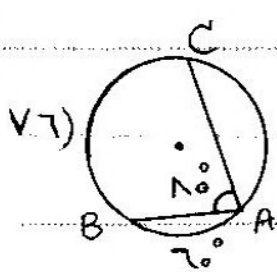
زاویه محاطی: زاویه ای که آن روی باشد و ضلع های زاویه را قطع کند یا
 به عبارتی ضلع های زاویه دو از دایره باشند، نام دارد

اندازه زاویه برابر است با
 یعنی کمان رو بروی زاویه محاطی، برابر زاویه محاطی است



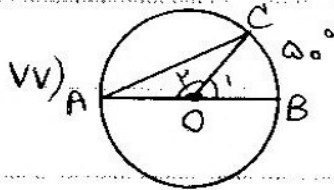
تمرین در کلاس: در شکل های زیر، اندازه زاویه ها و کمان های خواسته شده را بیابید.



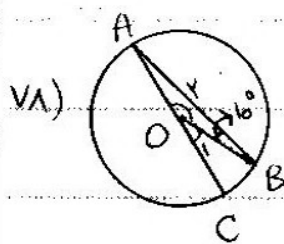


$\widehat{BC} =$

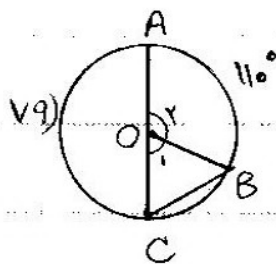
$\widehat{AC} =$



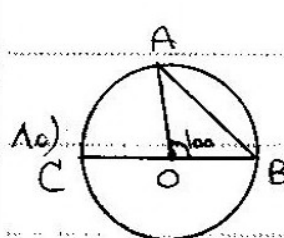
$\widehat{O}, \widehat{O}, \widehat{AC}, \widehat{A} = ?$



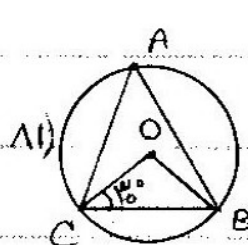
$\widehat{O}, \widehat{O}, \widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{A} = ?$



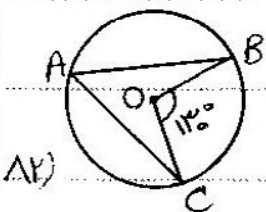
$\widehat{BC}, \widehat{B}, \widehat{C}, \widehat{O}, \widehat{O} = ?$



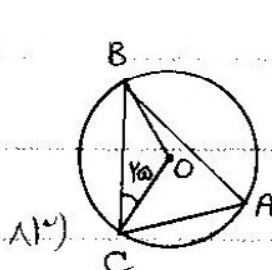
$\widehat{B}, \widehat{A}, \widehat{AC} = ?$



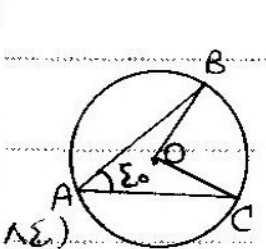
$\widehat{BC}, \widehat{A} = ?$



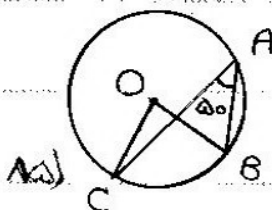
$\widehat{BC}, \widehat{A} = ?$



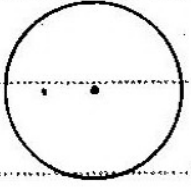
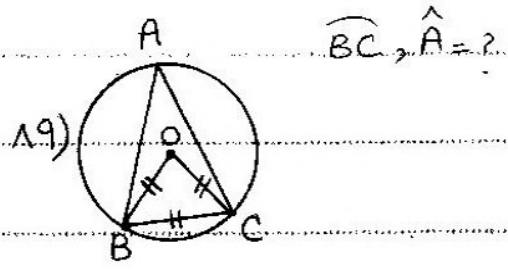
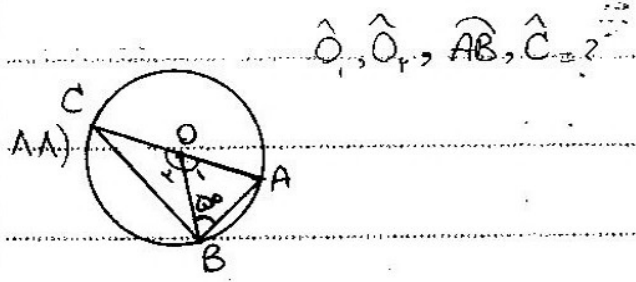
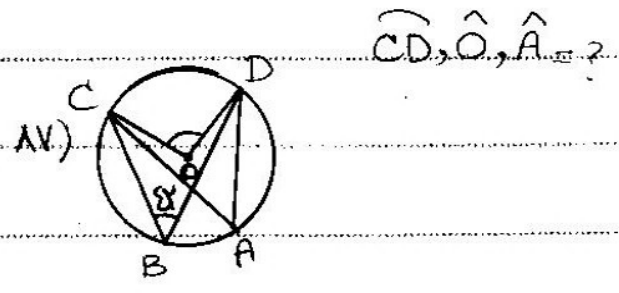
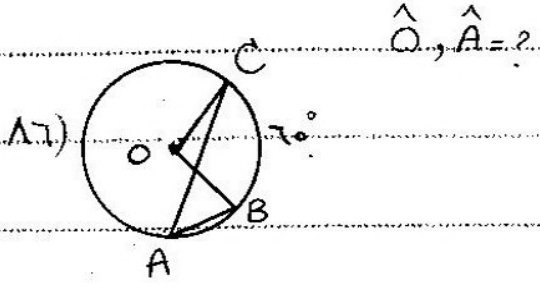
$\widehat{O}, \widehat{BC}, \widehat{A} = ?$



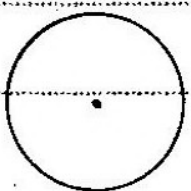
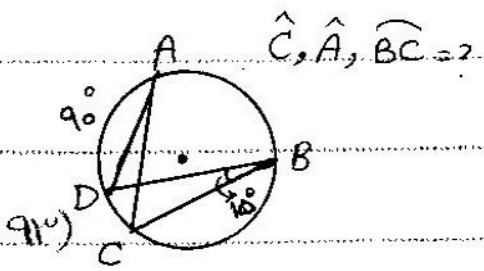
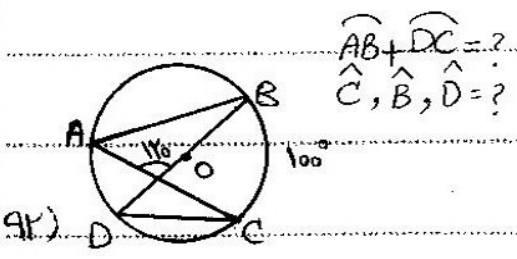
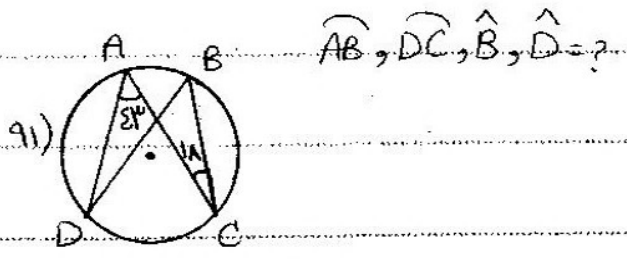
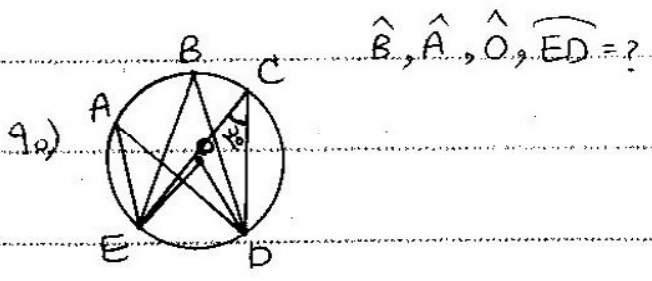
$\widehat{BC}, \widehat{O} = ?$



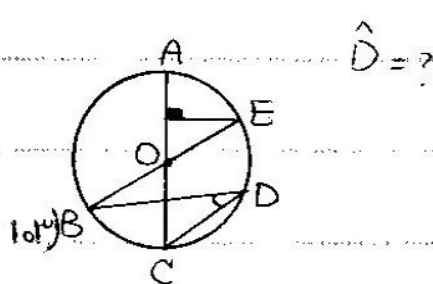
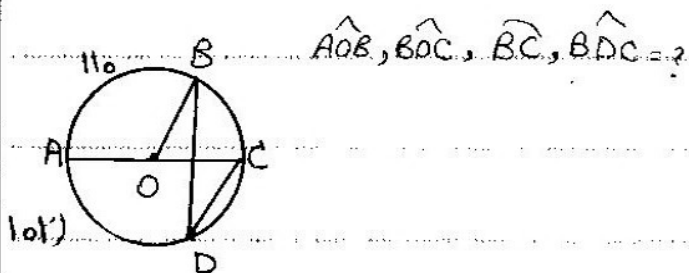
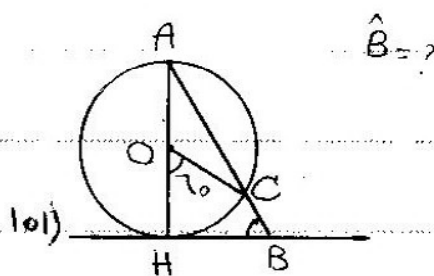
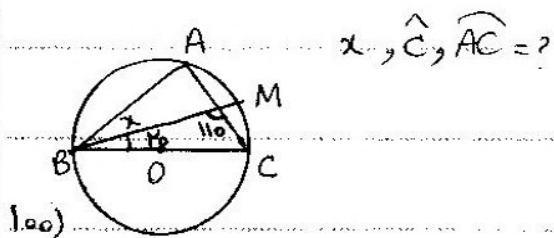
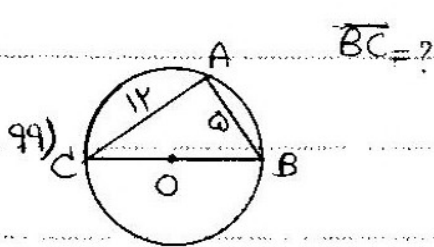
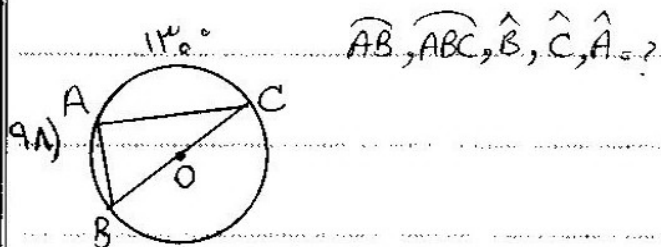
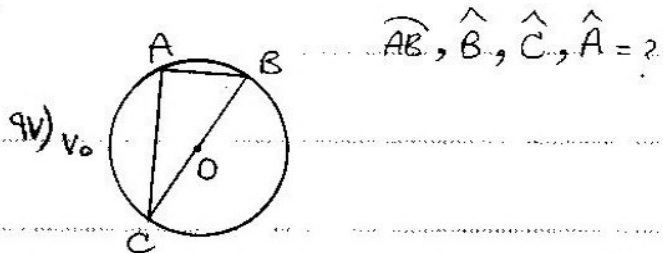
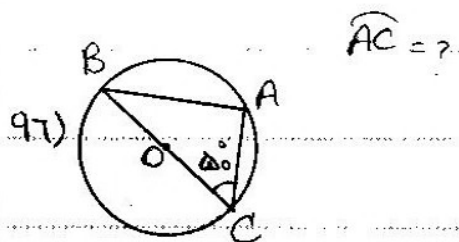
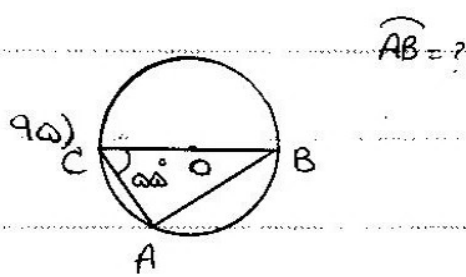
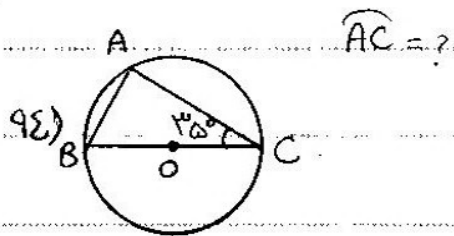
$\widehat{BC}, \widehat{O} = ?$



نکته: زاویه های
مثل سؤال: 17, 90, 91, 92, 93



نکته: اندازه ی زاویه ی
مثل سؤال است بعد از این نکته در این استفاده شده است.

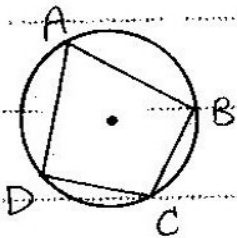


چهارضلعی محیطی: اگر هری

یک چهارضلعی روی

باشد

است



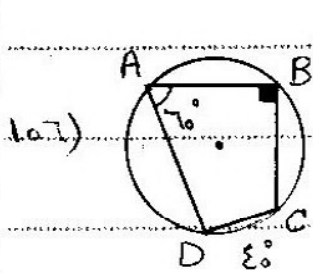
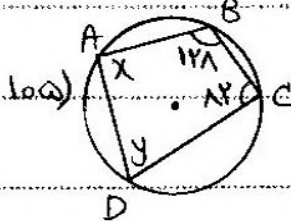
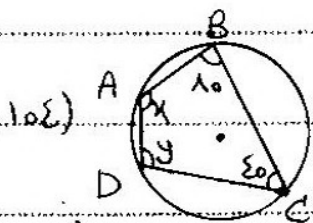
هستند

در چهارضلعی محیطی زاویه های

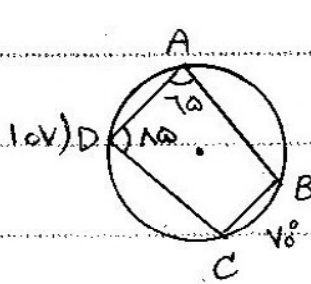
مخبرین در مقابل: در نظر های زیر با مقادیر مجهول را حساب کنید

$\widehat{ADC}, \widehat{BAD} = ?$

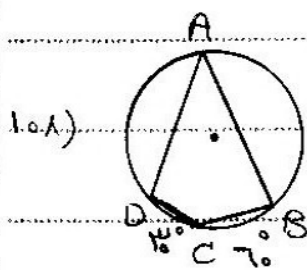
$\widehat{ABC} = ?$



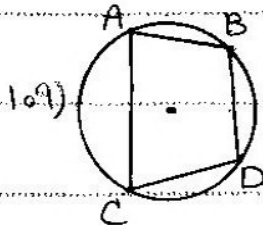
$\widehat{BC} = ?$
 $\widehat{AD} = ?$



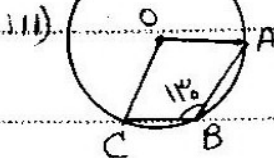
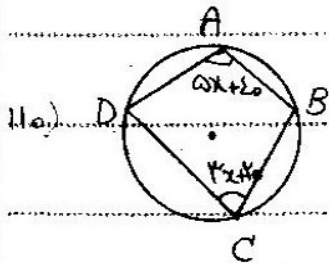
$\widehat{AB} = ?$
 $\widehat{DC} = ?$



$\widehat{A} = ?$
 $\widehat{B} = ?$
 $\widehat{C} = ?$
 $\widehat{D} = ?$

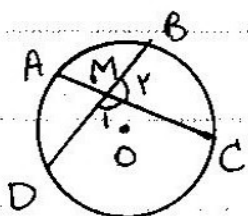


$$\begin{cases} A = y + 10 \\ B = 2x + 10 \\ C = 4y + 10 \\ D = x + 10 \end{cases} \quad x, y = ?$$

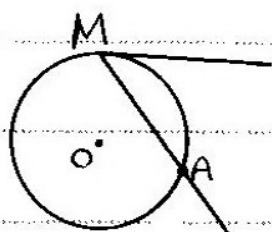


$\widehat{O} = ?$

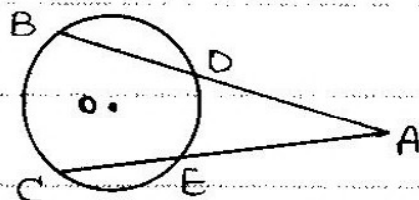
می خواهیم چندترین ترکیبی و تجزیه‌ی حل کنیم که برای حل آنها لازم است ۳ زاویه زیر را بشناسیم و نحوه‌ی برداشت اوردنشان را یاد بگیریم:



۱ زاویه داخلی:

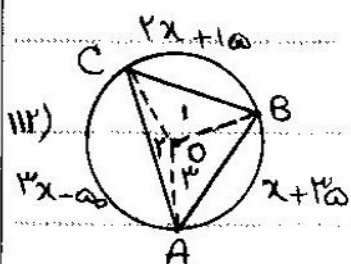


۲ زاویه ظلی:



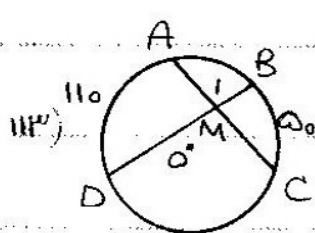
۳ زاویه بیرونی:

محرین در مطالعات در نظر های زیر، مقادیر مجهول را به دست آورید.

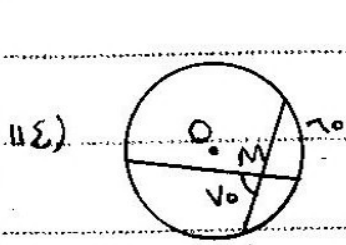


$x = ?$

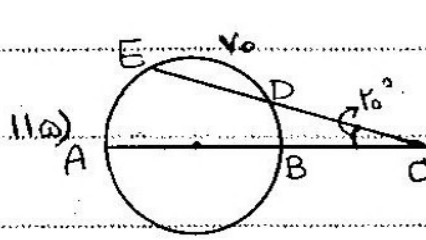
- $\hat{O}_1 =$
- $\hat{O}_2 =$
- $\hat{O}_3 =$
- $\hat{A} =$
- $\hat{B} =$
- $\hat{C} =$



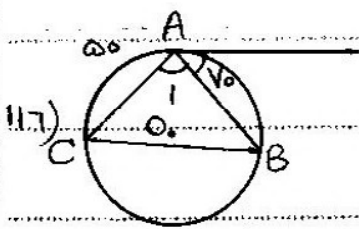
$\hat{M}_1 = ?$



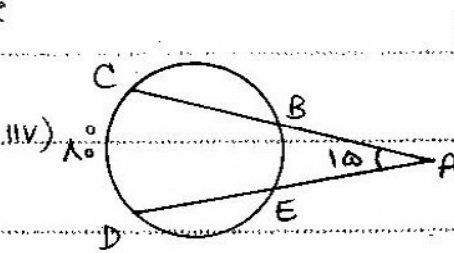
$\widehat{AB} = ?$



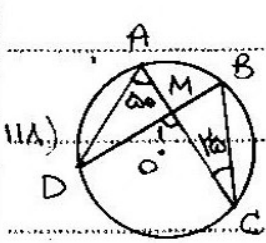
$\widehat{AE} = ?$



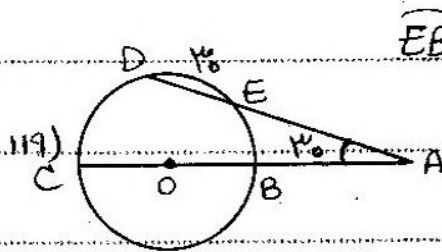
$\widehat{AE} = ?$



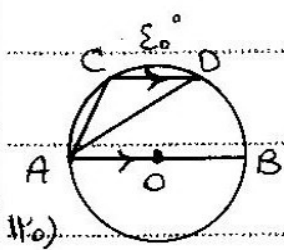
$\widehat{BE} = ?$



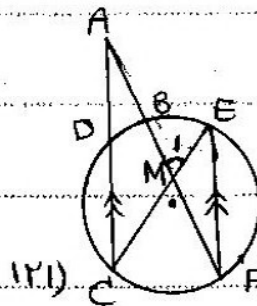
$\widehat{M}_1 = ?$



$\widehat{EB} = ?$

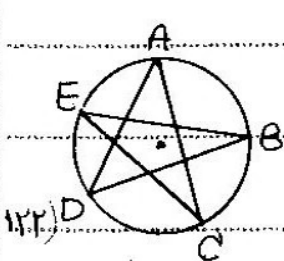


$\widehat{ACD} = ?$



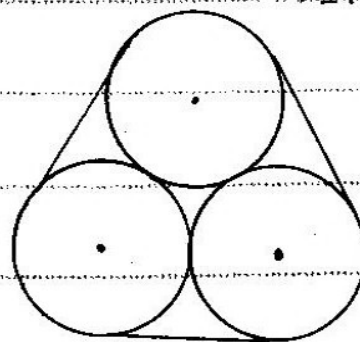
$AC \parallel EF, \widehat{A} = \alpha_0, \widehat{M}_1 = \alpha_0$

$\widehat{BD} = ?$



$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} + \widehat{D} + \widehat{E} = ?$

$r=1, R=2, \dots$

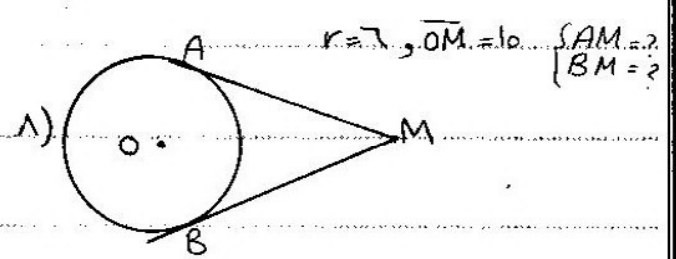
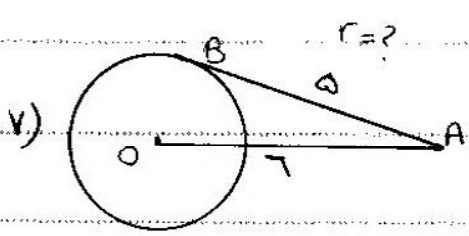
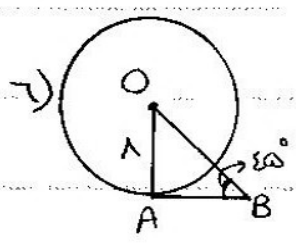
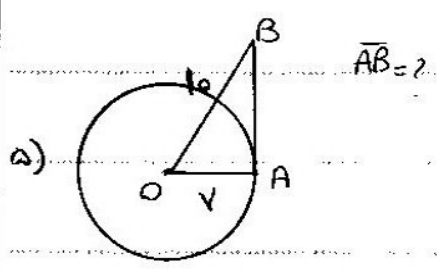
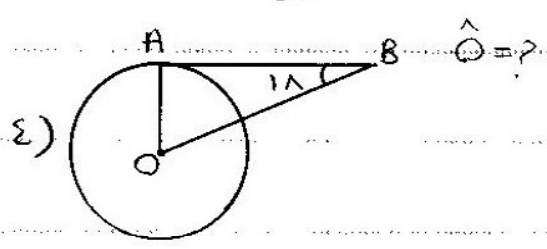
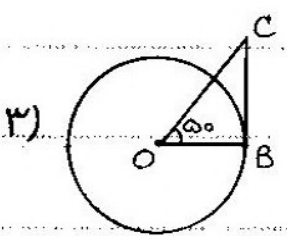


تمرین‌های استخراجی از فصل پنجم:

۱) فاصله‌ی مرکز دایره از خط d برابر 0.8 cm است. اگر قطر دایره 2 cm باشد، وضعیت خط و دایره نسبت به هم چگونه است؟

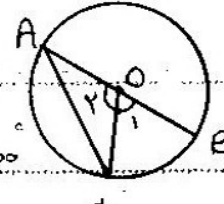
۲) فاصله مرکز دایره از مرکز دایره‌ای به شعاع 2 cm برابر 3 cm است. خط و دایره را رسم کنید و وضعیت آن‌ها را نسبت به هم بررسی کنید.

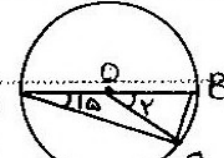
کدام یک از خطوط در شکل‌های زیر بر دایره‌ها مماس هستند، مقادیر مجهول را بنویسید.

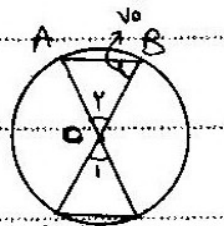


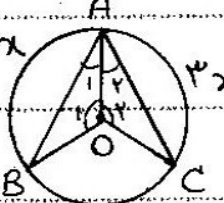
9) طول کمان 30° از دایره ای به شعاع 6 محاسبه کنید.

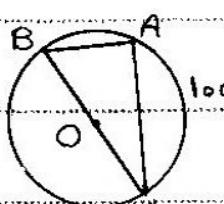
در شکل زیر، مقادیر مجهول را بنویسید.

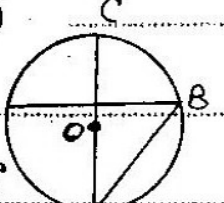
10)  $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{A}, \widehat{BC}, \hat{C} = ?$

11)  $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \widehat{BC}, \widehat{AC} = ?$

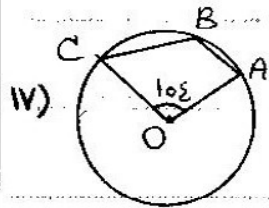
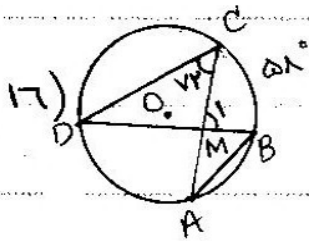
12)  $\hat{A}, \hat{O}_1, \hat{D}, \widehat{AD}, \hat{C}, \widehat{BD} = ?$

13)  $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{B}, \hat{C} = ?$

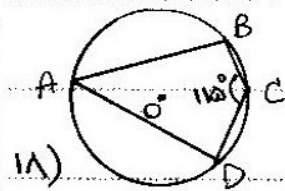
14)  $\hat{A}, \hat{C}, \widehat{AB} = ?$

15)  $\hat{A}, \hat{B} = ?$

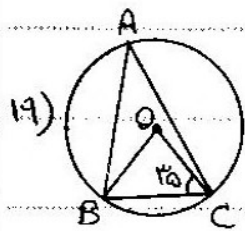
$\widehat{DA}, \hat{A}, \hat{M}_1 = ?$



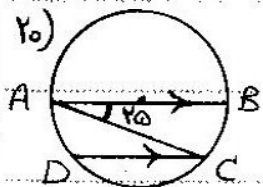
$\hat{B} = ?$



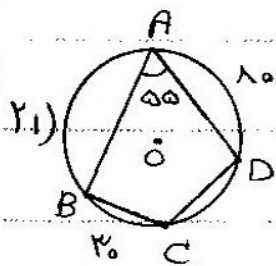
$\hat{A} = ?$



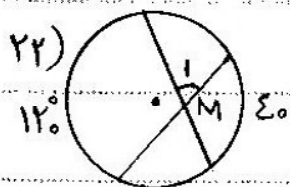
$\widehat{BC}, \hat{A}, \hat{O} = ?$



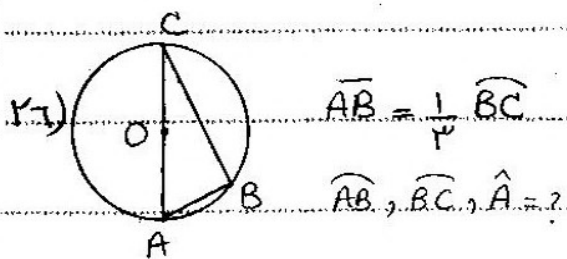
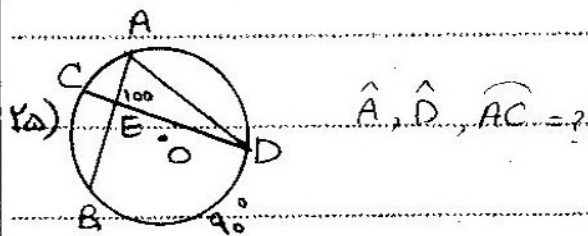
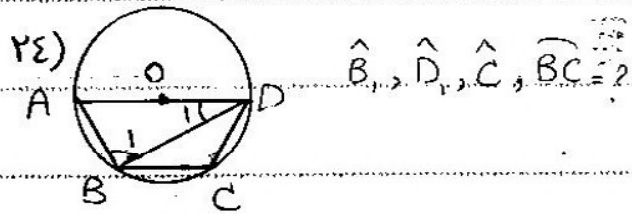
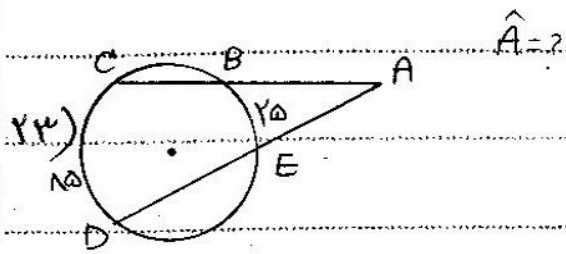
$\widehat{AD}, \widehat{DC}, \hat{C} = ?$



$\widehat{CD}, \hat{C}, \hat{B}, \hat{D} = ?$



$\hat{M}_1 = ?$



جای خالی هندی فضل انهم:

- (۱) عمود منصف هر وتر دایره از می گذرد
- (۲) خط مماس بر دایره در نقطه تماس با شعاع دایره، زاویه می سازد
- (۳) خطی که از مرکز دایره بر وتر می آید دایره عمود شود آن را می کند
- (۴) اگر خطی بر دایره ای مماس باشد، فاصله مرکز دایره تا خط اندازه تر است
- (۵) اگر شعاع دایره ای ۳ باشد، بزرگترین وتر آن است
- (۶) اگر یک خط و یک دایره نقطه مشترک داشته باشند خط بر دایره مماس است
- (۷) پاره خطی که مرکز دایره را به وسط وتر می آید دایره عمود می کند بر آن وتر است
- (۸) اگر خط و دایره نقطه مشترک داشته باشند فاصله ی مرکز دایره تا خط کمتر از شعاع بوده است
- (۹) خطی به فاصله ی بیشتر از شعاع از مرکز دایره قرار دارد، خط و دایره با هم تقاطع
- (۱۰) قسمتی از دایره که بین دو نقطه از محیط دایره محدود شده است، نام دارد
- (۱۱) اگر خطی دایره را قطع کند، فاصله مرکز دایره از خط از شعاع دایره است
- (۱۲) عمود منصف های دو وتر دلخواه از دایره همان در دایره یکدیگر را قطع می کنند
- (۱۳) اگر در یک دایره اندازه ی دو کمان با هم برابر باشند، های نظیر آن دو کمان با هم برابرند
- (۱۴) دو قطر عمود بر هم دایره را به قسمت مساوی تقسیم می کنند
- (۱۵) مربع و مستطیل چهار ضلعی هستند
- (۱۶) اندازه ی هر زاویه ی مرکزی برابر است با دو برابرش
- (۱۷) در یک دایره کمان های نظیر وترهای مساوی هستند
- (۱۸) قطر یک دایره آن را به دو کمان درجه تقسیم می کند
- (۱۹) اگر یک دایره به سه کمان مساوی تقسیم شود، اندازه ی هر کمان درجه است
- (۲۰) در هر دایره زاویه ی محاطی مقابل به قطر است

(۲۱) اندازه‌ی هر زاویه‌ی محاطی برابر است با $\frac{1}{2}$ کمان روبه‌رویش

(۲۲) در هر دایره زاویه‌های محاطی مقابل به یک کمان هستند

(۲۳) اگر یک زاویه‌ی محاطی و یک زاویه‌ی مرکزی روبه‌روی یک کمان باشند اندازه‌ی زاویه‌ی محاطی زاویه‌ی

مرکزی است

(۲۴) روبه‌روی قطر قائمه است

(۲۵) زاویه‌ی مرکزی روبه‌ی قطاع $\frac{1}{8}$ محیط دایره در همانند

(۲۶) دایره در نقطه‌ی تماس بر خط مماس عمود است

درستی و نادرستی های فصل اول

- (۱) قسمتی از محیط دایره را کمان می گویند.
- (۲) فاصلی هر نقطه از محیط دایره تا مرکز یا شعاع دایره می نامیم.
- (۳) هر خطی تواند با دایره یک یا دو نقطه ای مشترک داشته باشد.
- (۴) یک خط و یک دایره می توانند نسبت به هم ۳ وضعیت داشته باشند.
- (۵) پارچه خطی که از مرکز دایره می گذرد و بر وتر می افتد از آن دایره عبور می شود آن وتر را نصف می کند.
- (۶) دایره مجموعی از نقاطی است که همی آنها از نقطه ای به نام مرکز به یک فاصله می باشند.
- (۷) در دایره هر چقدر وتر به مرکز نزدیک می شود اندازه اش بزرگ تر می شود.
- (۸) فاصلی مرکز دایره تا خط مماس بر دایره مساوی شعاع دایره است.
- (۹) تنها مضلعی منتظم مربع است.
- (۱۰) در یک دایره کمان های نظیر وترهای مساوی با هم مساوی اند.
- (۱۱) در یک دایره وترهای نظیر کمان های مساوی با هم برابر هستند.
- (۱۲) اگر طول و عرض مستطیل برابر شوند آن مستطیل یک مربع منتظم است.
- (۱۳) زاویه ی محاطی مقابل به قطر دایره 90° است.
- (۱۴) اندازه ی زاویه ی مرکزی معادل به کمان 72° برابر 144° است.
- (۱۵) اندازه ی هر زاویه ی محاطی برابر است با کمان روبه روی.
- (۱۶) به زاویه ای محاطی می گویند که رأس آن روی دایره و دو ضلع آن وترهای دایره باشند.
- (۱۷) زاویه های محاطی و مرکزی روبه روی یک کمان با هم مساوی اند.

120
110
100

۳

Blank lined paper with a double-line border and horizontal ruling lines.

1111